ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Αδάμη Μαρία
Τσιρώνης Παναγιώτης

Α ΜΕΡΟΣ

(απαραίτητες γνώσεις από την β΄ λυκείου Γενικής Παιδείας)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

(υποστηρικτικό υλικό του κεφαλαίου 2 της φυσικής γενικής παιδείας της β΄ λυκείου)

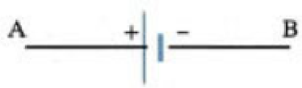
ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

Ηλεκτρική πηγή είναι κάθε συσκευή που μετατρέπει κάποιο είδος ενέργειας σε ηλεκτρική. Ο ρόλος της είναι να δημιουργεί στα άκρα της διαφορά δυναμικού (τάση) και να προσφέρει στο κύκλωμα την ενέργειά της.

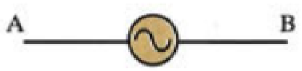
Τα άκρα της πηγής ονομάζονται **πόλοι** της πηγής. Ο πόλος που βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό λέγεται **θετικός πόλος (+)** και ο πόλος που βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό λέγεται **αρνητικός πόλος (-).**

Έχουμε δύο είδη ηλεκτρικών πηγών:

α) **πηγές συνεχούς τάσης,** στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος είναι καθορισμένοι. Ο συμβολισμός μιας πηγής συνεχούς τάσης φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.



β) **πηγές εναλλασσόμενης τάσης,** στις οποίες ο θετικός και ο αρνητικός πόλος εναλλάσσονται. Ο συμβολισμός μιας πηγής συνεχούς τάσης φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.

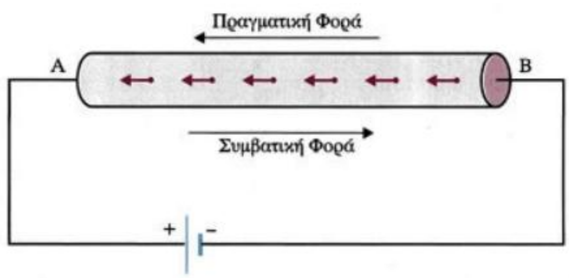


ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

Η προσανατολισμένη κίνηση των ηλεκτρονίων σε μεταλλικό αγωγό ονομάζεται ηλεκτρικό ρεύμα.

Γενικά, **ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.**

Η φορά κίνησης των ηλεκτρονίων λέγεται **πραγματική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος. Ωστόσο, έχει επικρατήσει να θεωρούμε ως **φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος την αντίθετη από τη φορά κίνησης των ηλεκτρονίων, που λέγεται **συμβατική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος. Στην εικόνα φαίνονται οι φορές των ρευμάτων.



Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος

Ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος, που διαρρέει έναν αγωγό, ορίζεται ως το μονόμετρο μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του φορτίου q, που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t, προς το χρόνο t.

$$I = \frac{q}{t}$$

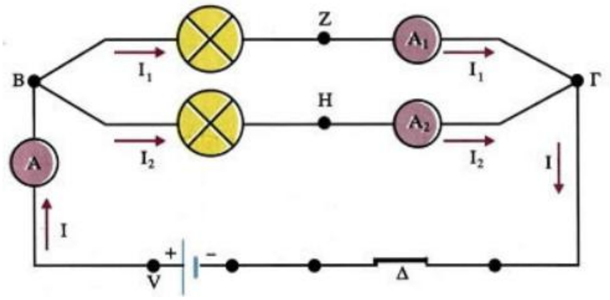
Μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το 1 Ampere (A).

Κανόνες Kirchhoff (Κίρχωφ)

Κόμβος λέγεται το σημείο ενός κυκλώματος, στο οποίο συναντιούνται τουλάχιστον τρεις ρευματοφόροι αγωγοί. Τα σημεία Β και Γ είναι κόμβοι του κυκλώματος.

Κλάδος λέγεται το τμήμα του κυκλώματος που βρίσκεται μεταξύ δύο κόμβων, π.χ. το τμήμα ΒΖΓ.

Βρόχος είναι κάθε κλειστή διαδρομή σ' ένα κύκλωμα, π.χ. η διαδρομή ΒΖΓΗΒ.



1ος Κανόνας Kirchhoff

Το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων, που «εισέρχονται» σ' ένα κόμβο, ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων, που «εξέρχονται» απ' αυτόν.

$$\Sigma I_{(\varepsilon\iota\sigma)} = \Sigma I_{(\varepsilon\xi)}$$

Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου. Όσο φορτίο «φτάνει» στον κόμβο ανά μονάδα χρόνου, τόσο φορτίο «φεύγει» απ' αυτόν ανά μονάδα χρόνου. Οι κόμβοι δεν είναι ούτε «πηγές», ούτε «καταβόθρες» φορτίων.

Αν αυθαίρετα θεωρήσουμε τις εντάσεις των ρευμάτων, που φτάνουν στον κόμβο ως θετικές και τις εντάσεις των ρευμάτων, που φεύγουν από τον κόμβο ως αρνητικές, τότε με βάση το παραπάνω σχήμα, ισχύει:

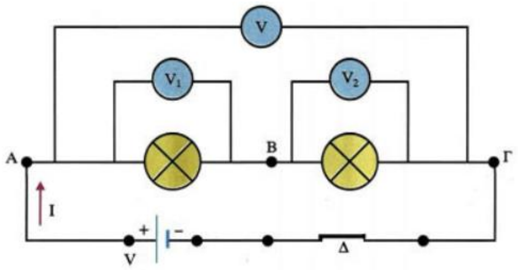
$$I - I_1 - I_2 = 0$$

Σ' ένα κόμβο το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων ισούται με μηδέν.

$$\Sigma I_{(\kappa\acute{o}\mu\beta o)} = 0$$

2ος Κανόνας Kirchhoff

Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα, ισχύει: $V_{AB} + V_{B\Gamma} + V_{\Gamma A} = 0$



Κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής σ' ένα κύκλωμα (βρόχου) το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού ισούται με μηδέν.

$$\Sigma V_{(\beta\rho\acute{o}\chi o)} = 0$$

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ – ΝΟΜΟΣ OHM

Αντίσταση R ενός αγωγού ονομάζουμε το μονόμετρο μέγεθος, που ισούται με το πηλίκο της τάσης V, που εφαρμόζεται στα άκρα του, προς την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

$$R = \frac{V}{I}$$

Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.) μονάδα μέτρησης της αντίστασης είναι το 1Ω (Ohm).

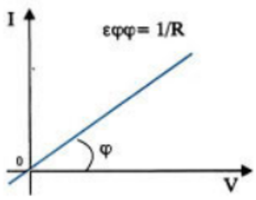
- Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα απ' αυτόν.
- Η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών οφείλεται στις «συγκρούσεις» των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα.

Νόμος Ohm

$$I = \frac{V}{R} \text{ με } R = \text{σταθερό}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη (μεταλλικό αγωγό) σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογη της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του.

Ο νόμος του Ωμ απεικονίζεται στην γραφική παράσταση:



Παράγοντες εξάρτησης αντίστασης

Η τιμή της αντίστασης ενός μεταλλικού σύρματος (αντιστάτης) εξαρτάται από:

- το μήκος του σύρματος (ℓ)
- το εμβαδό διατομής (πάχος) του σύρματος (S)
- το είδος του μετάλλου μέσω της ειδικής αντίστασης του μετάλλου (ρ)
- τη θερμοκρασία (θ)

Οι σχέσεις που προκύπτουν από τους παραπάνω παράγοντες εξάρτησης είναι:

$$R = \rho \cdot \frac{\boldsymbol{\ell}}{S}$$

Οπότε φαίνεται ότι η τιμή της αντίστασης ενός σύρματος είναι ανάλογη του μήκους του και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του και εξαρτάται από την τιμή της ειδικής αντίστασης ρ.
Σε ότι αφορά την εξάρτηση από την θερμοκρασία η σχέση εξάρτησης έχει την μορφή:

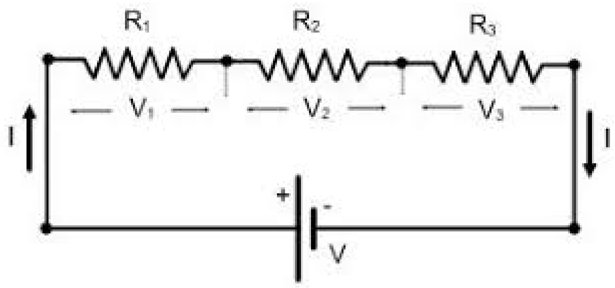
$$R_\theta = R_0 \cdot (1+\alpha \cdot \theta)$$

Όπου R_θ η αντίσταση σε θερμοκρασία θ, R_0 η αντίσταση σε θερμοκρασία 0 ^oC και α ο θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης που έχει συγκεκριμένη τιμή για κάθε μέταλλο.

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ

Σύνδεση αντιστατών σε σειρά

Όταν δύο ή περισσότεροι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά όπως στο παρακάτω σχήμα



τότε ισχύουν τα εξής:

Όλοι οι αντιστάτες διαρρέονται από την ***ίδια ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος $I_{ολ}$***, οπότε

$I_{ολ} = I_1 = I_2 = I_3$ και **$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3$** (2^{ος} κανόνας Kirchhoff)

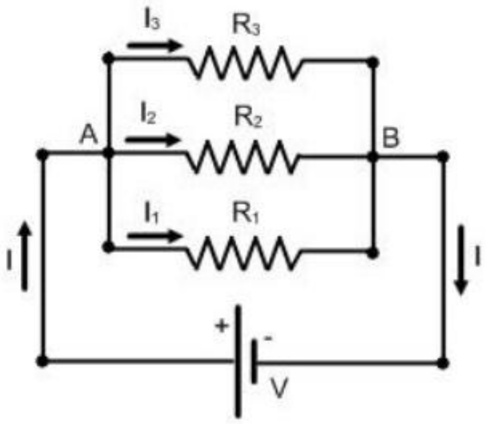
ενώ η για την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος ισχύει:

$$\mathbf{R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3}$$

Η $R_{ισοδ}$ που προκύπτει από τη σύνδεση δύο ή περισσοτέρων αντιστατών σε σειρά είναι πάντοτε μεγαλύτερη από καθένα από τους αντιστάτες που συνδέσαμε. Συνεπώς συνδέουμε αντιστάτες σε σειρά όταν για μια εφαρμογή απαιτείται να έχουμε τιμές αντίστασης μεγαλύτερες από αυτές που διαθέτει ο κάθε αντιστάτης ξεχωριστά.

Παράλληλη σύνδεση αντιστατών

Όταν δύο ή περισσότεροι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα όπως στο παρακάτω σχήμα



τότε ισχύουν τα εξής:

Όλοι οι αντιστάτες και η πηγή έχουν στα άκρα τους την ***ίδια τάση V*** στα άκρα τους αφού έχουν τα ίδια άκρα, οπότε

$$\mathbf{V_{ολ} = V_1 = V_2 = V_3} \quad \text{και} \quad \mathbf{I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3}$$ (1ος κανόνας Kirchhoff)

ενώ η για την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος ισχύει:

$$\frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

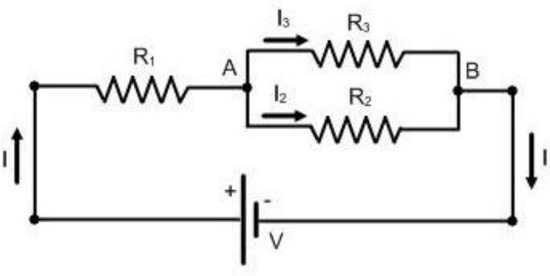
αν οι αντιστάτες είναι δύο μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση:

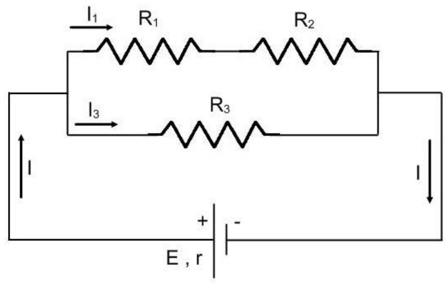
$$R_{ΟΛ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Η $R_{ισοδ}$ που προκύπτει από τη σύνδεση δύο ή περισσοτέρων αντιστατών παράλληλα είναι πάντοτε μικρότερη από καθένα από τους αντιστάτες που συνδέσαμε. Συνεπώς συνδέουμε αντιστάτες παράλληλα όταν για μια εφαρμογή απαιτείται να έχουμε τιμές αντίστασης μικρότερες από αυτές που διαθέτει ο κάθε αντιστάτης ξεχωριστά.

Μεικτή σύνδεση τριών αντιστατών

Όταν τρεις αντιστάτες συνδέονται μεικτά (σε σειρά και παράλληλα), προκύπτουν δύο συνδεσμολογίες που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.





Στο 1ο σχήμα ο αντιστάτης R_1 είναι συνδεδεμένος σε σειρά με το σύστημα των R_2 και R_3 που είναι συνδεδεμένες παράλληλα, ενώ στο 2ο σχήμα το σύστημα των R_1 και R_2 που είναι συνδεδεμένες σε σειρά, είναι συνδεδεμένο παράλληλα με τον αντιστάτη R_3.

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Ενέργεια ηλεκτρικού ρεύματος

$$\boldsymbol{W_{\eta\lambda} = E_{\eta\lambda} = V \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{V^2}{R} \cdot t}$$

Γενική σχέση, εφαρμόζεται σε οποιαδήποτε συσκευή

Σχέσεις που προκύπτουν με χρήση του νόμου Ωμ και αφορούν μόνο μεταλλικά σύρματα

Μονάδα μέτρησης της ενέργειας ηλ. Ρεύματος είναι το 1 Joule (1 J).

Ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος

$\boldsymbol{P_{\eta\lambda} = \frac{E_{\eta\lambda}}{t}}$, οπότε αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν

$$\boldsymbol{P_{\eta\lambda} = V \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}}$$

Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής ισχύος είναι το 1 Watt (1 W = 1 $\frac{J}{s}$).

Βατώρα

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι 1 J = 1W·1s. Αν στη μονάδα του χρόνου αντικαταστήσω αντί για sec, 1 ώρα (1h), προκύπτει μια νέα χρηστική μονάδα μέτρησης της ενέργειας η οποία είναι 1W·1h = 1 Wh (βατώρα). Ένα πολλαπλάσιο αυτής την κιλοβατώρα (1KWh) χρησιμοποιούν όλες οι εταιρείες παροχής ηλεκτρικής ενέργειας.

Κόστος λειτουργίας συσκευής

Οι εταιρείες ηλεκτρικής ενέργειας χρεώνουν με βάση των αριθμό των KWh που καταναλώνει ένα νοικοκυριό. Κάθε συσκευή καταναλώνει συγκεκριμένο αριθμό KWh, ανάλογα την ισχύ λειτουργίας, που είναι κατασκευαστικό χαρακτηριστικό και τον χρόνο λειτουργίας.
Έτσι για να υπολογίσουμε το κόστος λειτουργίας μιας συσκευής, π.χ. για ένα μήνα, υπολογίζουμε την ενέργεια που απαιτήθηκε μετρημένη σε KWh. Οι εταιρείες χρεώνουν την KWh με συγκεκριμένο ποσό, ανάλογα το τιμολόγιο. Άρα ο καθένας μπορεί να υπολογίσει το κόστος λειτουργίας μιας συσκευής.

Για να υπολογίσουμε πόσο κοστίζει η λειτουργία μίας συσκευής, αρκεί να γνωρίζουμε την ισχύ της συσκευής (αναγράφεται σε ετικέτα που βρίσκεται σε εμφανές σημείο) και τον χρόνο που λειτούργησε η συσκευή.

Χρησιμοποιώντας την σχέση $E_{ηλ} = P_{ηλ} \cdot t$, αντικαθιστούμε την ισχύ σε KW και τον χρόνο σε ώρες (h) οπότε υπολογίζουμε αριθμό κιλοβατωρών.
Πολλαπλασιάζουμε το κόστος της 1 KWh με τον αριθμό κιλοβατωρών και βρίσκουμε το κόστος σε ευρώ.
Η Δ.Ε.Η. χρεώνει την 1 kWh περίπου 15 λεπτά του ευρώ (0,15 €) , οπότε στο τέλος του τετραμήνου το ποσό που χρεωνόμαστε για την ηλεκτρική ενέργεια προκύπτει από έναν απλό πολλαπλασιασμό.

Ποσό = **αριθμός kWh** x **0,15 €**

<u>Αριθμητικό παράδειγμα:</u>

Συσκευή αναγραφεί P = 2000 W, V = 220 V. Αν την συνδέσουμε στο δίκτυο της ΔΕΗ που είναι 220 V, πόσα ευρώ στοιχίζει ανά δίμηνο, αν η ΔΕΗ χρεώνει την 1kWh για 0,15 ευρώ και λειτουργεί για 2 ώρες κάθε μέρα ;

<u>Λύση</u>

$$E_{ηλ} = P_{ηλ} \cdot t = 2000\ \text{W} \cdot 2\text{h} \cdot 60\ \text{ημερες} = 2000\ \text{W} \cdot 120\ \text{h} = 240.000\ \text{Wh} \quad = \frac{240.000}{1000}\ \text{kWh} \Rightarrow$$

οπότε $E_{ηλ} = 240\ \text{kWh}$.

Άρα η συσκευή κοστίζει το δίμηνο 240 kWh·0,15 **€** = 36 **€**

Νόμος Joule

Το ποσό θερμότητας Q που εκλύεται σε έναν μεταλλικό αγωγό σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογο:

- του τετραγώνου της έντασης I του ρεύματος που τον διαρρέει
- της αντίστασης του R και
- του χρόνου t διέλευσης του ηλεκτρικού ρεύματος

$$\mathbf{Q = I^2 \cdot R \cdot t}$$

Αν χρησιμοποιήσουμε την παραπάνω σχέση και εκφράσουμε τα μεγέθη I σε A, R σε Ω και t σε s, τότε βρίσκουμε τη θερμότητα Q σε J.

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $Q = \alpha \cdot I^2 \cdot R \cdot t$ και εκφράσουμε τα μεγέθη I σε A, R σε Ω και t σε s, τότε βρίσκουμε τη θερμότητα Q σε cal. Ο συντελεστής α ονομάζεται **ηλεκτρικό ισοδύναμο της θερμότητας** και ισούται με α = 0,24 cal/J.

Ενδείξεις κανονικής λειτουργίας

Σε κάθε συσκευή αναγράφονται σε εμφανές μέρος η **τάση κανονικής λειτουργίας V_K**, που δηλώνει ποια είναι η προτεινόμενη από τον κατασκευαστή τάση λειτουργίας. Στην ΕΕ συνήθως V_K = 220V. Στο ίδιο σημείο αναγράφεται και η **ισχύς κανονικής λειτουργίας P_K**, η οποία είναι η ισχύς που αποδίδει η συσκευή, αν στα άκρα της εφαρμόσουμε την προτεινόμενη από τον κατασκευαστή τάση (V_K).

Από τις ενδείξεις αυτές μπορούμε να βρούμε:

- την αντίσταση της συσκευής, ως εξής:

$$P_K = \frac{V_K^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_K^2}{P_K}$$

- την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει την συσκευή, όταν λειτουργεί κανονικά, ως εξής:

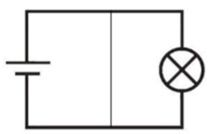
$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K}$$

Σημείωση: Αν στα άκρα της συσκευής εφαρμοστεί τάση μικρότερη από την $V_κ$, η συσκευή υπολειτουργεί χωρίς να κινδυνεύει να καταστραφεί, ενώ αν εφαρμοστεί τάση μεγαλύτερη από τη $V_κ$, η συσκευή υπερλειτουργεί με κίνδυνο να καταστραφεί.

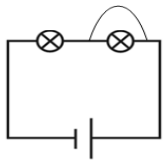
Βραχυκύκλωμα

Συμβαίνει όταν οι δύο πόλοι μιας πηγής συνδεθούν μεταξύ τους με αγωγό πολύ μικρής (αμελητέας) αντίστασης λόγω βλάβης, απροσεξίας ή τυχαίου γεγονότος.

