

1 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
δ) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$

β) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
ε) $\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$

γ) $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 0$
στ) $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$

2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε στοιχείο της στήλης Α ένα στοιχείο από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\sqrt{25}$	
β. $\sqrt{-25}$	1. -5
γ. $-\sqrt{25}$	2. δεν ορίζεται
δ. $\sqrt{5^2}$	3. 5
ε. $\sqrt{(-5)^2}$	
στ. $\sqrt{-5^2}$	

α	β	γ	δ	ε	στ
3	2	1	3	3	

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

3 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt{12+\sqrt{16}}$

β) $\sqrt{86+2\sqrt{52-\sqrt{9}}}$

γ) $\sqrt{6\sqrt{12\sqrt{3\sqrt{9}}}}$

5 Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\sqrt{2} (\sqrt{18} + \sqrt{8})$

β) $\sqrt{6} (\sqrt{27} - \sqrt{3})$

γ) $(\sqrt{75} + \sqrt{45} - \sqrt{300}) : \sqrt{15}$

δ) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

2 Ποια από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια:

α) $6x^2y^2$

β) $-\frac{3}{5}xy^3$

γ) $-x^3y\omega$

δ) $-5y^3x$

ε) $\frac{\omega y x^3}{4}$

στ) $\frac{5}{2}y^2x^2$

ζ) $\frac{xy^3}{7}$

η) $-x^2y^2$

θ) $yx^3\omega$

ι) $\sqrt{2}xy^3$

1 Να βρείτε την αριθμητική τιμή των αλγεβρικών παραστάσεων:

α) $-2xy^3 + x^2y - 4$ για $x = -2$ και $y = 1$

β) $\frac{2}{3}x\omega^2 + \frac{1}{2}\omega^3$ για $x = 3$ και $\omega = -2$

$$\begin{aligned} \alpha) & -2 \cdot (-2) \cdot 1^3 + (-2)^2 \cdot 1 - 4 = \\ & = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 4 = 4 \end{aligned}$$

$$\epsilon) \quad \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot (-2)^2 + \frac{1}{2}(-2)^3 = 8 - 4 = 4$$

2

Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή $-\frac{5}{7}$ και μεταβλητές α, β .

Να προσδιορίσετε το μονώνυμο, αν ο βαθμός του ως προς α είναι 2 και ως προς β είναι 5.

3

Να προσδιορίσετε την τιμή του φυσικού αριθμού n , ώστε το μονώνυμο $3x^n y^2$

α. να είναι μηδενικού βαθμού ως προς x

β. να είναι πέμπτου βαθμού ως προς x και y

γ. να έχει αριθμητική τιμή 48, για $x = 2$ και $y = -1$.

Συμμεταστροφές

$$1) \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

π.χ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$2) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

π.χ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$

Προσοχή

$$\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

§ Monivela

1) Αριθμητική Τίμωξη

Μια αριθμητική τιμή υπολογίζεται από αριθμούς & πράξεις μόνο

π.χ $3^2 \cdot 10 + 7$ (υπολογισμός)

2) Αλγεβρική Τίμωξη

Μια αλγεβρική τιμή υπολογίζεται από αριθμούς, πράξεις & μεταβλητές

π.χ $3 + 2 \cdot x^2$ (αλγεβρική)

$25x^3y^2w$
 $\underbrace{25}_{\text{αντίστροφος}} \underbrace{x^3y^2w}_{\text{κύριο μέρος}}$

Βαθμός ως προς x : 3

Βαθμός ως προς y : 2

Βαθμός ως προς w : 1

Βαθμός του μονομίου : $3+2+1=6$

• Δύο μονώνυμα θα λέγονταν όμοια όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος

$\underline{\underline{nx}} \quad -4x^3y \quad \text{και} \quad 8x^3y$

• Δύο μονώνυμα θα λέγονταν ίσα όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος & τον ίδιο αντίστροφος.

