

Πρόβλημα 1. Δίνεται η αριθμητική παράσταση

$$A = \left[\frac{(-2)^{-10}}{(-8)^{-10}} + 3 \cdot \frac{32^6}{4^5} \right]^{100} : (12^2 - 4^2)^{300}$$

Να εκφράσετε την τιμή της παράστασης A ως δύναμη με βάση το 2.

Λύση

$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{(-2)^{-10}}{(-8)^{-10}} + 3 \cdot \frac{32^6}{4^5} \right]^{100} : (12^2 - 4^2)^{300} \\ &= \left[\left(\frac{-8}{-2} \right)^{10} + 3 \cdot \frac{(2^5)^6}{(2^2)^5} \right]^{100} : (144 - 16)^{300} \\ &= \left[4^{10} + 3 \cdot \frac{2^{30}}{2^{10}} \right]^{100} : 128^{300} = [(2^2)^{10} + 3 \cdot 2^{20}]^{100} : (2^7)^{300} \\ &= [2^{20} + 3 \cdot 2^{20}]^{100} : (2^7)^{300} = (4 \cdot 2^{20})^{100} : (2^7)^{300} \\ &= (2^2 \cdot 2^{20})^{100} : (2^7)^{300} \\ &= (2^{22})^{100} : (2^7)^{300} = 2^{2200} : 2^{2100} = 2^{100}. \end{aligned}$$