Όταν υπάρχει βραχυκύκλωμα, από τον νόμο του Ωμ ($I = \frac{V}{R}$) προκύπτει ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται πολύ, αφού το ρεύμα περνά αποκλειστικά από τον αγωγό αμελητέας αντίστασης, με κίνδυνο φωτιάς ή ηλεκτροπληξίας.



Βραχυκύκλωμα αντιστάτη ή συσκευής συμβαίνει όταν τα άκρα του αντιστάτη συνδεθούν με αγωγό αμελητέας αντίστασης, οπότε το ρεύμα «παρακάμπτει» τον αντιστάτη και περνά αποκλειστικά από το σύρμα αμελητέας αντίστασης.



Για την προστασία του κυκλώματος από τις συνέπειες του βραχυκυκλώματος, συνδέουμε στο κύκλωμα <u>σε σειρά</u> μία *τηκόμενη ασφάλεια* ή μια αυτόματη ασφάλεια (ρελέ). Η τηκόμενη ασφάλεια αποτελείται από ένα εύτηκτο μεταλλικό σύρμα και όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα ξεπεράσει κάποια τιμή, το σύρμα λιώνει και το κύκλωμα ανοίγει.

ΗΛΕΚΤΡΕΓΕΡΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΗΓΗΣ (Η.Ε.Δ.)

Ηλεκτρεγερτική δύναμη **ε** μιας πηγής εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα.

$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

Ο όρος ηλεκτρεγερτική δύναμη δεν είναι ικανοποιητικός, γιατί **η ΗΕΔ δεν είναι δύναμη,** αλλά, όπως φαίνεται από τη προηγούμενη σχέση, έχει μονάδα μέτρησης ίδια με τη διαφορά δυναμικού.

Αν διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή της σχέσης με το χρόνο t, έχουμε:

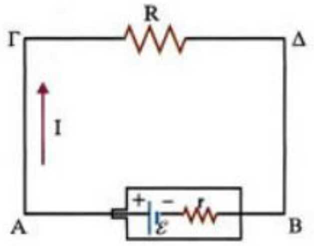
$$\varepsilon = \frac{W}{q} \Rightarrow \varepsilon = \frac{W/t}{q/t} \Rightarrow \varepsilon = \frac{P}{I}$$

Εσωτερική αντίσταση πηγής

Όταν μια ηλεκτρική πηγή διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, διαπιστώνουμε ότι θερμαίνεται. Η θερμότητα που αναπτύσσεται μέσα στην πηγή, οφείλεται στην **αντίσταση,** που αυτή παρεμβάλλει. Η αντίσταση αυτή αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος της πηγής και ονομάζεται **εσωτερική αντίσταση της πηγής και συμβολίζεται με r.** Η εσωτερική αντίσταση της πηγής εκφράζει τη δυσκολία, που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή.

Ο συμβολισμός μιας πηγής (Η.Ε.Δ) φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα



Στο κύκλωμα του σχήματος υπάρχει ΗΕΔ με εσωτερική αντίσταση r, συνδεδεμένη στα άκρα αντίστασης R που θεωρείται **εξωτερικό κύκλωμα.**

Η ενέργεια που δίνει η πηγή στο κύκλωμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του φαινομένου Joule στο εξωτερικό κύκλωμα και στην εσωτερική αντίσταση της πηγής. Οπότε:

$W_{πηγής} = Q_R + Q_r$ ➡ $\mathcal{E} \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t$ ➡ $\mathcal{E} = I \cdot R + I \cdot r$ ➡ $I = \mathcal{E}/R+r$

Οπότε:

$$I = \frac{E}{R+r}$$

Πολική τάση

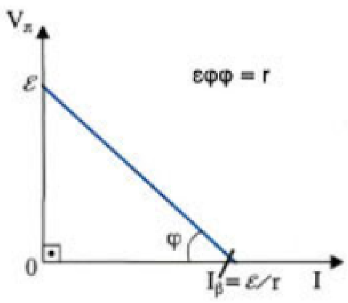
Είναι η τάση στα άκρα της πηγής (στους πόλους της – πολική τάση). Επειδή η εσωτερική αντίσταση είναι μέσα στην πηγή η πολική τάση δεν ταυτίζεται με την ΗΕΔ της πηγής, εκτός αν η πηγή δεν διαρρέεται από ρεύμα. Η πολική τάση ισούται με την τάση που εφαρμόζεται στο εξωτερικό κύκλωμα (δες σχήμα). Οπότε ισχύει:

$V_Π = I \cdot R$

Η σχέση $\mathcal{E} = I \cdot R + I \cdot r$ γίνεται $\mathcal{E} = V_Π + I \cdot r$ οπότε λύνοντας προς $V_Π$, έχουμε:

$$V_Π = \mathcal{E} - I \cdot r$$

Από την σχέση φαίνεται ότι <u>$V_Π = \mathcal{E}$ όταν το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα (I=0) ή η πηγή είναι **ιδανική (r=0).**</u> Η γραφική παράσταση $V_Π(I)$ έχει την μορφή:



Από την γραφική παράσταση και την σχέση φαίνεται ότι όταν $V_Π = 0$, ουσιαστικά R = 0, δηλαδή δεν υπάρχει εξωτερικό κύκλωμα, άρα έχει βραχυκυκλωθεί η πηγή. Οπότε η ένταση του ρεύματος έχει αυξηθεί πολύ και είναι ίση με **$I_β = \mathcal{E}/r$ και ονομάζεται ρεύμα βραχυκύκλωσης.**

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Ηλεκτρικό Ρεύμα

$$\mathbf{I = q / t}$$

I: ένταση ρεύματος (A)
q: φορτίο (C)
t: χρόνος (s)

Κανόνες του Kirchhoff

Πρώτος κανόνας (Κανόνας των κόμβων):
Το άθροισμα των εντάσεων που εισέρχονται σε έναν κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των εντάσεων που εξέρχονται.

$$\mathbf{\Sigma\, I_{εισ.} = \Sigma\, I_{εξ.}} \;\; \text{ή} \;\; \mathbf{\Sigma\, I = 0}$$

Δεύτερος κανόνας (Κανόνας των βρόχων):
Σε κάθε κλειστό βρόχο, το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού είναι μηδέν.

$$\mathbf{\Sigma\, V = 0}$$

Παράγοντες εξάρτησης της αντίστασης

$$\mathbf{R = \rho \cdot L / S}$$

ρ: ειδική αντίσταση (Ω·m)
L: μήκος αγωγού (m)
S: εμβαδόν διατομής (m^2)

$$\mathbf{R_\theta = R_0\, [\, 1 + \alpha\, (\theta - \theta_0)\,]}$$

R_θ: αντίσταση στη θερμοκρασία θ
R_0: αντίσταση στη θερμοκρασία αναφοράς θ_0 (συνήθως θ_0 = 0°C)
α: θερμικός συντελεστής αντίστασης (1/°C)

Νόμος του Ohm (για αντιστάτη)

$$\mathbf{V = I \cdot R}$$

V: τάση (V)
I: ένταση (A)
R: αντίσταση (Ω)

Ηλεκτρική Ενέργεια

$$\mathbf{W = P \cdot t = V \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = V^2/R \cdot t}$$

W: ενέργεια (J)

Ηλεκτρική Ισχύς

$$\mathbf{P = V \cdot I = I^2 \cdot R = V^2 / R}$$

P: ισχύς (W)

Συνδεσμολογία Αντιστάσεων

Σε σειρά:
$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$
Ίδιο ρεύμα: $I = I_1 = I_2 = \ldots$
$V_{ολ} = V_1 + V_2 + \ldots$

Παράλληλα:
$1 / R_{ολ} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots$
Ίδια τάση: $V = V_1 = V_2 = \ldots$
$I_{ολ} = I_1 + I_2 + \ldots$

Νόμος του Ohm για κύκλωμα με πηγή εσωτερικής αντίστασης

$$\mathbf{V_{πηγής} = E - I \cdot r}$$
$$\mathbf{I = E / (R_{εξ} + r)}$$

E: ΗΕΔ (V)
r: εσωτερική αντίσταση (Ω)
$R_{εξ}$: εξωτερική αντίσταση (Ω)

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ (Α ΘΕΜΑΤΑ)

Α1. Ο ρόλος μιας ηλεκτρικής πηγής σ’ ένα κύκλωμα είναι:
α. να δημιουργεί διαφορά δυναμικού.
β. να παράγει ηλεκτρικά φορτία.
γ. να αποθηκεύει ηλεκτρικά φορτία.
δ. να επιβραδύνει την κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων.

Α2. Σε ένα μεταλλικό αγωγό το ηλεκτρικό ρεύμα:
α. οφείλεται στην προσανατολισμένη κίνηση των θετικών ιόντων του.
β. οφείλεται στην προσανατολισμένη κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων του.
γ. οφείλεται στην ταλάντωση των θετικών ιόντων του.
δ. οφείλεται στην άτακτη κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων του.

Α3. Αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης 5Α. Το ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού σε χρονική διάρκεια 10s είναι:
α. 50C β. 2C γ. 0,5C δ. 5C

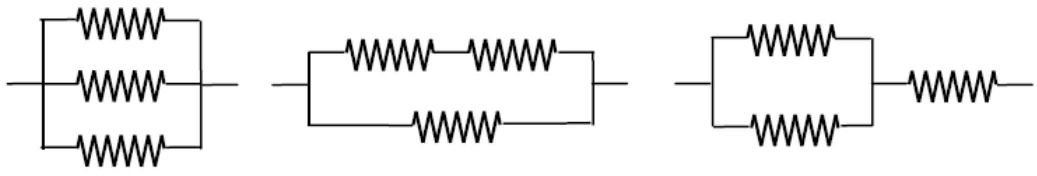
Α4. Στα άκρα ενός χάλκινου σύρματος, σταθερής θερμοκρασίας, εφαρμόζεται τάση V. Αν διπλασιαστεί η τάση, τότε:
α. θα διπλασιαστεί η αντίσταση του σύρματος.
β. θα διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σύρμα.
γ. θα υποδιπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σύρμα.
δ. θα υποδιπλασιαστεί η αντίσταση του σύρματος.

Α5. Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από δύο παράλληλες αντιστάσεις R_1 και R_2 έτσι ώστε $R_1 = 4R_2$. Το κύκλωμα διαρρέεται από συνολικό ρεύμα $I = 10A$, το οποίο διαιρείται στις δύο αντιστάσεις έτσι ώστε:
α. $I_1 = 5A$, $I_2 = 5A$ β. $I_1 = 8A$, $I_2 = 2A$
γ. $I_1 = 2A$, $I_2 = 8A$ δ. $I_1 = 6A$, $I_2 = 4A$

Α6. Αντιστάτης R διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι P. Αν διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R, η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος:
α. διπλασιάζεται β. υποδιπλασιάζεται
γ. παραμένει σταθερή δ. τετραπλασιάζεται

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΜΕ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ (Β ΘΕΜΑΤΑ)

Β1. Τρείς αντιστάτες που έχουν ίδια αντίσταση *R*, συνδέονται με τρείς διαφορετικούς τρόπους (α), (β) και (γ) όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



(α) (β) (γ)

Η ισοδύναμη αντίσταση στο κύκλωμα (α) είναι *R*1, στο κύκλωμα (β) είναι *R*2 και στο κύκλωμα (γ) είναι *R*3.

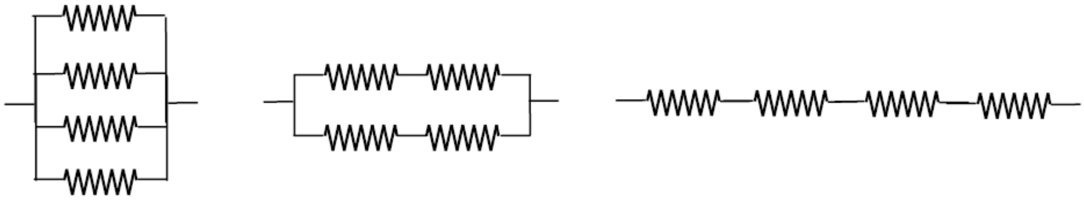
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Για τις ισοδύναμες αντιστάσεις ισχύει:

α. $R_1 > R_2 > R_3$ β. $R_1 < R_2 < R_3$ γ. $R_2 > R_1 > R_3$

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β2. Δίνονται τέσσερεις όμοιοι αντιστάτες με αντίσταση *R* ο καθένας, σε τρεις διαφορετικές συνδεσμολογίες (Σ.1, Σ.2, Σ.3).



Σ.1 Σ.2 Σ.3

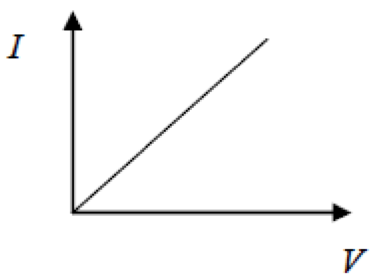
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η μεγαλύτερη ολική ηλεκτρική αντίσταση θα μετρηθεί στη συνδεσμολογία:

α. Σ.1 β. Σ.2 γ. Σ.3

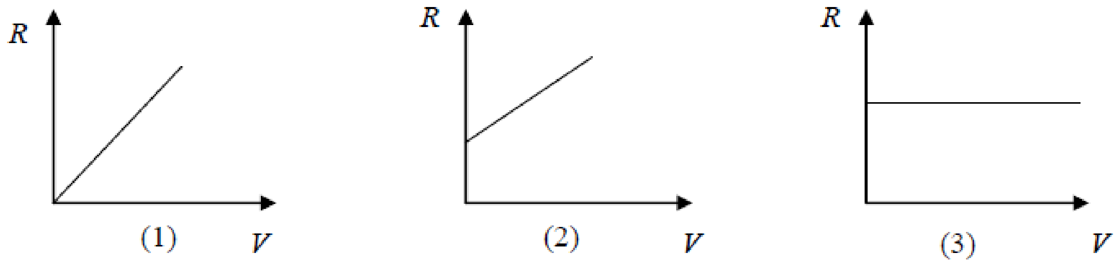
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β3. Η ένταση *I* του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη αντίστασης *R*, σταθερής θερμοκρασίας, μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού *V*, που εφαρμόζεται στα άκρα του, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



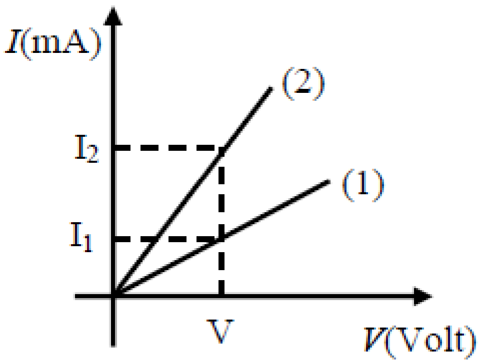
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται τρείς πιθανές γραφικές παραστάσεις, για τη μεταβολή της αντίστασης *R*, σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού *V*.



Η σωστή γραφική παράσταση είναι:
α) η (1) β) η (2) γ) η (3)
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β4. Κόψαμε ένα ομογενές μεταλλικό κυλινδρικό σύρμα σε δύο μέρη (1) και (2) και σχεδιάσαμε σε κοινούς άξονες τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση στα άκρα τους.
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Από τις γραφικές παραστάσεις προκύπτει ότι το μήκος του σύρματος (1) είναι:
α. μεγαλύτερο από το μήκος του σύρματος(2).
β. μικρότερο από το μήκος του σύρματος (2).
γ. ίσο με το μήκος του σύρματος (2).

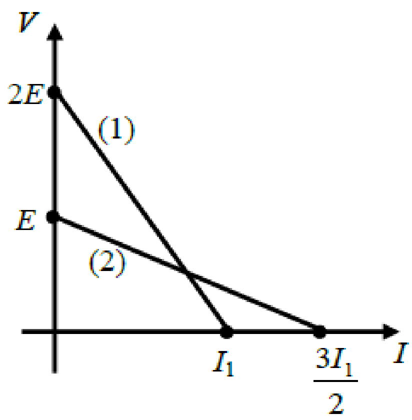


Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β5. Θερμική ηλεκτρική συσκευή αναγράφει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας 220 V/484 W. (Θεωρούμε ότι η ηλεκτρική συσκευή συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Εάν η συσκευή τροφοδοτηθεί από τάση 200 V, θα καταναλώνει:
α. 484 W β. 400 W γ. 300 W
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β6. Δύο λαμπτήρες $Λ_1$ και $Λ_2$ έχουν ενδείξεις κανονικής λειτουργίας: Ο λαμπτήρας $Λ_1$ 220V, 100 W και ο λαμπτήρας $Λ_2$ 220V, 75 W. (Θεωρούμε τους λαμπτήρες σαν ωμικούς αντιστάτες).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Εάν συνδέσουμε τους λαμπτήρες σε σειρά και στα άκρα τους εφαρμόσουμε τάση *V*, ποιός από τους δύο θα φωτοβολεί περισσότερο; (Θεωρούμε ότι η φωτοβολία είναι ανάλογη της ισχύος του λαμπτήρα).
α. ο λαμπτήρας $Λ_1$ β. ο λαμπτήρας $Λ_2$ γ. και οι δύο το ίδιο
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β7. Στο σχήμα παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες δύο πηγών (1) και (2). Οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών (1) και (2) είναι r_1 και r_2 αντίστοιχα.

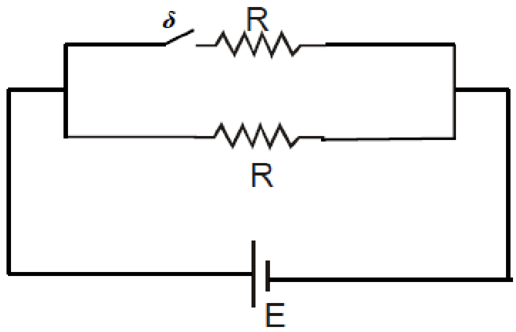


Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Για τις εσωτερικές αντιστάσεις ισχύει :

α. $r_2 = \frac{r_1}{4}$ β. $r_2 = \frac{r_1}{3}$ γ. $r_2 = \frac{r_1}{2}$

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β8. Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος τροφοδοτείται από ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E και μηδενικής εσωτερικής αντίστασης ($r = 0$). Όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, το κύκλωμα καταναλώνει ισχύ P_1. Αν κλείσουμε το διακόπτη η ισχύς που θα καταναλώνει το κύκλωμα είναι ίση με P_2.

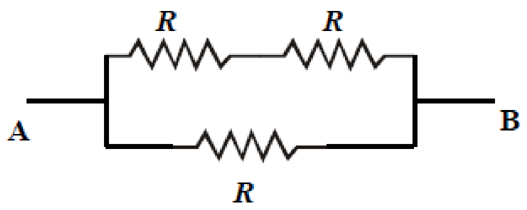


Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Για τις τιμές της ισχύος που καταναλώνεται από το κύκλωμα στις δύο περιπτώσεις ισχύει :

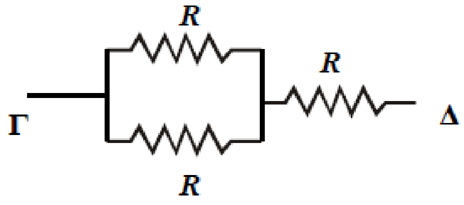
α. $P_1 = 2 \cdot P_2$ β. $P_2 = P_1$ γ. $P_2 = 2 \cdot P_1$

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β9. Στο παρακάτω σχήμα εικονίζονται δύο συστοιχίες αντιστατών, που αποτελούνται από όμοιους αντιστάτες, αντίστασης R. Αν συνδεθεί η συστοιχία (1) στα σημεία Α και Β με ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E και αμελητέας εσωτερικής αντίστασης ($r = 0$) το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1, ενώ αν συνδεθεί η συστοιχία (2) στα σημεία Γ και Δ με ηλεκτρική πηγή όμοια με την παραπάνω, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2.



