

22 Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις χωρίς να χρησιμοποιήσετε υπολογιστή τσέπης.

α) $1453 \cdot 1821 - 1453 \cdot 821$

β) $801^2 + 199 \cdot 801$

$$\alpha) \quad 1453 \cdot 1821 - 1453 \cdot 821 = 1453 \cdot (1821 - 821) =$$

$$= 1453 \cdot 1000 =$$

$$= 1453.000$$

$$\beta) \quad 801^2 + 199 \cdot 801 = 801 \cdot (801 + 199) =$$

$$= 801 \cdot 1000 = 801.000$$

Παραγοντοποιήστε τις παραστάσεις

2 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α)~~ $x(\alpha - \beta) + y(\alpha - \beta)$

~~β)~~ $\alpha(x + y) + \beta(x + y)$

γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$

δ) $\alpha^2(\alpha - 2) - 3(2 - \alpha)$

ε) $4x(x - 1) - x + 1$

στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$

α) $x(a - b) + y(a - b) = (a - b) \cdot (x + y)$

β) $a(x + y) + b(x + y) = (x + y) \cdot (a + b)$

4 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 + xy + ax + ay$

β) $x^3 - x^2 + x - 1$

γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$

δ) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$

ε) $4x^2 - 8x - ax + 2a$

στ) $9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha$

α) $\overset{2}{x} + \underline{xy} + \underline{ax} + \underline{ay} = x \cdot (x+y) + a(x+y)$
 $= (x+y) \cdot (x+a)$

~~$x(x+y) \cdot a(x+y)$~~

δ) $\underline{2x^3} - \underline{3x^2} + \underline{4x} - \underline{6} = x^2(2x-3) + 2(2x-3)$
 $= (2x-3)(x^2+2)$

2 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α)~~ $x(\alpha - \beta) + y(\alpha - \beta)$

~~β)~~ $\alpha(x + y) + \beta(x + y)$

γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$

δ) $\alpha^2(\alpha - 2) - 3(2 - \alpha)$

~~ε)~~ $4x(x - 1) - x + 1$

στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$

4 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α)~~ $x^2 + xy + \alpha x + \alpha y$

~~β)~~ $x^3 - x^2 + x - 1$

γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$

~~δ)~~ $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$

ε) $4x^2 - 8x - \alpha x + 2\alpha$

στ) $9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha$

ζ) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y$

~~η)~~ $x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2}$

θ) $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$

$2 \times \beta \cdot \epsilon \cdot 60$

2) ε) $4x \cdot (x - 1) - x + 1 = 4x(x - 1) - (x - 1)$
 $= (x - 1) \cdot (4x - 1)$

4) β) $\underline{x^3} - \underline{x^2} + \underline{x} - \underline{1} = x^2 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (x - 1)$
 $= (x - 1) \cdot (x^2 + 1)$

η) $\underline{x^3} + \underline{\sqrt{2}x^2} + \underline{x} + \underline{\sqrt{2}} =$
 $= x^2 \cdot (x + \sqrt{2}) + 1 \cdot (x + \sqrt{2}) =$
 $(x + \sqrt{2}) \cdot (x^2 + 1)$

2) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x(\alpha - \beta) + y(\alpha - \beta)$~~

~~β) $\alpha(x + y) + \beta(x + y)$~~

~~γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$~~

~~δ) $a^2(a - 2) - 3(2 - a)$~~

~~ε) $4x(x - 1) - x + 1$~~

~~στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$~~

4) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2 + xy + ax + ay$~~

~~β) $x^3 - x^2 + x - 1$~~

~~γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$~~

~~δ) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$~~

~~ε) $4x^2 - 8x - ax + 2a$~~

~~στ) $9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha$~~

~~ζ) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y$~~

~~η) $x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2}$~~

~~θ) $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$~~

$$\begin{aligned} 2) \quad \delta) \quad & a^2(a-2) - 3(2-a) = \\ & a^2(a-2) + 3(a-2) = \\ & (a-2)(a^2+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \gamma) \quad & (3x-1)(x-2) - (x+4)(x-2) = \\ & = (x-2) \cdot [(3x-1) - (x+4)] = \\ & = (x-2)(3x-1-x-4) = \\ & = (x-2)(2x-5) \end{aligned}$$