$4x^2y \quad \text{και} \quad 4x^2y$

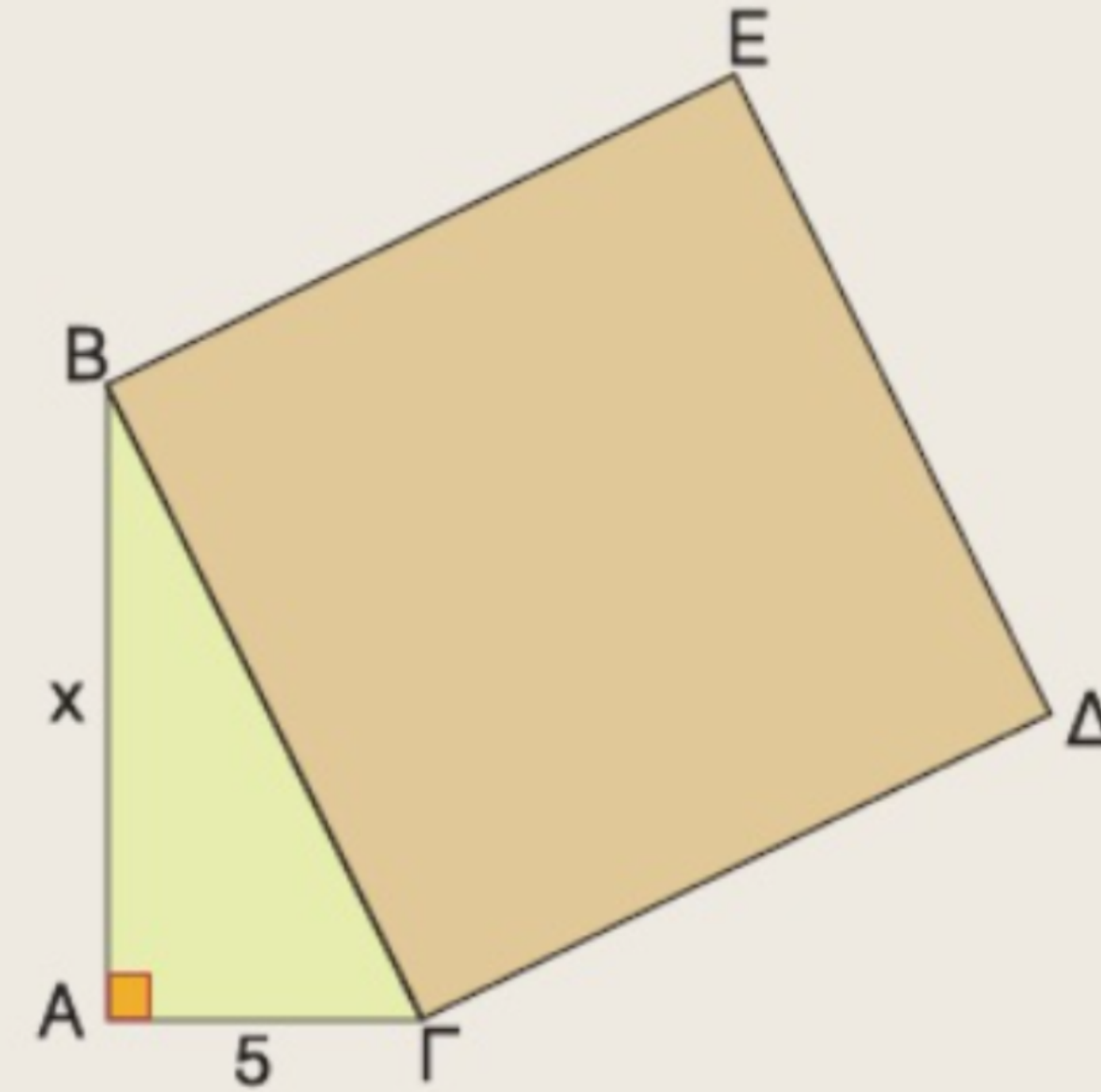
4 Να βρείτε τους αριθμούς κ , λ , ν , ώστε τα μονώνυμα $4x^3y^\nu$, $\lambda x^\kappa y^2$ να είναι:

α) όμοια β) ίσα γ) αντίθετα

$\equiv n$

7 Να γράψετε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma\Delta E$. Ποιο είναι το εμβαδόν, όταν $x = 12$;

Μικροπείραμα



Απε π.δ. έχω CE

$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$$
$$B\Gamma^2 = 25 + x^2$$

για $x = 12$ έχω

$$B\Gamma^2 = 25 + 144$$
$$B\Gamma^2 = 169 \quad \tau.\iota.$$

3 Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

Άθροισμα

Γινόμενο

Πηλίκο

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$
4	1	2	1
9	16	3	4
64	36	8	6

$\sqrt{\alpha+\beta}$	$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$
5	3
5	7
10	14

$\sqrt{\alpha\beta}$	$\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$
2	2
12	12
48	48

$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$
2	
$\frac{3}{4}$	

$$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4$$

$$\sqrt{64 \cdot 36} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6$$

• Ακέραια αλγεβρική παράσταση

Ειδικότερα μια αλγεβρική παράσταση λέγεται **ακέραια**, όταν μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί

Π.χ

ακέραια αλγ. παρ.

$$15x^2$$

$$x^2 + y$$

$$5 + 2x^2$$

$$3x \cdot y^5$$

$$7 - 5x$$

$$\frac{3x}{4}$$

$$4^8 \cdot x^3$$

Μη ακέραια αλγ. παρ.

$$5x - x^2$$

$$\frac{y^2}{x^3}$$

$$x - y$$

$$5x^{-5}$$

$$\frac{5+x}{w+4}$$

$$4\sqrt{x}$$

$$4 \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

► Αντιθέτα σημεία : Ένα είναι $+$ το άλλο $-$ (αντίθετα αντιστοίχως)
π.χ $2x^2y$ και $-2x^2y$

► Συμμετρικά σημεία : Δεν είναι επικλίνοντα (ήδη απιδέκτο)
π.χ 7 , -4 (επιδέκτο σταθερά : πνείν)

► Μηδενικά σημεία : Το πνείν (επιδέκτο πνείν : πνείν)
π.χ 0 πνείν πνείν : πνείν

Ποιζεις τονωντων

• Πολλαπλα τονωντων :

$$\cdot \quad 3x^2y \cdot 2xy^3z = 6 \cdot x^3y^4z$$

$$\cdot \quad (-2x^2yz^3) \cdot (4xy^3w) = -8x^3y^4z^3w$$

Διατηρων τονωντων

$$\cdot \quad (6x^4y^3w) : (2xy^3w) = 3x^3y$$

2) Συμπληρώστε: αν $\sqrt{a} = x$ τότε $x^2 = a$

$$, a \geq 0$$

Παρατηρήσεις :

$$x \geq 0$$

$$\sqrt{a}^2 = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού, λέγονται **μονώνυμα**.

π.χ

μονώνυμα

$$2x \cdot 2y = 4xy$$

$$5ab^2$$

$$\frac{y}{4}$$

η ένωση

$$\frac{2}{x}$$

$$7 - 5x$$

$$\frac{5-x}{7}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$x - y$$

$$\frac{y}{x}$$

$$x^{-5}$$

2 Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α) $-3x \cdot 5x^2$ β) $6x^2 \cdot \frac{3}{4}x^3$ γ) $2xy^3 \cdot (-3x^2y)$ δ) $-3x^2y \cdot (-2xy^4\omega)$

ε) $-\frac{1}{3}a\beta^3 \cdot 4a\beta^3$ στ) $\frac{4}{3}x^3a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}xa^3\right)$ ζ) $\left(-\frac{2}{5}xy^3\right) \cdot (-3x^2\omega) \cdot \left(-\frac{5}{6}y\omega^3\right)$

3 Να υπολογίσετε τα πηλίκα:

α) $12a^3 : (-3a)$ β) $8x^2y : (2xy^2)$ γ) $\left(-\frac{1}{3}a^3\beta^5\right) : \left(\frac{6}{5}a^2\beta^2\right)$