Συστοιχία (1)



Συστοιχία (2)

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Για τις τιμές των εντάσεων του ρεύματος στις δύο περιπτώσεις ισχύει :
α. I_1=9/4 I_2 β. I_1=3/2 I_2 γ. I_1=2/3 I_2

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β10. Δύο λαμπτήρες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και τα άκρα του συστήματος τους συνδέονται με ηλεκτρική πηγή που έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη *E* και μηδενική εσωτερική αντίσταση. Έτσι οι δύο λαμπτήρες φωτοβολούν. (Θεωρούμε ότι οι λαμπτήρες συμπεριφέρονται σαν ωμικοί αντιστάτες και ότι η φωτοβολία κάθε λαμπτήρα είναι ανάλογη της ισχύος του).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Εάν ο ένας από τους δύο λαμπτήρες καταστραφεί, ο άλλος θα φωτοβολεί:
α. περισσότερο από πριν (με κίνδυνο να καταστραφεί)
β. λιγότερο από πριν
γ. το ίδιο με πριν
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β11. Δύο λαμπτήρες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά και τα άκρα του συστήματος τους συνδέονται με ηλεκτρική πηγή με ΗΕΔ *E* και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. (Θεωρούμε ότι οι λαμπτήρες συμπεριφέρονται σαν ωμικοί αντιστάτες και ότι η φωτοβολία κάθε λαμπτήρα είναι ανάλογη της ισχύος του).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Εάν βραχυκυκλώσουμε τον έναν από τους δύο λαμπτήρες, ο άλλος :
α. θα φωτοβολεί περισσότερο (με κίνδυνο να καταστραφεί)
β. θα φωτοβολεί λιγότερο
γ. θα φωτοβολεί το ίδιο με πριν
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

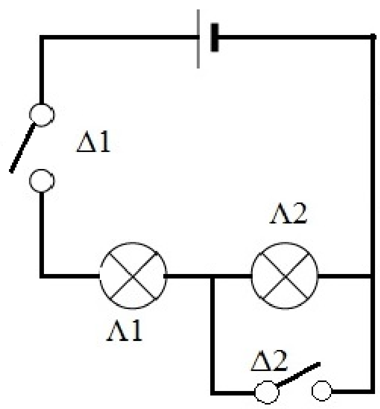
Β12. Διαθέτουμε μια λάμπα με ηλεκτρική ισχύ 40W και μια άλλη με ηλεκτρική ισχύ 60W. Και οι δύο λάμπες είναι της ίδιας τεχνολογίας και λειτουργούν υπό την ίδια τάση. (Θεωρούμε ότι και οι δύο λάμπες συμπεριφέρονται σαν ωμικοί αντιστάτες).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Μεγαλύτερη ωμική αντίσταση έχει η λάμπα:
α. Των 40 W β. Των 60 W γ. Εξαρτάται από την πηγή του ρεύματος.
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Β13. Σε ένα σπίτι λειτουργούν ταυτόχρονα μία φριτέζα με ισχύ κανονικής λειτουργίας P_1 = 2200W, ένας αναμείκτης (μίξερ) με ισχύ κανονικής λειτουργίας P_2 = 550W και μία ηλεκτρική σκούπα με ισχύ κανονικής λειτουργίας P_3 = 1100W. Δίνεται ότι η τάση τροφοδοσίας του ηλεκτρικού δικτύου του σπιτιού είναι 220V. (Να θεωρήσετε ότι οι σχέσεις που γνωρίζετε για το συνεχές ρεύμα ισχύουν και για το εναλλασσόμενο ρεύμα του ηλεκτρικού δικτύου του σπιτιού και ότι οι παραπάνω ηλεκτρικές συσκευές συμπεριφέρονται σαν ωμικοί αντιστάτες).
Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Η ένταση *I* του ηλεκτρικού ρεύματος, που πρέπει τουλάχιστον να «αντέχει» η ασφάλεια είναι:

α. 2,5 A β. 10 A γ. 17,5 A

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

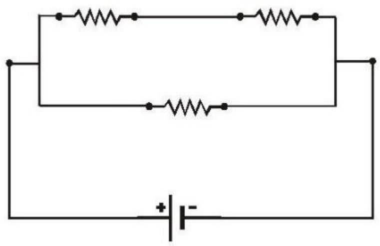
Β14. Στο πιο κάτω κύκλωμα οι λαμπτήρες Λ1 και Λ2 είναι πανομοιότυποι και θεωρούμε ότι συμπεριφέρονται σαν ωμικοί αντιστάτες.



Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Για να φωτοβολούν και οι δύο λαμπτήρες πρέπει:
α. και οι δύο διακόπτες Δ1 και Δ2 να είναι κλειστοί
β. μόνο ο διακόπτης Δ2 να είναι κλειστός
γ. μόνο ο διακόπτης Δ1 να είναι κλειστός
Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Γ1. Στο παρακάτω κύκλωμα οι αντιστάσεις είναι καθεμιά R = 3Ω ενώ η πηγή είναι τάσης V = 24Volt. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος και την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.

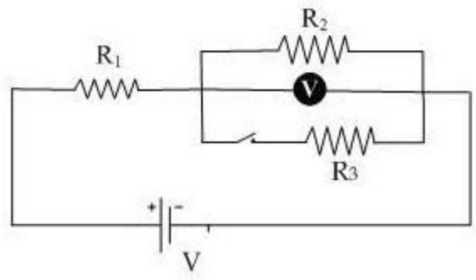


Γ2. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται: R1 = 7Ω, R2 = 2Ω, R3 = 2Ω και Vολ = 16Volt. Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση του κυκλώματος , όλες τις εντάσεις ρεύματος και την τάση που δείχνει το βολτόμετρο

α) όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός και

β) όταν ο διακόπτης είναι κλειστός.

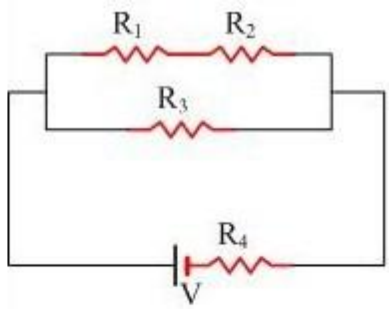
Θεωρήστε ότι το βολτόμετρο έχει άπειρη αντίσταση.



Γ3. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνονται: R_1 = 2Ω, R_2 = 4Ω, R_3 = 3Ω, R_4 = 3Ω και V = 10Volt. Να υπολογίσετε

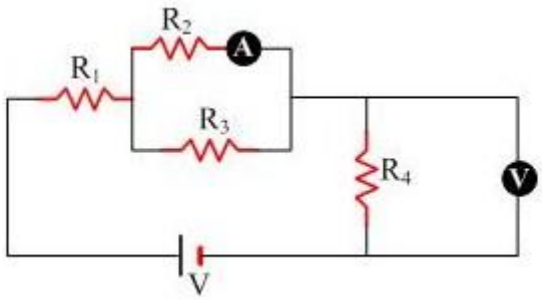
α) την ολική αντίσταση του κυκλώματος,

β) τις εντάσεις ρεύματος και την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.

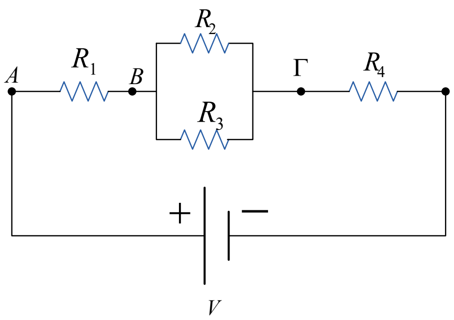


Γ4. Για το παρακάτω κύκλωμα δίνεται ότι R_1=4Ω, R_2=3Ω, R_3=6Ω, η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι ίση με 2A και του βολτομέτρου 12V. Αν τα όργανα θεωρηθούν ιδανικά, να υπολογίσετε:

α) τις εντάσεις όλων των ρευμάτων
β) την αντίσταση R_4 και
γ) την τάση της πηγής.



Γ5. Δίνεται το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος:

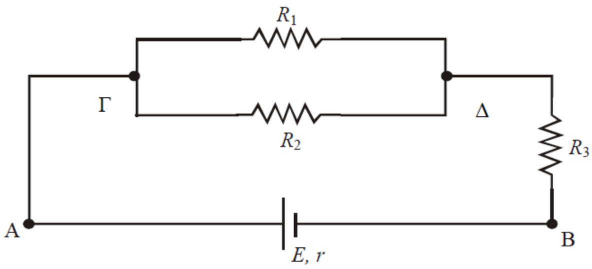


Η τάση της τροφοδοσίας είναι V = 120V και οι τιμές των αντιστάσεων είναι R_1 = 15Ω, $R_2 = R_3$ = 30Ω και R_4 = 10Ω.
Α. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας.
Β. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_1.
Γ. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης R_1.
Δ. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης R_2.
Ε. Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που εκλύεται στον αντιστάτη R_3 σε χρόνο t = 10s.
ΣΤ. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνει όλο το κύκλωμα σε kWh, αν λειτουργεί για χρόνο 0,5h.

Γ6. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, διακόπτης, αμπερόμετρο και αντιστάτης R. Στους πόλους της πηγής συνδέεται βολτόμετρο. Όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 20V. Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 16V και του αμπερομέτρου 4A. Αν τα όργανα μέτρησης θεωρηθούν ιδανικά, να βρείτε
α) την ΗΕΔ Ε και την εσωτερική αντίσταση r της πηγής
β) την ισχύ στον αντιστάτη R
γ) την ενέργεια που δαπανά ο αντιστάτης R σε t = 2min

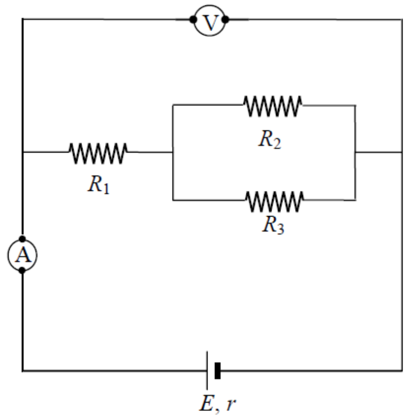
Γ7. Δύο αντιστάτες R_1 = 3Ω και R_2 = 6Ω συνδεδεμένοι παράλληλα, συνδέονται σε σειρά με αντιστάτη R_3 = 6Ω. Τα άκρα του συστήματος συνδέονται με πηγή Ε = 36V με r = 1Ω. Να βρεθούν:
α) η ολική αντίσταση του κυκλώματος
β) η ένταση ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη
γ) η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη
δ) η ισχύς που προσφέρεται από την πηγή

Γ8. Οι αντιστάτες του παρακάτω κυκλώματος έχουν αντίστοιχα αντιστάσεις $R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$ και $R_3 = 50\ \Omega$, ενώ η ηλεκτρική πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E και εσωτερική αντίσταση $r = 1\ \Omega$. Ο αντιστάτης αντίστασης R_1 διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I_1 = 0{,}1$ A.



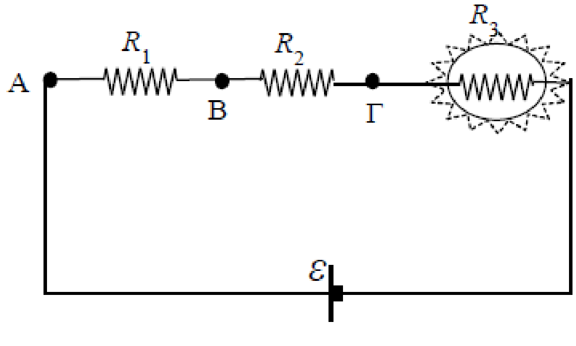
Α. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος.
Β. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού $V_{ΓΔ}$ ανάμεσα στα σημεία Γ και Δ του ηλεκτρικού κυκλώματος.
Γ. Να υπολογίσετε την ισχύ του εξωτερικού κυκλώματος.
Δ. Να υπολογίσετε τη συνολική ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρει η πηγή σε ολόκληρο το κύκλωμα σε 10min.

Γ9. Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος οι ενδείξεις του βολτομέτρου και του αμπερομέτρου, που θεωρούνται και τα δύο ιδανικά, είναι αντίστοιχα $V = 60$ V και $I = 2$ A. Η ηλεκτρική πηγή έχει εσωτερική αντίσταση $r = 1\ \Omega$ και ηλεκτρεγερτική δύναμη E, ενώ δίνονται: $R_1 = 20\ \Omega$ και $R_2 = 20\ \Omega$



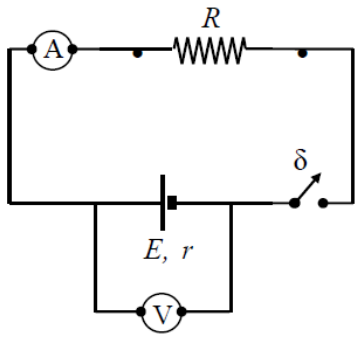
Α. Να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής.
Β. Να βρείτε την τιμή της εξωτερικής αντίστασης του κυκλώματος
Γ. Να βρείτε την τιμή της αντίστασης R_3.
Δ. Να υπολογίσετε το ρεύμα βραχυκύκλωσης της ηλεκτρικής πηγής

Γ10. Στο σχήμα παριστάνεται ένα ηλεκτρικό κύκλωμα με τρεις ωμικούς αντιστάτες με αντιστάσεις R_1=2Ω , R_2=4Ω και $R3$. Η τρίτη αντίσταση είναι αυτή ενός λαμπτήρα πυρακτώσεως, ο οποίος έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας 8 V / 16 W. Η πηγή έχει ΗΕΔ E = 14V , δεν έχει εσωτερική αντίσταση, όπως δεν έχουν αντίσταση και οι αγωγοί σύνδεσης.
Θεωρούμε ότι ο λαμπτήρας συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης.



Α) Να βρείτε την αντίσταση του λαμπτήρα.
Β) Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
Γ) Να υπολογίσετε την ισχύ του λαμπτήρα στο κύκλωμα και να ελέγξετε αν αυτός λειτουργεί κανονικά.
Δ) Μπορούμε να βραχυκυκλώσουμε (να ενώσουμε με σύρμα αμελητέας αντίστασης) είτε τα σημεία Α και Β είτε τα σημεία Β και Γ. Σε κάθε μία από τις δύο αυτές περιπτώσεις να χαρακτηρίσετε τη λειτουργία του λαμπτήρα (υπολειτουργεί, λειτουργεί κανονικά, υπερλειτουργεί με κίνδυνο να καταστραφεί).

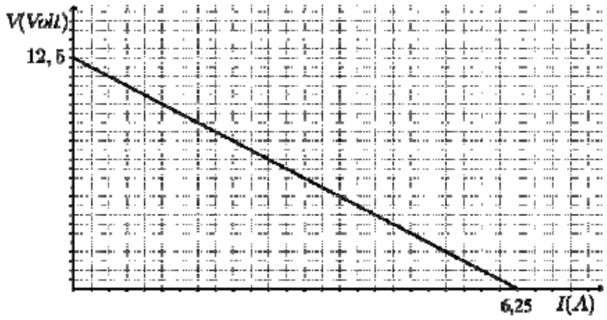
Γ11. Μία ομάδα μαθητών πραγματοποίησε στο εργαστήριο φυσικής το κύκλωμα του σχήματος προκειμένου να υπολογίσει πειραματικά την τιμή *R* της αντίστασης του αντιστάτη καθώς και τα στοιχεία της ηλεκτρικής πηγής, δηλαδή την ηλεκτρεγερτική της δύναμης *E* και την εσωτερική της αντίσταση *r*. Το βολτόμετρο και το αμπερόμετρο θεωρούνται ιδανικά. Όταν οι μαθητές είχαν ανοιχτό το διακόπτη δ η ένδειξη του βολτομέτρου ήταν 6V. Όταν οι μαθητές είχαν κλειστό το διακόπτη δ η ένδειξη του βολτομέτρου ήταν 5V και του αμπερομέτρου 0,5Α. Να υπολογίσετε:



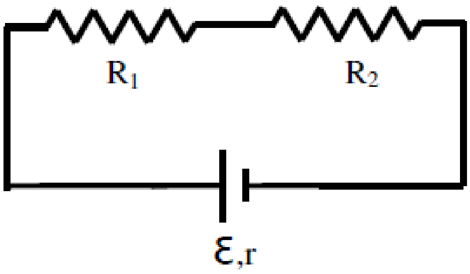
Α) Την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής καθώς και την ένδειξη του αμπερομέτρου όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός.
Β) Την τιμή της αντίστασης *R* του αντιστάτη.
Γ) Την εσωτερική αντίσταση της πηγής.
Οι μαθητές σύνδεσαν έναν αντιστάτη αντίστασης R_1 = 40Ω παράλληλα με τον αντιστάτη R.
Σε αυτή την περίπτωση να υπολογίσετε:
Δ) Την ηλεκτρική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα στο εξωτερικό κύκλωμα σε χρόνο 100s.

Γ12. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις R_1 = 2 Ω , R_2 = 4 Ω, είναι μεταξύ τους συνδεδεμένοι σε σειρά, ενώ ένας τρίτος αντιστάτης R_3 = 3 Ω είναι συνδεδεμένος παράλληλα με το σύστημα των δύο αντιστατών R_1, R_2. Στα άκρα του συστήματος όλων των αντιστατών συνδέουμε ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης ε=18V και εσωτερικής αντίστασης r = 1 Ω και το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.
Α) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο ηλεκτρικό κύκλωμα.
Β) Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος.
Γ) Να υπολογίσετε τη πολική τάση της ηλεκτρικής πηγής.
Δ) Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνει η αντίσταση R_1 σε χρόνο t = 2 min.

Γ13. Η χαρακτηριστική καμπύλη μιας ηλεκτρικής πηγής, φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος.
Α) Να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη *ε* και την εσωτερική αντίσταση r της πηγής.

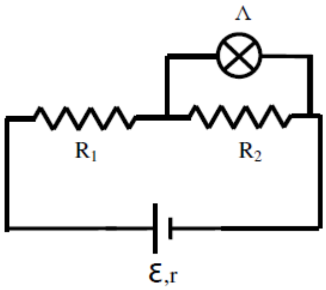


Με αυτή την ηλεκτρική πηγή τροφοδοτείται το σύστημα δύο αντιστατών με αντιστάσεις R_1 = 36 Ω και R_2 = 12 Ω, που έχουν συνδεθεί σε σειρά, όπως φαίνεται στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος.

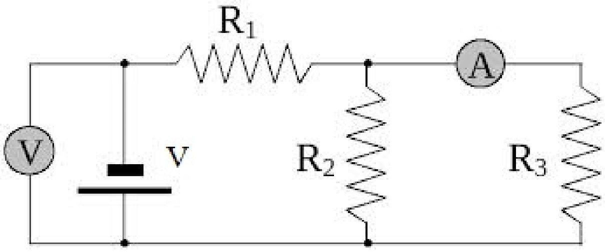


Β) Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2.
Γ) Να υπολογίσετε τον λόγο $P_{εξωτ.}/P_{πηγ.}$ όπου $P_{εξωτ.}$ είναι η ισχύς που παρέχει η πηγή στο σύστημα των δύο αντιστατών R_1, R_2 και $P_{πηγ.}$ η συνολική ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα.

Διαθέτουμε λαμπάκι Λ με συνθήκες κανονικής λειτουργίας P_K = 1,5 W και V_K = 3V. Συνδέουμε το λαμπάκι παράλληλα στην R_2. Θεωρούμε ότι το λαμπάκι συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης.
Δ) Να ελέγξετε αν το λαμπάκι θα λειτουργήσει κανονικά.

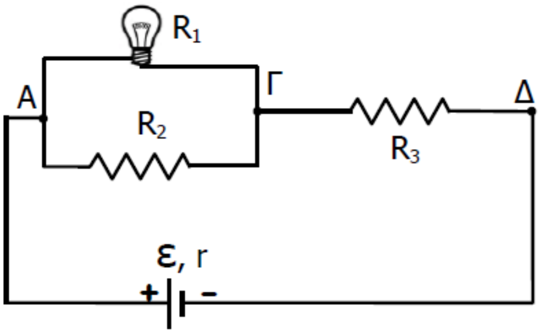


Γ14. Στο πιο κάτω κύκλωμα η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 14V και οι αντιστάτες έχουν αντίσταση R_1 = 5Ω, R_2 = 3Ω, R_3 = 6Ω.
Το βολτόμετρο και το αμπερόμετρο είναι ιδανικά όργανα.