2 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x(a - b) + y(a - b)$~~

~~β) $a(x + y) + b(x + y)$~~

~~γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$~~

~~δ) $a^2(a - 2) - 3(2 - a)$~~

~~ε) $4x(x - 1) - x + 1$~~

~~στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$~~

4 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2 + xy + ax + ay$~~

~~β) $x^3 - x^2 + x - 1$~~

~~γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$~~

~~δ) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$~~

~~ε) $4x^2 - 8x - ax + 2a$~~

~~στ) $9ab - 18b^2 + 10b - 5a$~~

~~ζ) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y$~~

~~η) $x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2}$~~

~~θ) $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$~~

$$4) \quad \delta) \quad \underline{x^3} - \underline{5x^2} + \underline{4x} - \underline{20} = x^2(x - 5) + 4(x - 5) = \\ = (x - 5) \cdot (x^2 + 4)$$

$$\epsilon) \quad \underline{4x^2} - \underline{8x} - \underline{ax} + \underline{2a} = 4x(x - 2) - a(x - 2) = \\ = (x - 2)(4x - a)$$

$$\sigma) \quad \underline{9ab} - \underline{18b^2} + \underline{10b} - \underline{5a} = \\ 9b(a - 2b) + 5(2b - a) = \\ 9b(a - 2b) - 5(-2b + a) = \\ (a - 2b)(9b - 5)$$

2) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x(a - \beta) + y(a - \beta)$~~

~~β) $\alpha(x + y) + \beta(x + y)$~~

~~γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$~~

~~δ) $a^2(a - 2) - 3(2 - a)$~~

~~ε) $4x(x - 1) - x + 1$~~

~~στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$~~

4) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2 + xy + ax + ay$~~

~~β) $x^3 - x^2 + x - 1$~~

~~γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$~~

~~δ) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$~~

~~ε) $4x^2 - 8x - ax + 2a$~~

~~στ) $9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha$~~

~~ζ) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y$~~

~~η) $x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2}$~~

~~θ) $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$~~

$$\begin{aligned} 2) \quad \alpha) \quad & 2x^2(x-3) - 6x(x-3)^2 = \\ & 2x(x-3) \cdot (x - 3 \cdot (x-3)) = \\ & 2x(x-3)(x - 3x + 9) = 2x(x-3)(-2x+9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \gamma) \quad & \underline{12x^2} - \underline{8xy} - \underline{15x} + \underline{10y} = \\ & 4x(3x-2y) - 5(3x-2y) = \\ & (3x-2y)(4x-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta) \quad & \underline{\sqrt{6}}x^2 + \underline{2\sqrt{2}}x - \underline{\sqrt{3}}x - \underline{2} = \\ & \sqrt{3}x(\sqrt{2}x-1) + 2(\sqrt{2}x-1) = (\sqrt{2}x-1)(\sqrt{3}x+2) \end{aligned}$$