δ) $(0,84x^2\omega^5) : (-0,12x\omega^3)$ ε) $(-x^3a^4\omega) : \left(-\frac{1}{4}x^2a\right)$ στ) $(0,5a^3\beta^7) : \left(-\frac{7}{10}a^2\beta^2\right)$

3) Στο ερώτημα του δασκάλου πόσο μπορεί να κάνει το γινόμενο $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$, η Μαρία είπε ότι κάνει 15, ενώ ο Γιάννης ισχυρίστηκε ότι δεν μπορεί το αποτέλεσμα να είναι ακέραιος αριθμός. Πώς νομίζετε ότι οδηγήθηκε ο Γιάννης στο συμπέρασμά του; Πώς νομίζετε ότι οδηγήθηκε η Μαρία στο συμπέρασμά της; Συμφωνείτε με το Γιάννη ή τη Μαρία και γιατί;

$\sum_{i=1}^n x_i \cdot B_i$
C9 23
1, 2, 3, 5

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 75} = \sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3 \cdot 25} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$$

1

1 Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα;

α) $-3x^2y$

✓

β) $3 + x^2y$

x

γ) $\frac{x^3y}{\omega^2}$

x

δ) $2x^2y\omega^3$

✓

ε) $(3 - \sqrt{2})\alpha\beta^3$

✓

στ) $\frac{2}{3}\alpha\beta\gamma^3$

✓

Σχ. Β

Λη. 27

Σ.Β. 21 32

4

Να κάνετε τις πράξεις:

$\equiv n$

α) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^2 \cdot (6xy^3)$

β) $(-2x^2y^3)^3 : (-8x^3y^4)$

γ) $(-2xy^4\omega^3)^2 \cdot (-x^2y)^3$

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot x^4 y^2 \cdot 6xy^3 = \\ & = \frac{1}{9} \cdot 6 \cdot x^5 \cdot y^5 = \\ & = \frac{2}{3} x^5 y^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad & \frac{-8x^6 y^9}{-8x^3 y^4} = \\ & = x^3 y^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma) \quad & (-2xy^4\omega^3)^2 \cdot (-x^2y)^3 = \\ & = 2^2 x^2 y^8 \omega^6 \cdot (-x^6 y^3) = \\ & = -4x^8 y^{11} \omega^6 \end{aligned}$$

1

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$$

$$\beta) 5\sqrt{7} - 8\sqrt{3} - 2\sqrt{7} + 4\sqrt{3}$$

$$\gamma) \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{\frac{5}{8}} - \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{\frac{12}{7}}$$

$$\delta) \sqrt{\frac{14}{5}} \cdot \sqrt{\frac{10}{7}} + \sqrt{\frac{21}{2}} \cdot \sqrt{\frac{14}{3}}$$

► Πρόσθεση / αφαίρεση τανυστών

$$\cdot \quad 2x^2y + 3xy^3 = 2x^2y + 3xy^3$$

$$X^2 + X^5 = X^2 + X^5$$

$$\cdot \quad 2x^2y + 3x^2y = 5x^2y$$

Πρόσθεση και αφαίρεση τανυστών είναι μόνο μεταξί
όπου.

$$\cdot \sqrt{x}^2 = x, x \geq 0$$

$$\underline{\underline{ex}} \quad \sqrt{5}^2 = 5$$

$$\cdot \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\underline{\underline{ex}} \quad \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\cdot \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a, b \geq 0$$

Ans 5.3n

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{ab})^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$$

$$a \cdot b = \sqrt{a}^2 \cdot \sqrt{b}^2$$

$$a \cdot b = a \cdot b$$

③
2. x

$$\cdot \quad \underline{2xy^2} - \underline{4x^2y} + \underline{6xy^2} - \underline{7x^2y} = 8xy^2 - 11x^2y$$

$$\cdot \quad 9xy^2w - 12xwy^2 = -3xwy^2$$

$$\cdot \quad 12x^2w - 7x^2w + 6x^2w = 11x^2w \quad \rightarrow \quad (12 - 7 + 6)x^2w = 11x^2w$$

$$\begin{aligned} & x^2y^2w^3 + xy^2w^2 = \\ & = (xw + 1)xy^2w^2 \end{aligned}$$