Α) Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.
Β) Να υπολογίσετε τη τάση στα άκρα της R_1.
Γ) Να βρείτε την ένδειξη του αμπερομέτρου και τη φορά του ρεύματος που το διαρρέει.
Δ) Να υπολογίσετε το ποσό της θερμότητας που προκύπτει από τη μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας στον αντιστάτη R_2, σε 10 min.

Γ15. Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται: R_1 =100Ω, R_2 = 100Ω και R_3 = 150Ω (όπου R_1 η αντίσταση του λαμπτήρα, ο οποίος θεωρούμε ότι συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης). Στο διπλανό κύκλωμα ο ηλεκτρικός λαμπτήρας λειτουργεί σύμφωνα με τις προδιαγραφές κατασκευής του.



Για την πηγή του κυκλώματος δίνονται: ε = 250 V και r = 0 Ω.

Να βρείτε:

Α) Την ολική εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος.

Β) Τις εντάσεις των ηλεκτρικών ρευμάτων τα οποία διαρρέουν τις αντιστάσεις R_2 και R_3.

Γ) Την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται στον ηλεκτρικό λαμπτήρα σε διάρκεια 10 min.

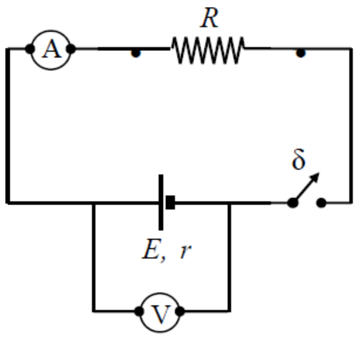
Δ) Εάν η αντίσταση R_2 καταστραφεί και δεν διαρρέεται από ρεύμα, ο ηλεκτρικός λαμπτήρας θα:

(α) υπερλειτουργεί με κίνδυνο να καταστραφεί.

(β) υπολειτουργεί.

(γ) λειτουργεί όπως και πριν την καταστροφή της αντίστασης R_2.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.



Γ16. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις R_1 = 2 Ω , R_2 = 4 Ω, είναι μεταξύ τους συνδεδεμένοι σε σειρά, ενώ ένας τρίτος αντιστάτης R_3 = 3 Ω είναι συνδεδεμένος παράλληλα με το σύστημα των δύο αντιστατών R_1, R_2. Στα άκρα του συστήματος όλων των αντιστατών συνδέουμε ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης ε=18V και εσωτερικής αντίστασης r = 1 Ω και το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

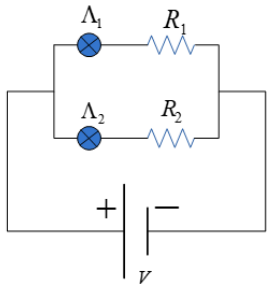
Α) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο ηλεκτρικό κύκλωμα.

Β) Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος.

Γ) Να υπολογίσετε τη πολική τάση της ηλεκτρικής πηγής.

Δ) Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνει η αντίσταση R_1 σε χρόνο t = 2 min.

Γ17. Δύο ηλεκτρικοί λαμπτήρες $Λ_1$ και $Λ_2$ αναγράφουν τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας 20V/40W και 20V/80W αντίστοιχα. Οι λαμπτήρες συνδέονται όπως φαίνεται στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος και λειτουργούν κανονικά, όταν το σύστημα τροφοδοτείται με τάση V = 100V.

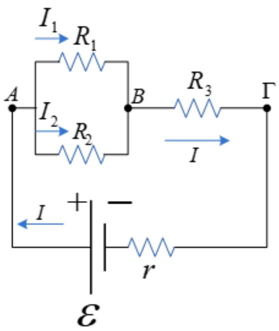


Να υπολογίσετε:

Α. τις τιμές των αντιστατών $R_{Λ_1}$ και $R_{Λ_2}$ των λαμπτήρων $Λ_1$ και $Λ_2$ αντίστοιχα.

Β. τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους λαμπτήρες στο κύκλωμα του παραπάνω σχήματος.
Γ. τις τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2.
Δ. την ισχύ που καταναλώνουν οι αντιστάσεις R_1 και R_2 χωριστά.
Ε. τη συνολική ισχύ που καταναλώνει η συνδεσμολογία.

Γ18. Στο κύκλωμα του σχήματος η ΗΕΔ της πηγής είναι $E = 12V$ και η εσωτερική της αντίσταση r = 1Ω. Οι αντιστάτες έχουν αντιστάσεις R_1 = 3Ω, R_2 = 6Ω και R_3 = 3Ω. Να υπολογίσετε:

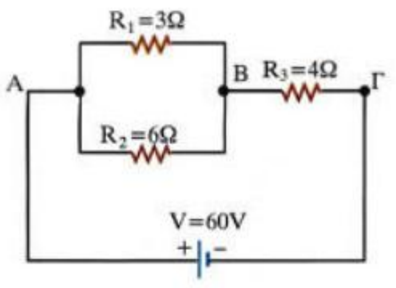


Α. την ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας.
Β. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.
Γ. την πολική τάση της πηγής.
Δ. τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τις αντιστάσεις R_1 και R_2.
Ε. την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό τμήμα του κυκλώματος.
ΣΤ.την ισχύ που παρέχει η πηγή σε ολόκληρο το κύκλωμα καθώς και το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται στον αντιστάτη με αντίσταση R_3 σε χρόνο t = 10s.

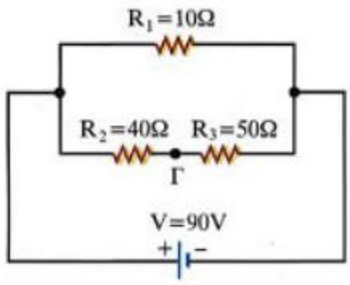
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Γ19. Στα παρακάτω κυκλώματα να βρείτε:

α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.



(α)



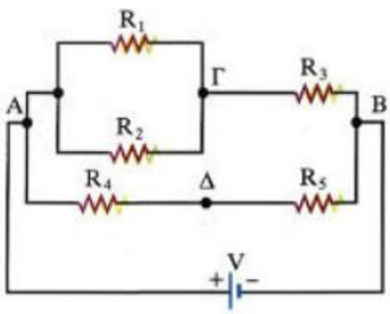
(β)

Γ20. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

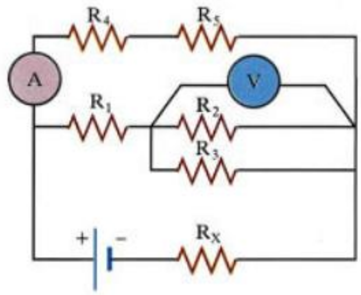
R_1 = 3Ω, R_2 = 6Ω, R_3 = 8Ω, R_4 = 7Ω, R_5 = 3Ω, V = 60V.

Να βρείτε:

α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.



Γ21. Στο παρακάτω κύκλωμα η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 4V, η τάση της πηγής είναι V = 10V και οι αντιστάσεις R_1 = 2Ω, R_2 = 4Ω, R_3 = 4Ω, R_4 = 5Ω και R_5 = 11Ω. Να βρείτε την ένδειξη του αμπερομέτρου και την αντίσταση R_x. Το βολτόμετρο έχει άπειρη αντίσταση, ενώ το αμπερόμετρο έχει μηδενική αντίσταση, δηλαδή θεωρούνται ιδανικά όργανα.



Γ22. Δύο ίσες αντιστάσεις συνδέονται: α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια περίπτωση η ισχύς είναι μεγαλύτερη;

Γ23. Δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 ($R_1 > R_2$) συνδέονται α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια από τις δύο αντιστάσεις η ισχύς είναι μεγαλύτερη, σε κάθε περίπτωση;

Γ24. Λαμπτήρας αντίστασης R_1 = 40Ω συνδέεται σε σειρά με αντίσταση R_2 = 20Ω και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση V = 120V.

α) Πόση είναι η ισχύς του λαμπτήρα;
β) Αν παράλληλα με το λαμπτήρα συνδεθεί αντίσταση R_3 = 40Ω, πόση είναι η επί τοις εκατό (%) μεταβολή της ισχύος του;

Γ25. Μία ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «2000W-200V». Να βρείτε την αντίστασή της και το ρεύμα κανονικής λειτουργίας της. Πόση θα είναι η ισχύς της, αν συνδεθεί σε δίκτυο τάσης 160V και ποια ένταση ρεύματος τη διαρρέει τότε;

Γ26. Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «1000W-100V». Να βρείτε την αντίσταση που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη θερμάστρα για να λειτουργήσει σε δίκτυο τάσης 220V.

Γ27. Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «100W-200V». Η θερμάστρα συνδέεται σε σειρά με λαμπτήρα, που αναγράφει τα στοιχεία «24W-12V». Το σύστημα τροφοδοτείται από δίκτυο τάσης 200V. Να εξετάσετε αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

Γ28. Δυο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = R_2$ = 40Ω συνδέονται σε σειρά. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζουμε τάση V = 120V. Παράλληλα στον αντιστάτη R_2 συνδέουμε μια θερμική συσκευή με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας $V_κ$ = 60V και $P_κ$ = 90W.

α) Να αποδείξετε ότι η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.
β) Να βρείτε την αντίσταση R_3 ενός άλλου αντιστάτη που πρέπει να αντικαταστήσει τον αντιστάτη R_1, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

Γ29. Όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση $R_1 = 1\Omega$, μια γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης $I_1 = 5A$, ενώ, όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση $R_2 = 4\Omega$, η γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης $I_2 = 2A$. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;

Γ30. Όταν οι πόλοι μιας γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση $R_1 = 8\Omega$, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι $V_1 = 24V$, ενώ όταν οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση $R_2 = 13\Omega$, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι $V_2 = 26V$. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;

Γ31. Δίνεται πηγή με $\mathcal{E} = 12V$ και r = 1Ω. Η πηγή τροφοδοτεί δύο αντιστάσεις $R_1 = 2\Omega$ και $R_2 = 3\Omega$ συνδεμένες σε σειρά. Να βρείτε:

α) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα,
β) την πολική τάση της πηγής,
γ) την ισχύ, που παρέχει η πηγή σε όλο το κύκλωμα,
δ) την ισχύ στην εσωτερική αντίσταση της πηγής,
ε) την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα,
στ) την ισχύ σε κάθε μια από τις αντιστάσεις.

Γ32. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, διακόπτης, αμπερόμετρο και ωμική αντίσταση R. Στους πόλους της πηγής συνδέεται βολτόμετρο. Όταν ο διακόπτης είναι ανοιχτός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 24V. Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 20V και του αμπερομέτρου 2A. Να βρεθεί η ΗΕΔ και η εσωτερική αντίσταση της πηγής. Τα όργανα να θεωρηθούν ιδανικά.

Β ΜΕΡΟΣ

(ύλη από την γ΄ λυκείου)

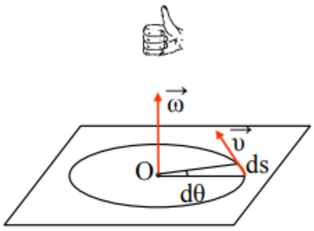
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

(υποστηρικτικό υλικό του κεφαλαίου 4 του Γ΄ τεύχους της φυσικής της γ΄ λυκείου)

Η θεωρία που διδαχτήκατε στην Φυσική θετικού προσανατολισμού της Β΄ λυκείου (1ο κεφάλαιο) συμπεριλαμβάνεται στην ύλη της Γ΄ λυκείου.

ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Θεωρούμε ένα υλικό σημείο, το οποίο κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν υποθέσουμε ότι σε χρονικό διάστημα dt διαγράφει μήκος τόξου ds που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία dθ.



Γραμμική Ταχύτητα: Ονομάζουμε γραμμική ταχύτητα υ του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t, ένα διάνυσμα, το οποίο έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του τόξου ds προς τον αντίστοιχο χρόνο dt.

$$\mathbf{υ = ds / dt}$$

Η γραμμική ταχύτητα εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς στη θέση που βρίσκεται κάθε φορά το υλικό σημείο και έχει τη φορά της κίνησης του. Η μονάδα μέτρησης είναι το 1m/s.

Γωνιακή Ταχύτητα: Ονομάζουμε γωνιακή ταχύτητα ω του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t ένα διάνυσμα, το οποίο έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του και μέτρο ίσο με το πηλίκο της γωνίας dθ προς τον αντίστοιχο χρόνο dt.

$$\mathbf{ω = dθ/dt}$$

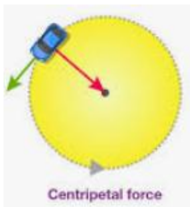
Η κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας ω καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Η μονάδα μέτρησης της γωνιακής ταχύτητας είναι το 1rad/s.

Σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας

Η επίκεντρη γωνία ορίζεται από την σχέση θ = s /R . Από τον ορισμό της γωνίας έχουμε :

$$d\theta = \frac{dS}{R} \Rightarrow dS = R\cdot d\theta \Rightarrow \frac{dS}{dt} = R\cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow u = \omega\cdot R$$

Κεντρομόλος επιτάχυνση



Στην κυκλική κίνηση λόγω της μμεταβολής της διεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας του, το υλικό σημείο έχει κεντρομόλο επιτάχυνση, της οποία το μέτρο δίνεται από την σχέση :

$$\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για την μεταβολή της διεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας. Η διεύθυνση της είναι πάντα κάθετη στην γραμμική ταχύτητα.

Ομαλή κυκλική κίνηση

Όταν το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό, τότε η κίνηση του υλικού σημείου χαρακτηρίζεται ως Ομαλή Κυκλική Κίνηση. Στην κίνηση αυτή παραμένει επίσης σταθερή η γωνιακή ταχύτητα.

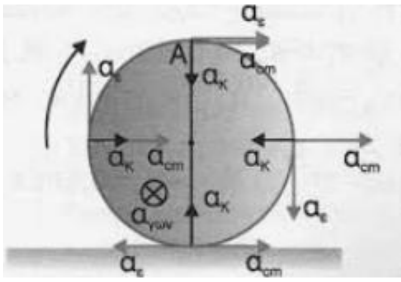
$|\vec{\upsilon}|$ **= σταθερό** και $\vec{\omega}$ **= σταθερή**

Οπότε προκύπτουν:

S = υ·t και **ω =** $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta}{t} \Rightarrow$ **θ = ω·t**

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το υλικό σημείο σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα.

Μεταβαλλόμενη Κυκλική Κίνηση



Θεωρούμε ένα υλικό σημείο, το οποίο κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R. Αν υποθέσουμε ότι σε χρονικό διάστημα dt μμεταβάλλεται η γραμμική ταχύτητα κατά du και η γωνιακή ταχύτητα κατά dω τότε η κίνηση του είναι μια μεταβαλλόμενη κίνηση.

Γραμμική (ή επιτρόχια) επιτάχυνση

Λόγω της μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας, το υλικό σημείο έχει γραμμική επιτάχυνση. Ονομάζουμε γραμμική επιτάχυνση $\alpha_{\varepsilon\pi}$ ή επιτρόχιος επιτάχυνση του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t ένα διάνυσμα, του οποίου το μέτρο είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γραμμικής ταχύτητας.

$$\boldsymbol{a_{\varepsilon\pi}} = \frac{\boldsymbol{du}}{\boldsymbol{dt}}$$

Η επιτρόχια επιτάχυνση εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς και έχει τη φορά της κίνησης, όταν το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας αυξάνεται και φορά αντίθετη από τη φορά της κίνησης, όταν το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ελαττώνεται. Η μονάδα μέτρησης της γραμμικής επιτάχυνσης είναι το $1 m/s^2$.

Γωνιακή Επιτάχυνση

Ονομάζουμε γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$ του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή t ένα διάνυσμα, του οποίου το μέτρο είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

$$\boldsymbol{a_{γων} = \frac{dω}{dt}}$$

Η γωνιακή επιτάχυνση έχει την κατεύθυνση του διανύσματος dω. Μονάδα μέτρησης της γωνιακής επιτάχυνσης είναι το $1rad/s^2$.Γωνιακή επιτάχυνση $1rad/s^2$ σημαίνει ότι ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας είναι 1rad/s σε κάθε 1s.

Σχέση επιτρόχιας και γωνιακής επιτάχυνσης:

Η σχέση υ = ω · R μπορεί να γραφτεί : **dυ = R · dω ⇒ dυ/ dt = R· dω/ dt ⇒**

$$\boldsymbol{a_{επ} = α_{γων} \cdot R}$$

Ομαλά μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση

Όταν το μέτρο της επιτρόχιας επιτάχυνσης παραμένει σταθερό, τότε η κίνηση του υλικού σημείου χαρακτηρίζεται ως Ομαλά μμεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση.

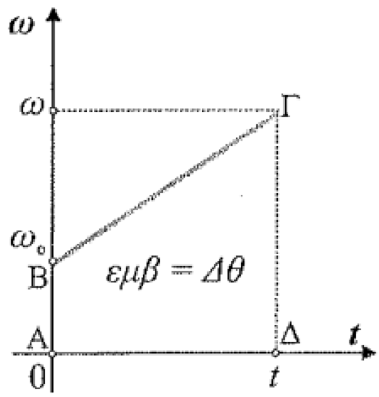
Στην κίνηση αυτή παραμένει επίσης σταθερό και η γωνιακή επιτάχυνση, άρα μπορούμε να γράψουμε :

$|\vec{\boldsymbol{α}}_{επ}|$ **= σταθερό** και $|\vec{\boldsymbol{α}}_{γων}|$ **= σταθερή**

$$\boldsymbol{α_{γων} = \frac{Δω}{Δt} \Longrightarrow Δω = α_{γων} \cdot Δt \Longrightarrow ω = ω_o \pm α_{γων} \cdot Δt}$$

Από το διάγραμμα γωνιακής ταχύτητας (ω) - χρόνου (t) μπορούμε να υπολογίσουμε :

Α)την γωνιακή επιτάχυνση που είναι ίση με την κλίση της ευθείας $α_{γων}$ = Δω /Δt



Β) την γωνία θ που διαγράφει το υλικό σημείο από την χρονική στιγμή t = 0 μέχρι την στιγμή t με τον υπολογισμό του εμβαδού που περικλείεται κάτω από την ευθεία. Εύκολα αποδεικνύεται ότι είναι:

$$\boldsymbol{Δϑ = ω_o \cdot Δt \pm \frac{1}{2} α_{γων} \cdot Δt^2}$$

Παρακάτω ακολουθεί ένας πίνακας αντιστοιχιών μμεταξύ γραμμικών και στροφικών μεγεθών της κυκλικής κίνησης.

Γραμμικά μεγέθη	**Γωνιακά μεγέθη**
Μήκος τόξου s	γωνία στροφής θ
γραμμική ταχύτητα υ	γωνιακή ταχύτητα ω
γραμμική επιτάχυνση $\alpha_\epsilon = \frac{dv}{dt}$	γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$
Ομαλή Κυκλική Κίνηση	
$s = \upsilon t$	$\theta = \omega t$
Ομαλά Επιταχυνόμενη Κυκλική Κίνηση	
$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha_\epsilon t$	$\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu} t$
$s = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha_\epsilon t^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$
Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κυκλική Κίνηση	
$\upsilon = \upsilon_0 - \lvert\alpha_\epsilon\rvert t$	$\omega = \omega_0 - \lvert\alpha_{\gamma\omega\nu}\rvert t$
$s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\lvert\alpha_\epsilon\rvert t^2$	$\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\lvert\alpha_{\gamma\omega\nu}\rvert t^2$

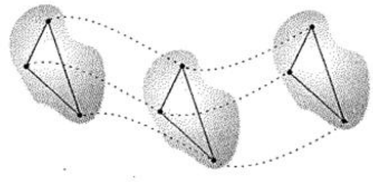
ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Υλικά σημεία λέγονται τα σώματα που θεωρούμε ότι έχουν όλες τις άλλες ιδιότητες της ύλης, εκτός από διαστάσεις. Ένα υλικό σημείο, αφού δεν έχει διαστάσεις, μπορεί να εκτελεί μόνο μεταφορικές κινήσεις. Τέτοιες κινήσεις έχουμε περιγράψει στην Φυσική της Α Λυκείου.