Παραγοντοποίηση 1-ξ ταυτίσεις

15 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 - 2x + 1$

β) $y^2 + 4y + 4$

γ) $\omega^2 - 6\omega + 9$

δ) $\alpha^2 + 10\alpha + 25$

ε) $1 - 4\beta + 4\beta^2$

στ) $9x^4 + 6x^2 + 1$

ζ) $4y^2 - 12y + 9$

η) $16x^2 + 8xy + y^2$

θ) $25\alpha^2 - 10\alpha\beta + \beta^2$

ι) $(\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha + \beta) + 1$

ια) $\frac{y^2}{9} - 2y + 9$

ιβ) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

15) α) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

β) $y^2 + 4y + 4 = (y + 2)^2$

γ) $\omega^2 - 6\omega + 9 = (\omega - 3)^2$

δ) $\alpha^2 + 10\alpha + 25 = (\alpha + 5)^2$

15 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α)~~ $x^2 - 2x + 1$

~~β)~~ $y^2 + 4y + 4$

~~γ)~~ $\omega^2 - 6\omega + 9$

~~δ)~~ $\alpha^2 + 10\alpha + 25$

~~ε)~~ $1 - 4\beta + 4\beta^2$

στ) $9x^4 + 6x^2 + 1$

ζ) $4y^2 - 12y + 9$

η) $16x^2 + 8xy + y^2$

θ) $25\alpha^2 - 10\alpha\beta + \beta^2$

ι) $(\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha + \beta) + 1$

ια) $\frac{y^2}{9} - 2y + 9$

ιβ) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

16 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $3x^2 + 24x + 48$

β) $-y^2 + 4y - 4$

γ) $2\alpha^2 - 8\alpha\beta + 8\beta^2$

δ) $4\alpha^3 + 12\alpha^2 + 9\alpha$

$$\begin{aligned}\varepsilon) \quad 4a^3 + 12a^2 + 9a &= a(4a^2 + 12a + 9) = \\ &= a(2a + 3)^2\end{aligned}$$

$$\alpha) \quad 3x^2 + 24x + 48 = 3 \cdot (x^2 + 8x + 16) = 3 \cdot (x + 4)^2$$

$$\beta) \quad -y^2 + 4y - 4 = - (y^2 - 4y + 4) = - (y - 2)^2$$

$$\begin{aligned}\gamma) \quad 2\alpha^2 - 8\alpha\beta + 8\beta^2 &= 2 \cdot (\alpha^2 - 4\alpha\beta + 4\beta^2) = \\ &= 2(\alpha - 2\beta)^2\end{aligned}$$

8

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 - 9$

β) $16x^2 - 1$

γ) $\alpha^2 - 9\beta^2$

δ) $\alpha^2\beta^2 - 4$

ε) $36\omega^2 - (\omega + 5)^2$

στ) $4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2$

ζ) $x^2 - \frac{1}{16}$

η) $x^2 - 3$

θ) $x^2 - 2y^2$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

α) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$

β) $16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = (4x + 1)(4x - 1)$

γ) $\alpha^2 - 9\beta^2 = \alpha^2 - (3\beta)^2 = (\alpha - 3\beta) \cdot (\alpha + 3\beta)$

δ) $\alpha^2\beta^2 - 4 = (ab)^2 - 2^2 = (ab - 2)(ab + 2)$

9

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $2x^2 - 32$

β) $28 - 7y^2$

γ) $2x^3 - 2x$

δ) $5ax^2 - 80a$

ε) $2(x - 1)^2 - 8$

$$\begin{aligned} \text{α)} \quad 2x^2 - 32 &= 2(x^2 - 16) = \\ &= 2(x^2 - 4^2) = \\ &= 2(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

8 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2 - 9$~~

~~β) $16x^2 - 1$~~

~~γ) $\alpha^2 - 9\beta^2$~~

~~δ) $\alpha^2\beta^2 - 4$~~

ε) $36\omega^2 - (\omega + 5)^2$

στ) $4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2$

ζ) $x^2 - \frac{1}{16}$

η) $x^2 - 3$

θ) $x^2 - 2y^2$

9 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $2x^2 - 32$

β) $28 - 7y^2$

γ) $2x^3 - 2x$

δ) $5ax^2 - 80a$

ε) $2(x - 1)^2 - 8$

23 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4$~~

~~β) $x^4 - 1 + x^3 - x$~~

~~γ) $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$~~

δ) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$

ε) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$

στ) $x^2 - 2xy + y^2 - \omega^2$

ζ) $1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$

η) $y^2 - x^2 - 10y + 25$

θ) $2(x - 1)(x^2 - 4) - 5(x - 1)(x - 2)^2$

ι) $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2$

ια) $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$

ιβ) $(x^2 + 9)(\alpha^2 + 4) - (\alpha x + 6)^2$

α)
$$\underline{x^2y^2} - \underline{4y^2} - \underline{x^2} + \underline{4} = y^2(x^2 - 4) - (x^2 - 4) =$$
$$= (x^2 - 4)(y^2 - 1) = (x - 2)(x + 2) \cdot (y - 1)(y + 1)$$

β)
$$\underline{x^4} - \underline{1} + \underline{x^3} - \underline{x} = x^3(x + 1) - (1 + x) =$$
$$= (x + 1)(x^3 - 1)$$