Μηχανικά Στερεά λέγονται τα σώματα που έχουν διαστάσεις, τις οποίες δεν μπορούμε να αγνοήσουμε και που δεν παραμορφώνονται όταν σε αυτά ασκούνται δυνάμεις. Ένα στερεό σώμα, αφού έχει διαστάσεις, εκτός από την μεταφορική κίνηση, μπορεί ακόμα να εκτελέσει περιστροφική (στροφική) κίνηση ή ακόμα και σύνθετη κίνηση (μεταφορική και περιστροφική).

Οι κινήσεις των στερεών σωμάτων

Μεταφορική Κίνηση



Ένα σώμα κάνει μεταφορική κίνηση, όταν κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση. Η μεταφορική κίνηση δεν είναι κατ΄ ανάγκη και ευθύγραμμη κίνηση, μπορεί να είναι και καμπυλόγραμμη αρκεί βέβαια να ισχύουν τα παρακάτω :

- οι τροχιές όλων των σημείων του σώματος να είναι παράλληλες
- το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του σώματος να μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του.

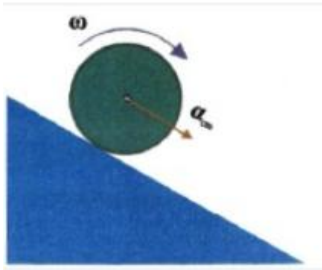
Στροφική Κίνηση

Ένα σώμα κάνει στροφική κίνηση, όταν αλλάζει προσανατολισμό. Στη στροφική κίνηση τα σημεία του σώματος κάνουν κυκλική κίνηση, σε επίπεδα κάθετα στον άξονα με τα κέντρα τους πάνω στον άξονα, εκτός από τα σημεία που βρίσκονται στον άξονα περιστροφής που παραμένουν ακίνητα.

Ο άξονας περιστροφής δεν είναι απαραίτητο να διέρχεται από το σώμα. Αφού κάθε υλικό σημείο του στερεού εκτελεί μια κυκλική κίνηση, ισχύει η κινηματική περιγραφή των παραπάνω παραγράφων. Για την στροφική κίνηση ενός στερεού σώματος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ίδιες ποσότητες με τις οποίες περιγράψαμε την κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου. Τα δύο στροφικά μεγέθη είναι:

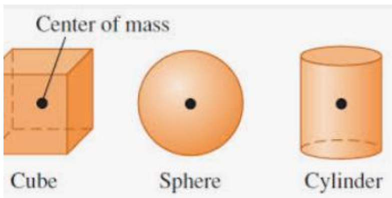
$$\boldsymbol{\omega = \frac{d\theta}{dt}} \qquad \text{και} \qquad \boldsymbol{a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}}$$

Σύνθετη Κίνηση



Ένα σώμα κάνει σύνθετη κίνηση, όταν μετακινείται στον χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του. Για παράδειγμα σύνθετη κίνηση κάνει ο τροχός ενός αυτοκινήτου, όταν αυτό είναι σε κίνηση. Ο τροχός στρέφεται γύρω από τον άξονα του και ταυτόχρονα συμμετέχει στην μεταφορική κίνηση του αυτοκινήτου. Η σύνθετη κίνηση μπορεί να περιγραφεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

Κέντρο μάζας (cm)

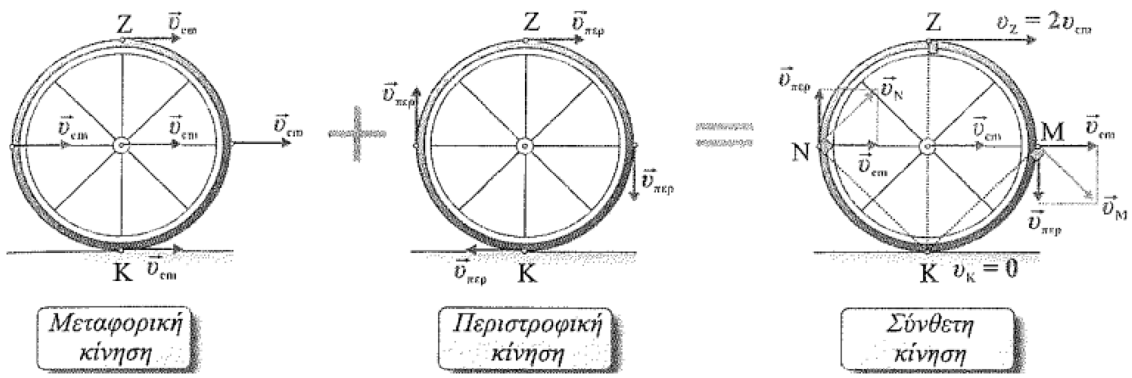


Ονομάζεται το σημείο του στερεού σώματος που κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με την μάζα του σώματος, αν σ΄ αυτό ασκούνται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Στην ουσία η μελέτη της μεταφορικής κίνησης ενός στερεού σώματος, ανάγεται στη μελέτη της κίνησης του κέντρου μάζας του. Η κίνηση του κέντρου μαζας ενός σώματος καθορίζεται από την συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα. Σύμφωνα με τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα ισχύει ότι : $\Sigma F = m \cdot \alpha_{cm}$

Στα ομογενή στερεά σώματα, τα οποία έχουν κέντρο συμμετρίας, το κέντρο μάζας τους συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας. Για παράδειγμα το κέντρο μάζας μιας ομογενούς σφαίρας είναι το κέντρο της σφαίρας. Βέβαια το κέντρο μάζας μπορεί να βρίσκεται και σε σημείο έξω από το σώμα. Για παράδειγμα σε ένα ομογενή δακτύλιο το κέντρο μάζας είναι στο κέντρο Κ του δακτυλίου. Το κέντρο βάρους ενός σώματος ταυτίζεται με το κέντρο μάζας του σε ομογενή βαρυτικά πεδία.

Κύλιση του τροχού (χωρίς ολίσθηση)

Παρακάτω βλέπουμε ένα τροχό που κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να ολισθαίνει. Ο τροχός μπορει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση, όταν δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ του



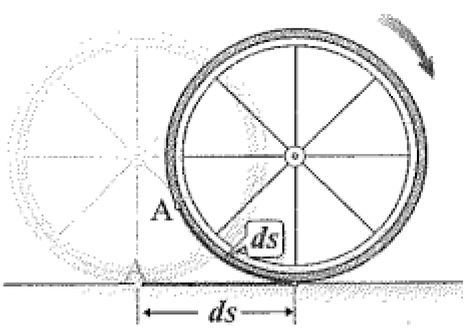
σημείου επαφής του τροχού με το δάπεδο.

Η κίνηση του τροχού μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας (συνθεσης):

α. μιας μεταφορικής κίνησης, λόγω της οποίας τα σημεία του τροχού, κάθε στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα $υ_{cm}$

β. μιας στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα του, λόγω της οποίας όλα τα σημεία του τροχού που απέχουν το ίδιο από τον άξονα περιστροφής έχουν ταχύτητες που είναι εφαπτόμενες στην κυκλική τους τροχιά και έχουν μέτρο υ ΄Οταν ένας τροχός ακτινας R κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, τότε κάθε σημείο της περιφέρειας του έρχεται διαδοχικά σε επαφή με το δρόμο. ΄Ετσι αν το κέντρο μάζας του τροχού έχει μετακινηθεί κατά διάστημα dx σε ένα χρονικό διάστημα dt, ένα σημειο της περιφέρειας θα έχει στραφεί κατά επίκεντρη γωνία dθ , η οποία αντιστοιχεί σε μήκος τόξου ds, στον ίδιο χρόνο.

΄Οπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα, λόγω της μη ολίσθησης (dx = ds) και με βάση τον ορισμό της επίκεντρης γωνίας έχουμε :



$$\mathbf{d\theta = ds / R \Rightarrow ds = R \cdot d\theta \Rightarrow dx = R \cdot d\theta}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει η <u>1η Συνθήκη Κύλισης</u>, η οποία είναι αναγκαία συνθήκη, ώστε ο τροχός να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

$$\mathbf{x = R \cdot \theta}$$

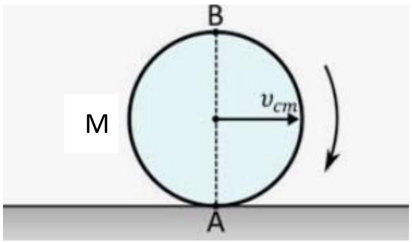
Με βάση τον ορισμό της ταχύτητας του κέντρου μάζας (υ_{cm} = dx/ dt) και της γωνιακής ταχύτητας (ω = dθ/ dt) προκύπτει ότι : dx/ dt = R· dθ/ dt ⇒ $\upsilon_{cm} = \omega \cdot R$, που αποτελεί την 2η Συνθήκη Κύλισης.

$$\mathbf{\upsilon_{cm} = \omega \cdot R}$$

Επειδή $\upsilon_{\gamma\rho} = \omega \cdot R$ είναι η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού προκύπτει ότι $\mathbf{\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho}}$

Συμπεραίνουμε ότι : Κατά την κύλιση ενός τροχού, χωρίς ταυτόχρονη ολίσθηση, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του είναι ίσο με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του.

Με βάση την 2η Συνθήκη Κύλισης μπορούμε να προχωρήσουμε στον προσδιορισμό της ταχύτητας διαφόρων σημείων της περιφέρειας του τροχού, αλλά και των υπολοίπων σημείων.



Η ταχύτητα κάθε σημείου Σ της περιφέρειας προκύπτει από την ¨επαλληλία¨ των επιμέρους κινήσεων.

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho}$$

Από το παραπάνω σχήμα σύνθεσης των κινήσεων προκύπτουν :

Η ταχύτητα του κέντρου Ο του τροχού είναι : $\upsilon_0 = \upsilon_{cm}$

Η ταχύτητα του σημείου Α του τροχού είναι : $\upsilon_A = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho} = 0$

Η ταχύτητα του σημείου Β του τροχού είναι : $\upsilon_B = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = 2\upsilon_{cm}$

Η ταχύτητα του σημείου Μ του τροχού είναι : $\upsilon_M = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma\rho}^2} = \sqrt{2}\,\upsilon_{cm}$

Αν θεωρήσουμε ότι ο τροχός κυλίεται σε πλάγιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει, είναι προφανές ότι τόσο η ταχύτητα του κέντρου μάζας, όσο και η γωνιακή ταχύτητα θα αυξάνονται. ΄Εστω ότι σε χρόνο dt η ταχύτητα του κέντρου μμάζας αυξάνεται κατά $d\upsilon_{cm}$ και η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται κατά dω. Με βάση τον ορισμό της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας (acm = dυcm/ dt) και της γωνιακής επιτάχυνσης ($\alpha_{\gamma\omega\nu}$ = dω/ dt) έχουμε :

$\upsilon cm = \omega \cdot R \Rightarrow d\upsilon_{cm} = R \cdot d\omega \Rightarrow d\upsilon_{cm}/dt = R \cdot d\omega/dt \Rightarrow \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί επίσης αναγκαία συνθήκη, ώστε ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και ειναι η 3η Συνθήκη Κύλισης.

$$\boldsymbol{\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R}$$

Επειδή $\alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha\gamma\omega\nu \cdot R$ είναι η επιτρόχιος επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας του τροχού, προκύπτει ότι $\boldsymbol{\alpha_{cm} = \alpha_{\varepsilon\pi}}$

Κατά την κύλιση ενός τροχού, χωρίς ταυτόχρονη ολίσθηση, το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του είναι ίσο με το μέτρο της επιτρόχιας επιτάχυνσης των σημείων της περιφέρειας του.

Η επιτάχυνση κάθε σημείου της περιφέρειας του τροχού είναι η συνισταμένη της επιτάχυνσης λόγω της μεταφορικής κίνησης (αcm) ,της γραμμικής επιτάχυνσης λόγω της στροφικής κίνησης (αεπ) και της κεντρομόλου επιτάχυνσης (ακ).

$$\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon\pi} + \vec{\alpha}_{\kappa}$$

Αριθμός περιστροφών στερεού

Υπολογίζεται εύκολα διαιρώντας την συνολική γωνία που έχει διαγράψει ένα στερεό προς την γωνία που αντιστοιχεί σε μία στροφή, δηλ. 2π.

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ (ΘΕΜΑ Α)

Α1 Ένα στερεό σώμα κάνει μεταφορική κίνηση, όταν
α. όλα τα σημεία του βρίσκονται σε κίνηση.
β. κινείται σε ευθεία τροχιά.
γ. δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις.
δ. κάθε ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του κινείται παράλληλα προς τον εαυτό του.

Α2 Ένα στερεό σώμα κάνει στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα, όταν
α. το κέντρο μάζας του διαγράφει καμπυλόγραμμη τροχιά.
β. το κέντρο μάζας του κάνει κυκλική κίνηση.
γ. όλα του τα σημεία βρίσκονται σε κίνηση.
δ. όσα του σημεία κινούνται κάνουν κυκλική κίνηση.

Α3 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Κατά τη μεταφορική κίνηση ενός στερεού σώματος
α. όλα του τα σημεία του βρίσκονται σε κίνηση.
β. όλα του τα σημεία έχουν, την ίδια χρονική στιγμή, την ίδια ταχύτητα.
γ. κάποια σημεία του έχουν, την ίδια χρονική στιγμή, διαφορετική γραμμική επιτάχυνση.
δ. η τροχιά μπορεί να είναι και καμπυλόγραμμη.
ε. ένα τυχαίο τμήμα ΑΒ του σώματος μετατοπίζεται παράλληλα με τον εαυτό του.

Α4 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος γύρω από σταθερό άξονα όλα τα σημεία του, εκτός από τα σημεία του άξονα,
α. κάνουν κυκλική κίνηση.
β. έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
γ. έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
δ. έχουν την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση.
ε. έχουν ακτίνες που διαγράφουν ίσες επίκεντρες γωνίες.

Α5 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Στερεό σώμα εκτελεί στροφική κίνηση. Η γωνιακή του ταχύτητα
α. ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής θέσης του κινητού.
β. έχει διεύθυνσή που είναι κάθετη στον άξονα περιστροφής.
γ. έχει ίδια διεύθυνση με τον άξονα περιστροφής.
δ. έχει μονάδα μέτρησης το 1rad/s.
ε. Έχει φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.

Α6 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Η γωνιακή επιτάχυνση στερεού σώματος
α. εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής θέσης του κινητού.
β. ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής του ταχύτητας,
γ. έχει μονάδα μέτρησης το 1rad/s2
δ. έχει την κατεύθυνση του διανύσματος d→ω .
ε. είναι ίδια για όλα τα σημεία του σώματος που κινούνται.

Α7 Κατά την ομαλή στροφική κίνηση ενός σώματος
α. όσα σημεία του σώματος κινούνται έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα $υ = ωr$ (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
γ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.
δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου διατηρείται σταθερή.

Α8 Στερεό σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από ακλόνητο άξονα. Η κεντρομόλος επιτάχυνση, ακ, ενός σημείου του που απέχει απόσταση r από τον άξονα
περιστροφής:
α. είναι μηδέν, αφού η κίνηση είναι ομαλή.
β. είναι ανάλογη της γραμμικής ταχύτητας, υ, του σημείου.
γ. έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.
δ. έχει μέτρο ίσο με, $α_κ=ωr$.

Α9 Στερεό σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση με σταθερή συχνότητα f, γύρω από ακλόνητο άξονα.
α. Η γωνιακής του ταχύτητα είναι ανάλογη της περιόδου περιστροφής.
β. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου που απέχει απόσταση r από τον άξονα περιστροφής ισούται με $υ=2πf$.
γ. Η κατεύθυνση της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου είναι εφαπτόμενη της τροχιάς του.
δ. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου που απέχει απόσταση r από τον άξονα περιστροφής ισούται με $α_κ=4π^2 f^2 r$.

Α10 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
Δίσκος κάνει στροφική κίνηση γύρω από ακλόνητο άξονα.
α. Όσο μακρύτερα από τον άξονα περιστροφής βρίσκεται ένα σημείο τόσο μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα έχει.
β. Όσο μακρύτερα από τον άξονα περιστροφής βρίσκεται ένα σημείο τόσο μικρότερη κεντρομόλο επιτάχυνση έχει.
γ. Αν επιταχύνεται, η κατεύθυνση της ω είναι ίδια με την κατεύθυνση της $α_{γν}$.
δ. Είναι δυνατόν σε κάποια χρονική στιγμή που ο δίσκος έχει γωνιακή ταχύτητα μηδέν, η γωνιακή του επιτάχυνση να είναι διάφορη του μηδενός.
ε. Αν επιβραδύνεται, η κατεύθυνση της ω είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της $α_{γν}$.

Α11 Ένα στερεό σώμα κάνει σύνθετη κίνηση όταν
α. όλα του τα σημεία διαγράφουν κυκλική τροχιά.
β. το κέντρο μάζας του διαγράφει ευθύγραμμη τροχιά.
γ. εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και περιστροφική κίνηση.
δ. υπάρχουν σημεία του σώματος που μένουν ακίνητα

Α12 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Κατά τη σύνθετη κίνηση ενός στερεού σώματος

α. το σώμα υποχρεωτικά κυλίεται.
β. το σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει συνεχώς προσανατολισμό.
γ. το κέντρο μάζας του διαγράφει πάντοτε ευθεία τροχιά.
δ. όλα τα σημεία του έχουν ταυτόχρονα γραμμική και γωνιακή ταχύτητα.
ε. Το κέντρο μάζας εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

Α13 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Το κέντρο μάζας ενός στερεού σώματος
α. είναι το σημείο εκείνο που κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος αν δεχότανε αυτό όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό σώμα.
β. είναι αδύνατο να βρίσκεται εκτός σώματος.
γ. ταυτίζεται με το κέντρο συμμετρίας μόνο για ομογενή και συμμετρικά σώματα.
δ. συμπίπτει με το κέντρο βάρους, αν το σώμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές βαρυτικό πεδίο.
ε. σε κάθε σφαίρα είναι στο γεωμετρικό κέντρο της.

Α14 Όταν ένας τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας, $υ_{cm}$ όλα του τα σημεία
α. περιστρέφονται.
β. μεταφέρονται με την ίδια ταχύτητα.
γ. έχουν την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση.
δ. έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα λόγω περιστροφής.

Α15 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας, $υ_{cm}$. Ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού με ακτίνα περιστροφής, R
α. περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω=υcm/R
β. έχει ταχύτητα λόγω μεταφοράς ίση με υcm.
γ. έχει κάθε χρονική στιγμή συνολική ταχύτητα 2υcm.
δ. κάνει σύνθετη κίνηση με συνολική ταχύτητα που κυμαίνεται από 0 έως 2υcm.
ε. έχει κεντρομόλο επιτάχυνση $υcm^2$ /R.

Α16 Ομογενής τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας, υcm. Στο χρονικό διάστημα που ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού κάνει μια πλήρη περιστροφή, το κέντρο μάζας του θα έχει μετατοπιστεί κατά
α. πR β. 2πR γ. 4πR δ. πR/2

Α17 Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, ω. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Κάθε σημείο του τροχού κάνει σύνθετη κίνηση.
β. Όλα τα σημεία της περιφέρειας έχουν γραμμική ταχύτητα λόγω περιστροφής ίση με ω·R.
γ. Το κέντρο μάζας μεταφέρεται με σταθερή ταχύτητα μέτρου ω·R.
δ. Κάθε σημείο της περιφέρειας τη στιγμή που εφάπτεται στο έδαφος έχει ταχύτητα, μηδέν.
ε. Στο χρονικό διάστημα που ένα τυχαίο σημείο του τροχού έχει διαγράψει μια περιφέρεια, το κέντρο μάζας έχει μετατοπιστεί κατά 2πR.

Α18 Οι τροχοί ενός αυτοκίνητου ακτίνας R κυλίονται καθώς το αυτοκίνητο επιταχύνεται. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι αναγκαίες συνθήκες ώστε ο κάθε τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
α. Κάθε χρονική στιγμή ισχύει για τις ταχύτητες, $υ_{cm}=ω·R$.
β. Κάθε χρονική στιγμή ισχύει για τις επιταχύνσεις, $α_{cm}=α_{γων}·R$.
γ. Η μετατόπιση dxcm του κέντρου μάζας του τροχού και η γωνιακή μετατόπιση dθ συνδέονται με τη σχέση, $dx_{cm}=R·dθ$.
δ. Το σημείο του τροχού που έχει κάθε φορά επαφή με το δρόμο έχει ταχύτητα μηδέν.
ε. Το σημείο του τροχού που έχει κάθε φορά επαφή με το δρόμο έχει επιτάχυνση μηδέν.

Α19 Αυτοκίνητο επιταχύνεται κινούμενο προς το Βορρά. Η γωνιακή ταχύτητα, →ω και ο ρυθμός μεταβολής της, δηλαδή η αγν :
α. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την αγν να έχει ανατολική κατεύθυνση.
β. Κατευθύνονται και οι δύο προς τα δυτικά.
γ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει δυτική κατεύθυνση.
δ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει βόρεια κατεύθυνση.

Α20 Αυτοκίνητο επιβραδύνεται κινούμενο προς το Βορρά. Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση:
α. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την αγν να έχει ανατολική κατεύθυνση.
β. Κατευθύνονται και οι δύο προς το νότο.
γ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει δυτική κατεύθυνση.
δ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει βόρεια κατεύθυνση.

Α21Αν στερεό σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση τότε:
α. Η κίνηση του είναι οπωσδήποτε ευθύγραμμη.
β. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν ίδια ταχύτητα.
γ. Το σώμα αλλάζει προσανατολισμό.
δ. Το τμήμα που ενώνει 2 τυχαία σημεία του στερεού περιστρέφεται συνεχώς.

Α22. Σώμα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα. Η γωνιακή του ταχύτητα:
α. Είναι διανυσματικό μέγεθος που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τον άξονα περιστροφής.
β. Έχει μέτρο που ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της γωνίας που διαγράφει μια τυχαία ακτίνα του στερεού.
γ. Αν η κίνηση είναι ομαλή στροφική τότε έχει μέτρο που συνεχώς αυξάνεται.
δ. Έχει μονάδα μέτρησης το 1rad/sec2 .

Α23. Ένας δίσκος ακτίνας R εκτελεί σύνθετη κίνηση χωρίς ολίσθηση, σε οριζόντιο δρόμο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι κάποια στιγμή ucm και η γωνιακή του ταχύτητα την ίδια στιγμή είναι ω.
α. Δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας για να υπολογίσουμε την ταχύτητα ενός μορίου του στερεού.
β. Ο δίσκος δεν αλλάζει προσανατολισμό.
γ. Ισχύει η σχέση $υ=ω/R$.
δ. Το σώμα εκτελεί και μεταφορική και στροφική κίνηση.

Α24. Ένας τροχός ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δρόμο. Ο τροχός κάποια στιγμή περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω και το κέντρο μάζας του κινείται με ταχύτητα υcm.

α. Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου υ= 2·υcm.

β. Η κεντρομόλος επιτάχυνση των διαφόρων σημείων του τροχού είναι για όλα τα σημεία η ίδια.

γ. Υπάρχουν δύο σημεία του τροχού που έχουν μέτρο ταχύτητας υ = υ·√2.

δ. Η γραμμική ταχύτητα(περιστροφική) των σημείων της περιφέρειας συνδέεται με την γωνιακή ταχύτητα του τροχού με την σχέση υ=ω·R .

ε. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού συνδέεται με την γωνιακή του ταχύτητα με την σχέση υcm = ω·R

στ. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης των σημείων του τροχού είναι κάθετα μεταξύ τους.

Α25. Ένα στερεό εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σώμα:

α. Όλα τα σημεία του στερεού εκτελούν κυκλική κίνηση.

β. Όσο απομακρυνόμαστε από τον άξονα περιστροφής το μέτρο της ταχύτητας των διαφόρων σημείων μειώνεται.

γ. Υπάρχουν σημεία του στερεού που είναι διαρκώς ακίνητα.

δ. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια ταχύτητα.

Α26. Ένας τροχός εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το Κ , ξεκινώντας από την ηρεμία και επιταχύνεται με γωνιακή επιτάχυνση που συνεχώς αυξάνεται:

α. η γραμμική ταχύτητα ω του στερεού αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.

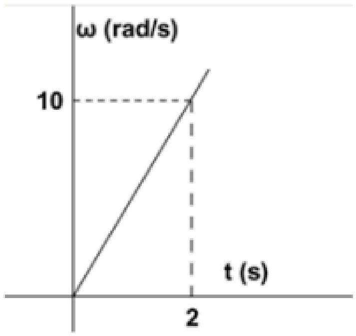
β. Η γωνιακή ταχύτητα ω του τροχού δίνεται από την σχέση ω=αγt .

γ. Η στιγμιαία γραμμική ταχύτητα ενός μορίου της περιφέρειας του τροχού συνδέεται με την στιγμιαία γωνιακή του ταχύτητα ω με την σχέση υ=ω·R .

δ. η γωνία που διαγράφει ο τροχός υπολογίζεται από την σχέση θ=1/2 · αγ·t ^{2} .

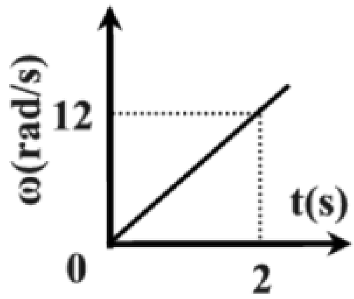
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΜΕ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ (Β ΘΕΜΑΤΑ)

Β3. Δίσκος ακτίνας R= 0,2m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



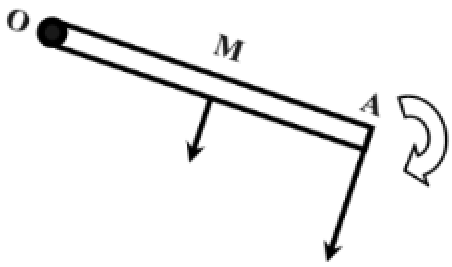
Α) η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή t = 2s είναι:
α) υcm = 50 m/s β) υcm = 2 m/s γ) υcm = 5 m/s
Β) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι:
α) αγ = 1 r/s2 β) αγ = 5 r/s2 γ) αγ = 2 r/s2
Γ) Το διάστημα που έχει διανύσει ο δίσκος μέχρι την χρονική στιγμή t=2s είναι:
α) S = 2 m β) S = 4 m γ) S = 50 m
Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β4. Η γωνιακή ταχύτητα ενός σώματος που κάνει στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη γραφική παράσταση. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;



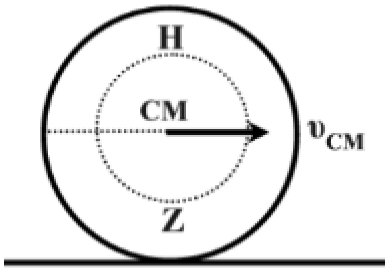
Ι. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι
α. 12rad/s2 β. 6rad/s2 γ. 4rad/s2
ΙΙ. Η γωνιακή μετατόπιση του σώματος από 0 έως 2s είναι:
α.12rad β. 6rad γ. 24rad
ΙΙΙ. Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t=1s είναι
α. 6rad/s β. 2rad/s γ. 4rad/s

Β5. Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος σ'αυτήν με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση αγν. Το σημείο Μ είναι το μέσον της.



Ι. Τα βέλη που βλέπετε στο σχήμα αναφέρονται στην ίδια χρονική στιγμή και μπορεί να αφορούν:
α. Γωνιακές ταχύτητες. β. Γραμμικές ταχύτητες γ. Γωνιακές επιταχύνσεις.
ΙΙ. Για τα σημεία Α και Μ και για μια δεδομένη χρονική στιγμή είναι σωστές οι σχέσεις:
α. υΑ=2υΜ β. ωΑ=2ωΜ γ. αγν,Α=αγν,Μ δ. αΑ=2αΜ

Β6. Ο τροχός ακτίνας R, που φαίνεται στο σχήμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα υcm.

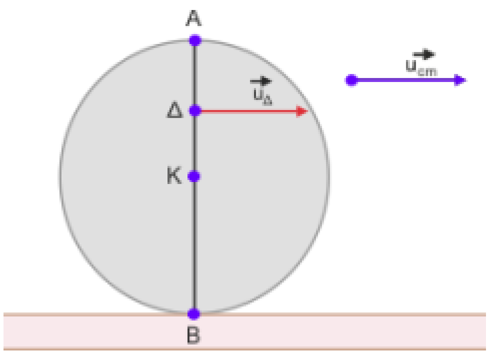


Ι. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Η είναι:
α.3/2υcm β. 1/2υcm γ. υcm δ. 3 υcm
ΙΙ. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Ζ που απέχει από το CM απόσταση R/2 είναι:
α. 2υcm β. 3/2υcm γ.1/2 υcm δ. 3 υcm

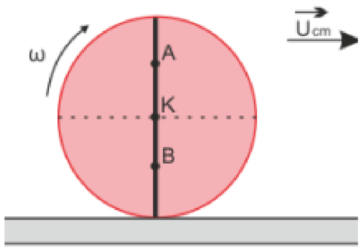
Β7. Μία οριζόντια ράβδος ΑΒ μήκους ℓ εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α. Το μέσο Μ της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με:
α) ακ = ω^2 ℓ β) ακ = ω^2 ℓ/2 γ) ακ = ω^2 ℓ/4
Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β8 Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο Κ απόσταση x=R/2 (βρίσκεται πάνω από το Κ). Εάν η ταχύτητα του Δ είναι υΔ, η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:
α) υcm = 3 /2 υΔ β) υcm = 2/ 3 υΔ γ) υcm = 1/ 2 υΔ

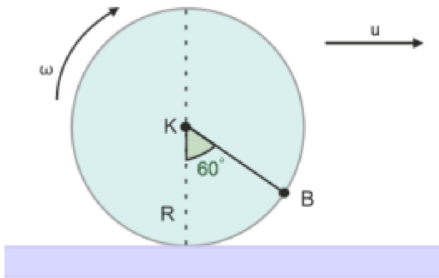
Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



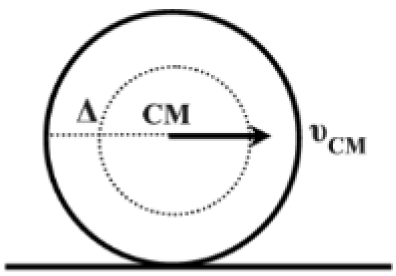
Β9. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δρόμο. Τα σημεία Α και Β ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν από το κέντρο του δίσκου αποστάσεις ΑΚ = ΚΒ = R/2. O λόγος των ταχυτήτων uA /uB είναι:
α) uA /uB =1 β) uA /uB =2 γ) uA /uB =3
Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



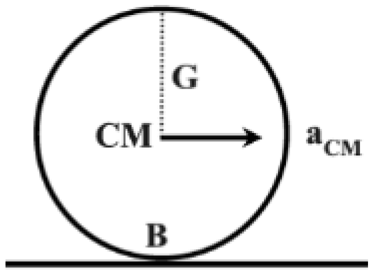
Β10. Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα υcm. Το Β βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60^0 (όπως στο σχήμα).
Το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι:
α) υB = υcm β) υB = υcm√2 γ) υB = 1 /2 υcm δ) υB = 3 /2 υcm
Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας



Β11. Ο τροχός που φαίνεται στο σχήμα έχει ακτίνα R και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα υcm. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Δ που απέχει από το κέντρο απόσταση R/2 και από το έδαφος R, είναι:
α. 2υcm β. υcm $\sqrt{5}$ γ. υcm $\sqrt{5}/2$ δ. $\sqrt{3}$ υcm



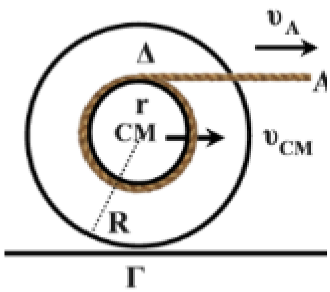
B12. Τροχός ακτίνας R=0,2m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και το κέντρο μάζας του έχει σταθερή επιτάχυνση αcm=10m/s2. Τη χρονική στιγμή t=0 έχει υcm=0.



I. Η επιτάχυνση του σημείου Β που εφάπτεται του εδάφους, τη χρονική στιγμή t=0,4s είναι
α. 10m/s2
β. 0rad/s2
γ. 80m/s2
δ. 20m/s2

II. Η συνολική επιτάχυνση του σημείου G που απέχει από το κέντρο r=0,1m και βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφο που περνάει από το CM, τη χρονική στιγμή t=0 είναι:
α. 15m/s2
β. 10m/s2
γ. 5m/s2
δ. 0

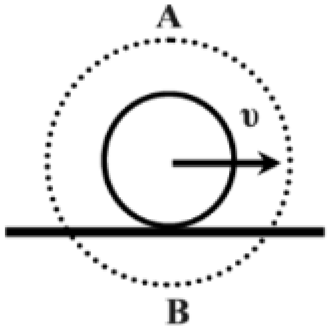
B13. Στο σχήμα φαίνεται μια τροχαλία ακτίνας R ενώ το αυλάκι στο οποίο είναι τυλιγμένο το νήμα έχει ακτίνα r=R/2 Τραβάμε το άκρο Α του νήματος με σταθερή δύναμη και αυτό ξετυλίγεται ενώ η τροχαλία κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή επιτάχυνση. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;



I. Η σχέση που συνδέει τη στιγμιαία ταχύτητα υΑ με την αντίστοιχη υcm είναι:
α. υΑ=3/2υcm β. υΑ=1/2υcm γ. υΑ=υcm

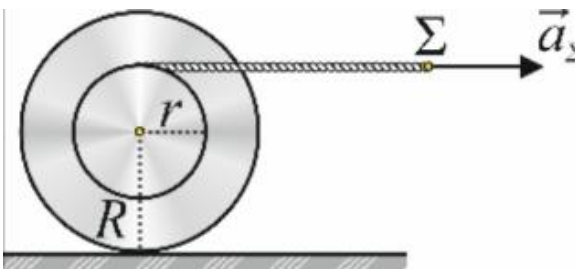
II. Στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται η τροχαλία για να κάνει μια πλήρη περιστροφή, το άκρο Α του νήματος θα έχει μετατοπιστεί ως προς το έδαφος, κατά:
α. s=2πR β. S=3πR γ. S=πR

B14. Καρούλι με εσωτερική ακτίνα R και εξωτερική 1,5R κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω σε μια οριζόντια ράγα με την εσωτερική του επιφάνεια να εφάπτεται στη ράγα, όπως στο σχήμα. Αν υΑ είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου (Α) και υΒ το μέτρο του κατώτερου σημείου Β, τότε ισχύει:

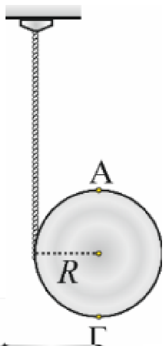


α. υΒ/υΑ=1
β. υΒ/υΑ=1/3
γ.υΒ/υΑ=1/5

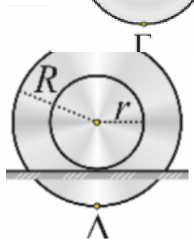
B15.Το άκρο Σ του νήματος έχει επιτάχυνση αΣ.
Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού θα είναι:
α. acm =r/R+raΣ
β. acm =R/R+raΣ
γ. acm =r/RaΣ



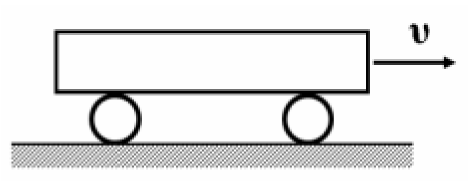
Β16. Η τροχαλία του σχήματος έχει τυλιγμένο στο αυλάκι της αβαρές και μη εκτατό νήμα, του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά δεμένο σε οροφή. Αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο και αυτός κατέρχεται, ενώ το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει στο αυλάκι του. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ που βρίσκονται στην κατακόρυφη διάμετρο του δίσκου είναι:
α. $\upsilon A/\upsilon\Gamma = 1/2$ β. $\upsilon A/\upsilon\Gamma = 1$ γ. $\upsilon A/\upsilon\Gamma = 2$



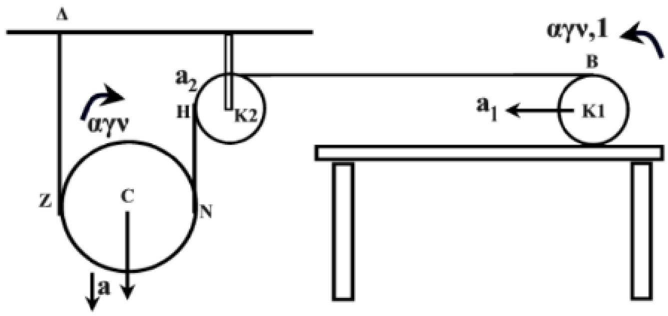
Β17. Το καρούλι του σχήματος κυλάει πάνω σε ράγα. Αν για τις ταχύτητες των σημείων Γ και Δ ισχύει $\upsilon\Gamma = 3\upsilon\Delta$, για τις ακτίνες R και r ισχύει:
α. R = 2r
β. R = 3r
γ. R = 3r/2



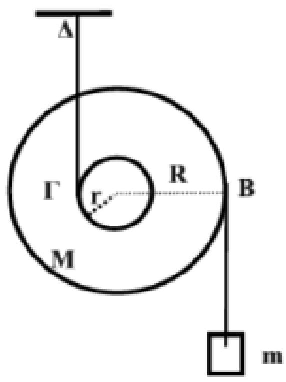
Β18. Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει. Οι κύλινδροι κυλίονται στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά:
α. 10cm
β. 5cm
γ. 20cm



Β19. Στο σύστημα που φαίνεται στο σχήμα η μικρή τροχαλία Κ2 έχει ακτίνα r και το αβαρές σχοινί συνδέει τον κύλινδρο, Κ1 , ίδιας ακτίνας r με το δίσκο C, ακτίνας R. O κύλινδρος Κ1 κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει καθώς το τυλιγμένο σε αυτόν νήμα ξετυλίγεται. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Αν το κέντρο μάζας του δίσκου C έχει επιτάχυνση a και το κέντρο μάζας του κυλίνδρου Κ έχει επιτάχυνση a1 τότε
α. a=a1 β. a=2·a1 γ. a= 3a1



Β20. Η διπλή τροχαλία του σχήματος μάζας Μ μπορεί να κινείται ελεύθερα σε κατακόρυφο επίπεδο. Γύρω από την περιφέρεια ακτίνας r είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή (σημείο Δ). Γύρω από την περιφέρεια R=2r είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο λεπτό αβαρές νήμα στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας m. Το σύστημα ελευθερώνεται από την ακινησία. Το σώμα m πέφτει με επιτάχυνση α1 και το κέντρο μάζας της τροχαλίας με α2. Η σχέση που συνδέει τα α1 και α2 είναι



α. α1 =α2 β. α1 =2α2 γ. α1 =3α2

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ (ΘΕΜΑ Γ)

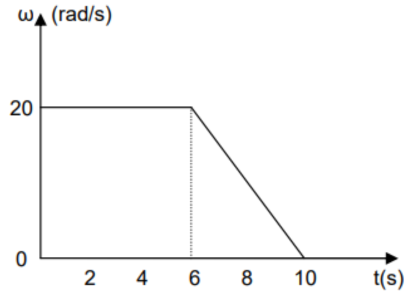
Γ.1 Ένας τροχός ακτίνας R = 0,6m μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του, ο οποίος είναι ακίνητος και κατακόρυφος. Τη χρονική στιγμή t0 = 0 ο τροχός αρχίζει να στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνσης μέτρου α΄ = 6rad/s 2 . Να υπολογίσετε :
α. το μέτρο της γραμμικής επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού
β. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή t = 4s.
γ. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή t = 4s
δ. τη γωνία που διέγραψε μια ακτίνα του τροχού στο χρονικό διάστημα Δt = t – t0 = 4s
ε. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού στο χρονικό διάστημα Δt = t – t0 = 4s.
[3,6 m/sec2 , 14,4 m/sec , 345,6 m/sec2 , 48 rad , 24/π στρ]

Γ2. Τροχός ακτίνας R = 0,4m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Την t0 = 0 το κέντρο του τροχού έχει ταχύτητα υ0 = 20 m/sec. Αν η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη (του κέντρου) και η ταχύτητα του μηδενίζεται μετά από χρόνο tολ = 4sec να βρείτε:
α. Τον αριθμό των στροφών που έκανε μέχρι να σταματήσει.
β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού την t1= 2sec.
γ. Το μέτρο της (αcm) επιβράδυνσης του τροχού.
(50/π στρ, 25 rad / sec, 5m/sec^2)

Γ3. Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει ακτίνα R = 30cm. Το αυτοκίνητο κινείται με επιτάχυνση α = 3m/sec2 .
α. Να βρείτε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας των τροχών του.
β. Να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση των τροχών.
γ. Να βρείτε την επιτάχυνση την επιτρόχια ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού.
δ. Να σχεδιάσετε όλες τις επιταχύνσεις που έχει ένα σημείο Α της περιφέρειας του τροχού κι έχουν σημείο εφαρμογής το σημείο αυτό.
ε. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που έχει το κατώτερο σημείο του τροχού.
[3m/sec2 , 10rad/sec2 , 3 m/sec2, ακ = ω^2 R αυξανόμενη με το χρόνο]

Γ4. Ένας τροχός ακτίνας R = 0,1m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, σε οριζόντιο επίπεδο. Την t0 = 0 το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα υ0 = 10m/sec και αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση. Αν ο τροχός σταματά και μετατοπιστεί κατά ΔΧ = 20m να βρείτε:
α. τον χρόνο που διαρκεί η επιβράδυνση.
β. την γωνιακή επιβράδυνση του τροχού.
γ. τον αριθμό των περιστροφών που κάνει ο τροχός από την t0 = 0 μέχρι να σταματήσει και
δ. την ταχύτητα του σημείου του τροχού που απέχει από το δάπεδο d = 2R την t1 = 2sec.
(tol = 2,5 10 =4sec, 25rad/sec2 , π 100 στροφές , 5m/sec ,10m/ sec)

Γ5. Ένα όχημα το οποίου οι τροχοί έχουν ακτίνα R = 40 cm κινείται ευθύγραμμα. Η γωνιακή ταχύτητα των τροχών του οχήματος μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού οχήματος.