23 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α) $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4$~~

~~β) $x^4 - 1 + x^3 - x$~~

~~γ) $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$~~

~~δ) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$~~

~~ε) $a^2 - 2ab + b^2 - a + b$~~

~~στ) $x^2 - 2xy + y^2 - w^2$~~

ζ) $1 - a^2 + 2ab - b^2$

η) $y^2 - x^2 - 10y + 25$

θ) $2(x - 1)(x^2 - 4) - 5(x - 1)(x - 2)^2$

ι) $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2$

ια) $(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2$

ιβ) $(x^2 + 9)(a^2 + 4) - (ax + 6)^2$

$$x^2 + x =$$

$$x(x + 1)$$

~~$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$~~

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\begin{aligned} \delta) \quad & (x^2 + 9)^2 - 36x^2 = (x^2 + 9)^2 - (6x)^2 = \\ & = (x^2 + 9 - 6x)(x^2 + 9 + 6x) = \\ & = (x - 3)^2 \cdot (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\varepsilon) \quad \underline{\underline{a^2 - 2ab + b^2 - a + b =}}$$

$$\begin{aligned} & (a-b)^2 - a + b = (a-b)^2 - (a-b) = \\ & = (a-b)(a-b-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta) \quad & \underline{\underline{x^2 - 2xy + y^2 - w^2 =}} \quad (x-y)^2 - w^2 = \\ & = (x-y-w)(x-y+w) \end{aligned}$$

▣ Παράγονση πρώτου

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + 2 &= \underline{x}^2 + \underline{x} + 2x + 2 = x(x+1) + 2(x+1) \\ &= (x+1)(x+2)\end{aligned}$$

23 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4$

β) $x^4 - 1 + x^3 - x$

γ) $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$

δ) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$

ε) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$

ς) $x^2 - 2xy + y^2 - \omega^2$

ζ) $1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$

η) $y^2 - x^2 - 10y + 25$

θ) $2(x - 1)(x^2 - 4) - 5(x - 1)(x - 2)^2$

ι) $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2$

ια) $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$

ιβ) $(x^2 + 9)(\alpha^2 + 4) - (\alpha x + 6)^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x-2)^2 \neq x^2 - 4$

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x-2)(x+2)$

$= (x-2)(x-1) \cdot (-3x+11)$

ζ)

$$\begin{aligned} 1 - a^2 + 2ab - b^2 &= 1 - (a^2 - 2ab + b^2) = \\ &= 1 - (a-b)^2 = 1^2 - (a-b)^2 = \\ &= (1 - (a-b)) \cdot (1 + (a-b)) = \\ &= (1 - a + b)(1 + a - b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta) y^2 - x^2 - 10y + 25 &= (y-5)^2 - x^2 = \\ &= (y-5-x)(y-5+x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta) 2(x-1)(x^2-4) - 5(x-1)(x-2)^2 &= \\ 2(x-1)(x-2)(x+2) - 5(x-1)(x-2)^2 &= \\ (x-2) \cdot (x-1) \cdot [2(x+2) - 5(x-2)] &= (x-2)(x-1)(2x+4-5x+10) = \end{aligned}$$

23 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

~~α)~~ $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4$

~~β)~~ $x^4 - 1 + x^3 - x$

~~γ)~~ $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$

~~δ)~~ $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$

~~ε)~~ $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$

~~στ)~~ $x^2 - 2xy + y^2 - \omega^2$

~~ζ)~~ $1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$

~~η)~~ $y^2 - x^2 - 10y + 25$

~~θ)~~ $2(x - 1)(x^2 - 4) - 5(x - 1)(x - 2)^2$

~~ι)~~ $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2$

ια) $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$

ιβ) $(x^2 + 9)(\alpha^2 + 4) - (\alpha x + 6)^2$

i) $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2 =$

$$(y^2 - 4 - (y + 2)) \cdot (y^2 - 4 + (y + 2))$$

$$(y^2 - 4 - y - 2) \cdot (y^2 - 4 + y + 2)$$

$$(y^2 - y - 6)(y^2 + y - 2)$$