α. Να κάνετε το διάγραμμα της γωνιακής επιτάχυνσης του οχήματος με το χρόνο.
β. Πόσο διάστημα θα διανύσει το όχημα μέχρι να σταματήσει;
γ. Ποια είναι η συχνότητα περιστροφής των τροχών του οχήματος την t = 8s;
δ. Πόσες περιστροφές θα έχουν κάνει οι τροχοί μέχρι το όχημα να σταματήσει;

(β. s = 64m, γ. f = π5 , δ. N = π80περιστροφές)

Γ6. Δίσκος ακτίνας R=0,2m περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση και έχει τη χρονική στιγμή t1=2s γωνιακή ταχύτητα ω1=20rad/s και τη χρονική στιγμή t2=4s, ω2=40rad/s.
α. Πόση είναι η γωνιακή επιτάχυνση ενός σημείου του τροχού.
β. Πόση ταχύτητα έχει ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή t=3s;
γ. Πόση γωνία έχει διαγράψει ένα σημείο του τροχού από τα 2s έως τα 4s;
δ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού τη χρονική στιγμή t1=2s.

(α. 10rad/s2, β. 6 m/s, γ. 60rad, δ. 80m/s)

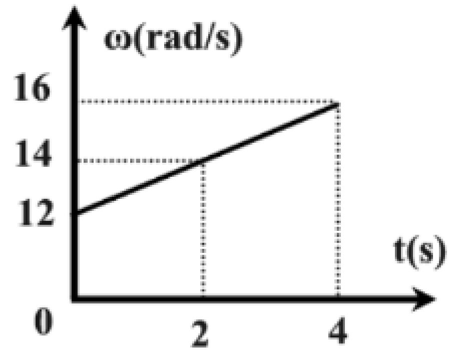
Γ7. Ο δίσκος του πικάπ ακτίνας r=20cm περιστρέφεται με συχνότητα f=10/πHz όταν ξαφνικά σβήνει το μοτέρ που τον κινεί και έτσι αυτός επιβραδύνεται ομαλά και σταματάει μετά από N=20/π περιστροφές, από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται.
α. Πόση είναι η γωνιακή επιβράδυνση του δίσκου;
β. Πόση είναι η εφαπτομενική επιβράδυνση ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού;
γ. Πόσο χρόνο χρειάστηκε ο τροχός για να σταματήσει;

(α. αγν=5rad/s2, β. α=1m/s2, γ. t=4s)

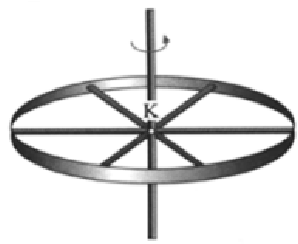
Γ8.Τροχός, που περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, έχει τη χρονική στιγμή t0=0, γωνιακή ταχύτητα ω0=20rad/s και επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό 2rad/s2 μέχρι να σταματήσει. Να υπολογιστούν :
α. Ο συνολικός χρόνος κίνησης.
β. Η συνολική γωνία που διέγραψε κάθε σημείο του.
γ. Το πλήθος των περιστροφών που έκανε μέχρι να σταματήσει .

(α. 10s, β. 100rad, γ. 50/π στροφές)

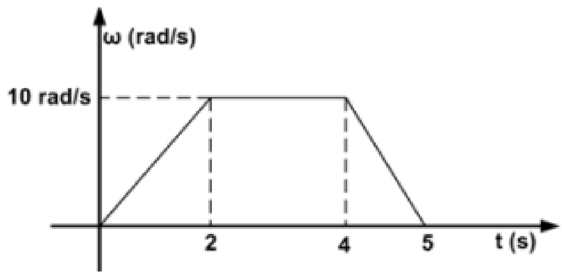
Γ9. Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που περιστρέφεται γύρω από
ακλόνητο άξονα που περνάει από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν, μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στη γραφική παράσταση του σχήματος. Να υπολογιστούν:
α. Η γωνιακή επιτάχυνση αγν.
β. Η γωνία στροφής του τροχού από 2s έως 4s.
γ. Ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από t0=0 έως t=4s.
(α. 1rad/s2, β. 30rad, γ. 28/π στροφές)



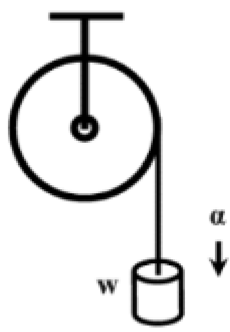
Γ10. Ένας τροχός που αρχικά ηρεμεί αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Μετά από t=10s ο τροχός έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω=40rad/s.
α) Να βρεθεί η γωνιακή του επιτάχυνση.
β) Να γίνει το διάγραμμα ω-t για τον τροχό έως την t=10s.
γ) Να βρεθεί η γωνία που διαγράφει ο τροχός από το 3ο έως το 7ο sec της κίνησης του.
δ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από την t=0 έως την t=10s.
(α) αγ = 4 r/s 2 , γ) θ = 80 rad , δ) θ = 200 rad , N= 100/π)



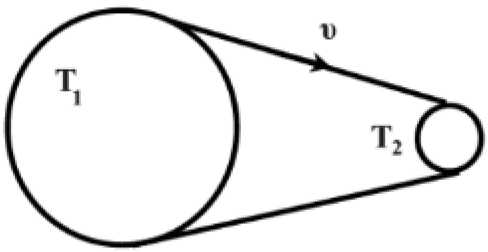
Γ11. Στο σχήμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου που εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Δίνεται ακτίνα δίσκου r=0,5m.
α) Να βρεθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις που έχει το κινητό σε κάθε κίνηση.
β) Να γίνει το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου για όλη την κίνηση.
γ) Να βρεθεί η συνολική γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος.
δ) Ένα σημείο Α απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση r=0,2m. Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα του Α την t=1s καθώς και την t=4,5 s.
(α) 5 r/s2 ,0,-10 r/s2 , β) γ) θ = 35 rad δ) u1 = u2 = 1m/s)



Γ12. Το βαρίδι, w, που είναι δεμένο στο σχοινί της τροχαλίας αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα τη χρονική στιγμή t0=0 με σταθερή επιτάχυνση α=2m/s2 και αρχική ταχύτητα υ0=0, ενώ το σχοινί ξετυλίγεται. Το κέντρο μάζας της τροχαλίας είναι ακίνητο και η ακτίνα της είναι R=0,2m.
α. Σε πόσο χρόνο, t, το σχοινί έχει ξετυλιχτεί κατά S=16m;
β. Πόση είναι η μετατόπιση του σώματος, w, κατά τη διάρκεια του 3ου δευτερόλεπτου της πτώσης του;
γ. Πόση γωνία έχει διαγράψει μια ακτίνα της τροχαλίας από t0 έως t1=4s;
δ. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t2=6s;
(α. t=4s, β. S=5m, γ. Θ=80rad, δ. ω=60rad/s)



Γ13. Οι δύο τροχοί ακτίνων R1=20cm και R2=4cm συνδέονται με ιμάντα και περιστρέφονται έτσι ώστε ένα σημείο του ιμάντα να κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Αν ο τροχός Τ1 έχει γωνιακή ταχύτητα ω1=2rad/s να υπολογιστούν:



α. Η γωνιακή ταχύτητα ω2 του άλλου τροχού Τ2.
β. Το πλήθος των περιστροφών που θα έχει διαγράψει ο κάθε τροχός σε Δt=10s.
γ. Το μήκος που θα έχει διανύσει ένα σημείο του ιμάντα στο ίδιο χρονικό διάστημα.

(α. ω2=10rad/s, β. Ν1=10/π στρ. Ν2=50/π στρ. γ. s=4m)

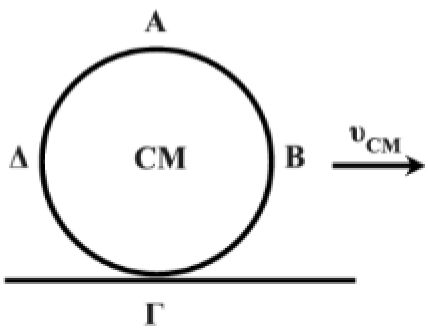
Γ14. Αυτοκίνητο έχει τροχούς ακτίνας R=0,4 m και κινείται με σταθερή ταχύτητα 40m/s. Να υπολογιστούν:
α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού.
β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
γ. Η ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή που απέχει από το έδαφος απόσταση ίση με 0,8m.
δ. Η ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή που απέχει από το έδαφος απόσταση ίση με 0,4m .
ε. Η γραμμική ταχύτητα λόγω περιστροφής ενός σημείου του τροχού που απέχει απόσταση 0,1m από το κέντρο.

(α. 40m/s, β. 100rad/s, γ. 80m/s, δ. 40 2m/s, ε. 10m/s)

Γ15. Αυτοκίνητο έχει τροχούς ακτίνας R=0,4 m και κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ οι τροχοί του περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα 50rad/s. Να υπολογιστούν:
α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του αυτοκίνητου.
β. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού.
γ. Η ταχύτητα ενός σημείου G του τροχού τη χρονική στιγμή που απέχει από το έδαφος 0,4m και από το κέντρο του τροχού 0,1m.
δ. Ο αριθμός των περιστροφών του τροχού, όταν αυτός θα έχει διατρέξει διάστημα s⍰80π m.
ε. Ο λόγος των ταχυτήτων υΔ/υΖ δύο σημείων Δ και Ζ που βρίσκονται πάνω στην κατακόρυφο που περνάει από το κέντρο μάζας, το Δ από πάνω από το CM και το Ζ από κάτω και απέχουν από αυτό ίσες αποστάσεις r=0,2m.

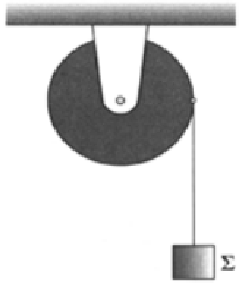
(α. υ=20 m/s, β. ακ=103m/s2, γ. υG=20,62m/s, δ. Ν=100 περιστροφές, ε. υΔ/υΖ=3)

Γ16. Τροχός ακτίνας R=0,5m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Το κέντρο μάζας του κινείται με ταχύτητα που μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση υcm =4+2t (S.I).



α. Πόση είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;
β. Με πόση ταχύτητα κινούνται τη χρονική στιγμή t⍰3s τα σημεία Α,Β, Γ;
γ. Πόσες περιστροφές κάνει ο τροχός από τη χρονική στιγμή t1=2s έωςτη t2=4s;
δ. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας τη χρονική στιγμή t1=2s;

(α. αγν=4rad/s2, β. υΑ=20m/s, υΓ=0, υΒ=10 2m/s, γ. Ν=20/π περιστροφές, δ. ακ=128m/s2)



Γ17. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα R=20cm και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Από το αυλάκι της τροχαλίας είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα ένα σώμα Σ. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα και αυτό κατεβαίνοντας αποκτά επιτάχυνση α=1m/s 2 ενώ η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση. Θεωρούμε ότι το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Να βρείτε:

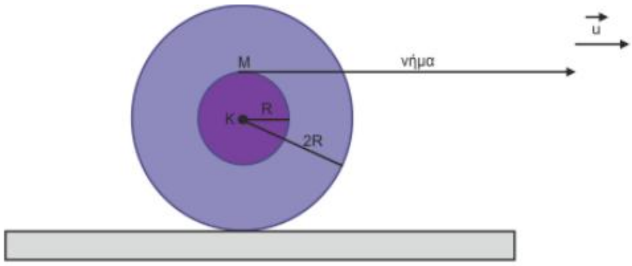
α) Να συγκριθούν η ταχύτητα πτώσης του Σ και η ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

β) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας 2s αφού αφήσουμε το σώμα ελεύθερο.

γ) Όταν το σώμα έχει κατέβει κατά h=8m, πόσες στροφές θα έχει εκτελέσει η τροχαλία.

δ) Τη χρονική στιγμή t=4s κόβουμε το νήμα και το σώμα πλέον πέφτει με επιτάχυνση g=10m/s 2 . Να βρεθεί η γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα έως τη στιγμή που το σώμα απέχει από την τροχαλία Δx=36m.

(β) ω = 10rad/sec , γ)N=20/π στρ. , δ) N=20/π στρ.)



Γ18. Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες R και 2R. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση α=2m/s 2 ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρείτε:

α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.

β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος ℓ=5m, πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.

γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι R=0,1m).

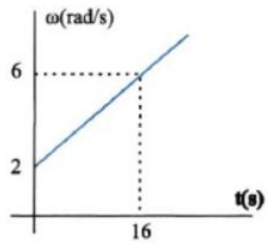
δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.

(α) α = 2 m/s2 , αγ2 = 0 β) s = 10m rad , γ)u = 2√10 s , δ) u = 4√10 s)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Γ19. Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που στρέφεται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.53. Ποια είναι η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού; Ποια χρονική στιγμή η γωνιακή ταχύτητα του τροχού θα έχει τιμή 20 rad/s;

[Απ : 0,25 rad/s, 72s]



Σχ. 4.53

Γ20. Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα 20 m/s. Οι τροχοί του έχουν ακτίνα 40 cm. Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα με την οποία τρέφονται. [Απ: 50 rad/s]

Γ21. Ένα όχημα, οι τροχοί του οποίου έχουν ακτίνα r = 40cm, κινείται με επιτάχυνση 2 m/s^2. Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα των τροχών του; [Απ: 5 rad/s^2]

Γ22. Ένας δίσκος ακτίνας 8cm κυλίεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του δίσκου είναι 5 m/s. Υπολογίστε:
α) την ταχύτητα με την οποία κινείται το ανώτερο σημείο του δίσκου.
β) τη συχνότητα με την οποία στρέφεται.
[Απ: 10 m/s, 9,9 Hz]

Γ23. Τη χρονική στιγμή μηδέν το κέντρο ενός τροχού, ακτίνας R=20 cm, που κυλίεται, έχει ταχύτητα $υ_ο$ = 8s. Η ταχύτητα του τροχού μηδενίζεται αφού διανύσει απόσταση x=20 m. Ποια είναι η γωνιακή επιβράδυνσή του, αν θεωρήσουμε ότι είναι σταθερή στη διάρκεια της κίνησης; [Απ: 8rad/s^2]

ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

1.1. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...
α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα υ = ωr (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα ω = υcm / R (υcm η ταχύτητα του κέντρου μάζας, R η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).
δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται. (Εσπερινό 2004)

1.2. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υcm η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο:
α. υcm. β. 2 υcm. γ. 0. δ. √2υcm (Επαναληπτικές 2005)

1.3. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του
α. ταχύτητα αυξάνεται.
β. ταχύτητα μένει σταθερή.
γ. επιτάχυνση αυξάνεται.
δ. επιτάχυνση μειώνεται. (Ομογενείς 2010)

1.4. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t1 έως t2.
β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t4.
γ. Τη χρονική στιγμή t3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.
δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t4. (Ημερήσιο 2016)

1.5. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής
α. έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής
β. έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
γ. έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
δ. έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας. (Ημερήσιο 2021)

Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους

1.6. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ αν τις κρίνετε σωστές και με Λ όσες κρίνετε λανθασμένες
α. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα. (Ομογενείς 2002)
β. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση. (Επαναληπτικές 2007)
γ. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα. (Επαναληπτικές 2011)
δ. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελεί μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια ταχύτητα. (Ομογενείς 2011)
ε. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα. (Ημερήσιο 2011)
στ. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά. (Επαναληπτικές 2013)
ζ. Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση. (Ομογενείς 2013 και 2014)
η. Κυλινδρικό σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα $υ_{cm}$ του κέντρου μάζας του. (Επαναληπτικές Εσπερινού 2015)
θ. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. (Επαναληπτικές 2016)

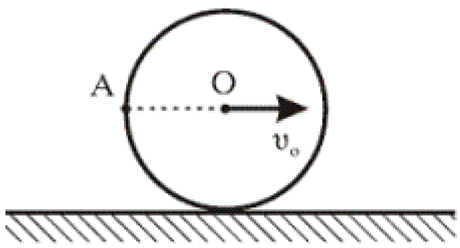
ι.Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης. (Ημερήσιο 2017)
ια. Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός. (Ημερήσιο 2018)
ιβ. Στη μεταφορική κίνηση ενός στερεού κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα. (Ημερήσιο και Εσπερινό 2020)

ΘΕΜΑ Β

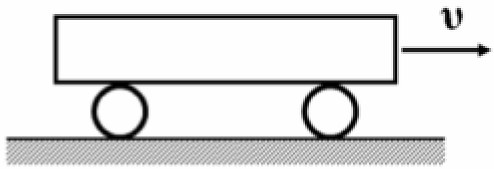
1.7. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι Δ1 και Δ2 με ακτίνες R και 2R, κυλίονται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες 3ω και ω, αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων Δ1 και Δ2, είναι
α. 3/2. β. 1/2 . γ. 1.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Ομογενείς 2004)

1.8. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υcm. Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι
α. 2/ 3 υcm β. 3 /2 υcm γ. 2 /5 υcm
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Ημερήσιο 2006)

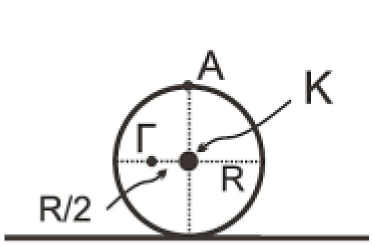
1.9. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι υο. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο
α. υΑ=2υο β. υΑ=√2υο γ. υΑ=υο
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Ημερήσιο 2009)



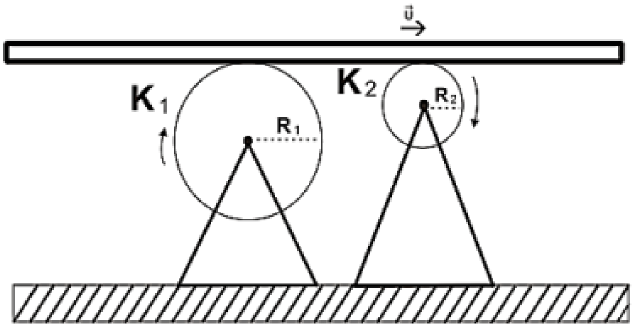
1.10 Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει. Οι κύλινδροι κυλίονται στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά
α. 5 cm. β. 10 cm. γ. 20 cm.
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Ομογενείς 2012)



1.11 Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου υcm. Έστω Α το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και Γ ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση ΓΚ = R/2 από το κέντρο Κ του τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο λόγος υΓ υΑ των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Γ και Α είναι ίσος με
α. 1 /4 . β. √3 /4 . γ. √5/ 4 .



Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Ημερήσιο 2020)



1.12 Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στους κυλίνδρους Κ1 και Κ2, οι οποίοι έχουν ακτίνες R1 και R2 αντίστοιχα. Για τις ακτίνες των κυλίνδρων ισχύει ότι R1=λR2 με λ>1. Οι κύλινδροι στρέφονται γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες. Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της με τους κυλίνδρους κατά τη διάρκεια της κίνησής της πάνω σε αυτούς. Όταν η σανίδα μετακινηθεί κατά Δx σε χρόνο Δt, οι κύλινδροι Κ1 και Κ2 έχουν εκτελέσει Ν1 και Ν2 περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:

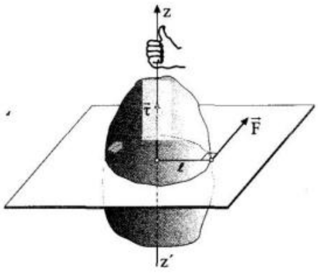
α. λ β. 1/λ γ. 2λ

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (2021)

ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

Ροπή δύναμης ως προς άξονα

Θεωρούμε ένα σώμα, το οποίο έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z’z. Στο σώμα ασκείται δύναμη F, η οποία βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής και ο φορέας της απέχει από τον άξονα απόσταση l (μοχλοβραχίονας).



Ονομάζουμε ροπή της δύναμης, ως προς τον άξονα περιστροφής z’z, το διανυσματικό μέγεθος, το οποίο έχει:

- **διεύθυνση:** τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής.
- **φορά:** τη φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Για να προσδιορίσουμε τη φορά της ροπής, κλείνουμε τα τέσσερα δάχτυλα του δεξιού χεριού γύρω από τον άξονα περιστροφής, έτσι ώστε να δείχνουν τη φορά κατά την οποία η δύναμη τείνει να περιστρέψει το σώμα. Ο τεντωμένος αντίχειρας δείχνει τότε τη φορά του διανύσματος της ροπής.
- **μέτρο:** ίσο με το γινόμενο του μέτρου F της δύναμης επί την κάθετη απόσταση l της δύναμης από τον άξονα περιστροφής, δηλαδή:

$$\tau = F \cdot l$$

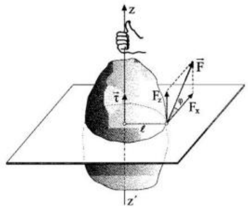
Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης στο διεθνές σύστημα (S.I.) είναι το 1 N·m.

Παρατηρήσεις:

α) Η ροπή δύναμης (τ) είναι το φυσικό μέγεθος που περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα.

β) Η ροπή μιας δύναμης ως προς άξονα είναι ίση με **μηδέν**:
- όταν η δύναμη ασκείται στον άξονα,
- όταν ο φορέας της δύναμης τέμνει τον άξονα,
- όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος προς τον άξονα (ο άξονας είναι σταθερός και η ροπή της δύναμης δεν μπορεί να περιστρέψει το σώμα γύρω από τον άξονα αυτό).

γ) Αν η δύναμη δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, τότε την αναλύουμε σε δύο συνιστώσες:
- τη συνιστώσα $F_x = F \cdot συνφ$ πάνω σε επίπεδο κάθετο στον άξονα,
- τη συνιστώσα $F_z = F \cdot ημφ$ παράλληλη προς τον άξονα.



Η ροπή της δύναμης **F** έχει μέτρο:

$$\tau = F_x \cdot l \Rightarrow \tau = F \cdot l \cdot συνφ$$

Σημείωση: Η συνιστώσα Fz (παράλληλη στον άξονα) δεν δημιουργεί ροπή, αφού δεν συνεισφέρει στην περιστροφή γύρω από αυτόν.

Αλγεβρική τιμή ροπής

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε μόνο περιπτώσεις στις οποίες **όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, το οποίο είναι κάθετο στον άξονα περιστροφής του σώματος**. Σε τέτοια προβλήματα, για να περιγράψουμε την τάση μιας δύναμης να περιστρέψει το σώμα προς τη μια ή την άλλη φορά, χρησιμοποιούμε **την αλγεβρική τιμή της ροπής**.

Κατά σύμβαση θεωρούμε:

- **Θετική (+)** τη ροπή της δύναμης που τείνει να περιστρέψει το σώμα **αντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού** (αριστερόστροφα).
- **Αρνητική (−)** τη ροπή της δύναμης που τείνει να περιστρέψει το σώμα **κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού** (δεξιόστροφα).

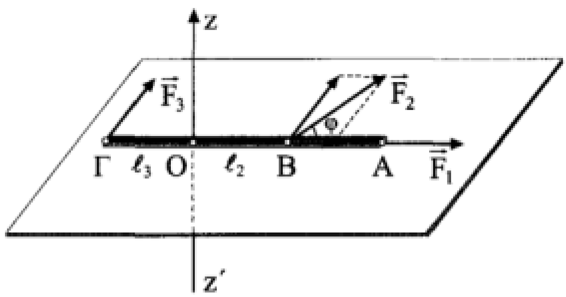
Η συνολική ροπή που ασκείται σε ένα σώμα

Η συνολική ροπή ($\tau_{ολ}$) που δέχεται ένα σώμα, στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών όλων των δυνάμεων ως προς τον άξονα περιστροφής.

$$\tau_{ολ}=\tau_1+\tau_2+\tau_3+...$$

Παράδειγμα Υπολογισμού Συνολικής Ροπής

Στη ράβδο του διπλανού σχήματος ασκούνται οι **ομοεπίπεδες δυνάμεις** F_1, F_2 και F_3. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα $z'z$, ο οποίος διέρχεται από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο των δυνάμεων.



Υπολογισμός Συνολικής Ροπής: Η συνολική ροπή (ττ) που δέχεται η ράβδος δίνεται από το **αλγεβρικό άθροισμα** των ροπών κάθε δύναμης ως προς τον άξονα zz': $\tau=\tau_1+\tau_2+\tau_3$

- **Ροπή της $F1$:** Εφόσον ο φορέας της F_1 διέρχεται από τον άξονα περιστροφής (O), η **ροπή της είναι μηδέν**: $\tau_1=0$
- **Ροπή της $F2$:** Η F_2 δημιουργεί **θετική ροπή** (αριστερόστροφη), με μέτρο:

$$\tau_2=+F_2\cdot l_2\cdot ημ\varphi$$

όπου $l_2=OB$ (απόσταση από τον άξονα) και φ η γωνία μεταξύ $F2$ και της ράβδου.

- **Ροπή της $F3$:** Η $F3$ δημιουργεί **αρνητική ροπή** (δεξιόστροφη), με μέτρο:

$$\tau_3=-F_3\cdot l_3$$

όπου $l3=OΓ$ (κάθετη απόσταση από τον άξονα).

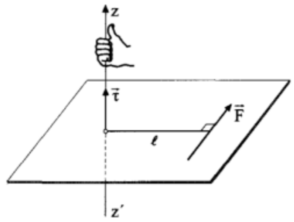
Συνολική Ροπή: $\tau=0+F_2\cdot l_2\cdot ημ\varphi-F_3\cdot l_3 \Rightarrow \tau=F_2\cdot l_2\cdot ημ\varphi-F_3\cdot l_3$

Το **πρόσημο** της συνολικής ροπής (τ) δείχνει **τη φορά** στην οποία τείνει να περιστρέψει το σώμα.

- Αν $\tau>0$: Τείνει προς αριστερόστροφη περιστροφή.
- Αν $\tau<0$: Τείνει προς δεξιόστροφη περιστροφή.

Ροπή δύναμη ως προς σημείο

Επίδραση Δύναμης σε Ελεύθερο Σώμα



- Αν σε ένα σώμα, **ελεύθερο να κινηθεί**, ασκείται δύναμη της οποίας **ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας (ΚΜ)**, τότε το σώμα θα εκτελέσει **μόνο μεταφορική κίνηση** (χωρίς περιστροφή).
- Αν **ο φορέας της δύναμης δεν διέρχεται από το ΚΜ**, το σώμα θα εκτελέσει **σύνθετη κίνηση**:
  - **Μεταφορική** (όπως αν η δύναμη ασκούνταν στο ΚΜ).
  - **Περιστροφική** γύρω από έναν **ελεύθερο άξονα** που διέρχεται από το ΚΜ και είναι **κάθετος στο επίπεδο** που ορίζεται από τη δύναμη και το ΚΜ.

Σημείωση: Όταν **δεν υπάρχει σταθερός άξονας περιστροφής**, χρησιμοποιούμε την έννοια της **ροπής ως προς σημείο** (π.χ. το ΚΜ).

Η **ροπή μιας δύναμης F ως προς σημείο *O*** είναι **διανυσματικό μέγεθος** με:

- **Διεύθυνση:** Κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν ο φορέας της **F** και το σημείο *O*.
- **Φορά:** Καθορίζεται από τον **κανόνα του δεξιού χεριού**:
  - Τα δάχτυλα δείχνουν τη φορά περιστροφής που προκαλεί η **F**.
  - Ο αντίχειρας δείχνει τη φορά του διανύσματος της ροπής.
- **Μέτρο:** $\tau = F \cdot l$

όπου l η **απόσταση** του σημείου Ο από τον φορέα της **F**.

Η ροπή μιας δύναμης ως προς σημείο *O* είναι **μηδέν** αν:
Η δύναμη ασκείται στο *O*
Ο φορέας της δύναμης διέρχεται από το *O*.

Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Ζεύγος δυνάμεων ονομάζεται ένα σύστημα δύο δυνάμεων **F₁** και **F₂** με τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Ασκούνται σε **δύο διαφορετικά σημεία** ενός σώματος.
- Είναι **αντίρροπες** (έχουν αντίθετη φορά).
- Έχουν **ίσα μέτρα** ($F_1=F_2=F$).

Η **ροπή ζεύγους δυνάμεων (τ)** είναι **διανυσματικό μέγεθος** με:

- **Διεύθυνση:** Κάθετη στο επίπεδο του ζεύγους.
- **Φορά:** Καθορίζεται από τον **κανόνα του δεξιού χεριού**:
    - Τα δάχτυλα δείχνουν τη φορά περιστροφής που προκαλεί το ζεύγος.
    - Ο αντίχειρας δείχνει τη φορά του διανύσματος ροπής.
- **Μέτρο:** $\tau=F\cdot d$

όπου F το μέτρο μιας από τις δυνάμεις και d η απόσταση μεταξύ των δύο διανυσμάτων.

<u>Παρατηρήσεις</u>

Η ροπή ενός ζεύγους είναι η **ίδια** ως προς **οποιοδήποτε σημείο** του χώρου, αφού η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν (**F1**+**F2**=0), αλλά υπάρχει καθαρή ροπή.

Ένα ζεύγος δυνάμεων **δεν προκαλεί μεταφορική κίνηση** (αφού Σ**F**=0).

Προκαλεί **μόνο περιστροφική κίνηση** (στροφή γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο του ζεύγους).

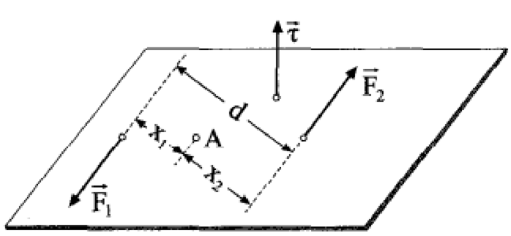
<u>Παραδείγματα</u>

- **Στρίψιμο κλειδιού:** Οι δυνάμεις στα δύο άκρα του κλειδιού σχηματίζουν ζεύγος, προκαλώντας περιστροφή.
- **Τιμόνι αυτοκινήτου:** Οι χέρες του οδηγού ασκούν ζεύγος δυνάμεων για να το περιστρέψουν.

<u>Παράδειγμα Υπολογισμού Ροπής Ζεύγους Δυνάμεων</u>

Θεωρούμε ένα ζεύγος δυνάμεων **F₁** και **F₂** ($F_1=F_2=F$) που ασκούνται σε ένα σώμα. Η ροπή του ζεύγους ως προς ένα σημείο **A** του επιπέδου τους, όπου:

- Η απόσταση του **A** από τη **F1** είναι x_1
- Η απόσταση του **A** από τη **F2** είναι x_2.



Η **αλγεβρική τιμή της ροπής** ως προς το **A** είναι:

$$\tau=F_1\cdot x_1+F_2\cdot x_2$$

Εφόσον $F_1=F_2=F$, γίνεται:

$$\tau=F\cdot x_1+F\cdot x_2=F\cdot(x_1+x_2) = F\cdot d$$

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Για ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές **ομοεπίπεδες δυνάμεις**, οι συνθήκες ισορροπίας εξαρτώνται από τον τύπο της κίνησης που μπορεί να εκτελέσει:

- **Στερεό με Σταθερό Άξονα Περιστροφής** το οποίο μπορεί να εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.

$$\boldsymbol{\Sigma\vec{\tau} = 0}$$

το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής πρέπει να είναι μηδέν

- **Ελεύθερο Στερεό (χωρίς σταθερό άξονα)** το οποίο μπορεί να εκτελέσει και μεταφορική και στροφική κίνηση και ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις.

  $\boldsymbol{\Sigma\vec{F} = 0}$ και $\boldsymbol{\Sigma\vec{\tau} = 0}$ (ως προς οποιοδήποτε σημείο)

ή $\boldsymbol{\Sigma F_x = 0}$ και $\boldsymbol{\Sigma F_y = 0}$ και $\boldsymbol{\Sigma\tau = 0}$ (ως προς οποιοδήποτε σημείο)

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Γραμμική ταχύτητα: $υ = ds/dt$

Γωνιακή Ταχύτητα: $ω = dθ/dt$

Σχέση γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας: $u = ω \cdot R$

Κεντρομόλος επιτάχυνση: $\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \omega^2 \cdot R$

Γραμμική (ή επιτρόχια) επιτάχυνση: $a_{\varepsilon\pi} = \frac{du}{dt}$

Γωνιακή επιτάχυνση: $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$

Σχέση επιτρόχιας και γωνιακής επιτάχυνσης: $a_{\varepsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$

Ομαλή κυκλική κίνηση σημείου: $|\vec{\upsilon}|$ = σταθερό και $\vec{\omega}$ = σταθερή

$S = υ \cdot Δt$ και $Δθ = ω \cdot Δt$

Ομαλά μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση: $|\vec{\alpha}_{\varepsilon\pi}|$ = σταθερό και $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ = σταθερή

$ω = \omega_o \pm \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t$ και $\Delta\vartheta = \omega_o \cdot \Delta t \pm \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t^2$

Συνθήκες κύλισης: $x = R \cdot θ$ και $υ_{cm} = ω \cdot R$ και $α_{cm} = α_{γων} \cdot R$

Για κάθε σημείο ισχύει: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho}$ και $\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon\pi} + \vec{\alpha}_\kappa$

Αριθμός περιστροφών στερεού: $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$

Ροπή δύναμης ως προς άξονα ή σημείο: $\tau = F \cdot l$

Ροπή ζεύγους δυνάμεων: $\tau = F \cdot d$

Ισορροπία στερεού σώματος

με Σταθερό Άξονα Περιστροφής : $\Sigma\vec{\tau} = 0$

Ελεύθερο Στερεό (χωρίς σταθερό άξονα): $\Sigma\vec{F} = 0$ και $\Sigma\vec{\tau} = 0$ (ως προς οποιοδήποτε σημείο)

ή $ΣF_x = 0$ και $ΣF_y = 0$ και $Στ = 0$ (ως προς οποιοδήποτε σημείο)

ΘΕΜΑΤΑ Α

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Α2.1 Ο φορέας μιας δύναμης F έχει απόσταση d από ένα σημείο Ο. Η ροπή της δύναμης, ως προς το Ο είναι
α. μονόμετρο μέγεθος ίσο με $\tau = F \cdot d$.
β. διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F \cdot d$, σημείο εφαρμογής ίδιο με της δύναμης F, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν η F και η d και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.
γ. διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F \cdot d$, σημείο εφαρμογής το σημείο Ο, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν η F και η d και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.
δ. κανένα από τα παραπάνω.

Α2.2 Η ροπή δύναμης ως προς άξονα είναι
α. μηδέν, αν ο φορέας της δύναμης δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα.
β. μέγιστη, αν ο άξονας είναι παράλληλος με το φορέα της δύναμης.
γ. μηδέν, αν ο φορέας της δύναμης τέμνει τον άξονα.
δ. μηδέν μόνο αν ο φορέας της δύναμης τέμνει κάθετα τον άξονα.

Α2.3 Η ροπή δύναμης περιγράφει την ικανότητα
α. ενός σώματος να στρέφεται.
β. μιας δύναμης να στρέφεται.
γ. μιας δύναμης να μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της.
δ. μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα ή να μεταβάλλει τη στροφική του κίνηση.

Α2.4 Δύναμη F ασκείται σε σώμα που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.
α. Αν ο φορέας της δύναμης περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει μόνο στροφική κίνηση.
β. Αν ο φορέας της δύναμης δεν περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει μόνο στροφική κίνηση.
γ. Αν ο φορέας της δύναμης δεν περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει στροφική και μεταφορική κίνηση.
δ. Αν ο φορέας της δύναμης περνά από το κέντρο μάζας, το σώμα ισορροπεί.

Α2.5 Ένα ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δύο
α. αντίθετες δυνάμεις.
β. ίσες δυνάμεις με παράλληλους φορείς.
γ. δυνάμεις με ίσα μέτρα, αντίθετη κατεύθυνση και παράλληλους φορείς.
δ. δυνάμεις με ίσα μέτρα και με συνολική ροπή μηδέν.

Α2.6 Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων F1, F2 των οποίων οι φορείς απέχουν απόσταση d:

α. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο F1·d και διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των δυνάμεων.
β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου του επιπέδου τους ως προς το οποίο υπολογίζεται.
γ. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο F1·d και φορέα πάνω στο επίπεδο των δυνάμεων.
δ. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο (F1+F2)·d και διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των δυνάμεων.

Α2.7 Όταν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς άξονα είναι ίση με
α. μηδέν.
β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς τον ίδιο άξονα.
γ. το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς τον ίδιο άξονα.
δ. κανένα από τα παραπάνω.

Α2.8 Ικανή και αναγκαία συνθήκη για να ισορροπεί ένα σώμα είναι
α. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν.
β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν.
γ. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το κέντρο μάζας να είναι μηδέν.
δ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν.

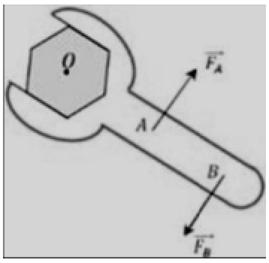
Α2.9 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας τότε
α. δεν δέχεται καμία δύναμη.
β. η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.
γ. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς κάθε σημείο είναι μηδέν.
δ. η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής μπορεί να είναι διάφορη του μηδενός.
ε. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς ένα μόνο σημείο είναι μηδέν.

Α2.10 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στο ζεύγος δυνάμεων είναι σωστές;
α. Δύο οποιεσδήποτε αντίρροπες δυνάμεις που δρουν στο ίδιο σώμα μπορούν να αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.
β. Η ροπή ζεύγους έχει μέτρο τ=F·d, όπου F το μέτρο της κάθε δύναμης του ζεύγους και d η απόσταση των φορέων τους.
γ. Το διάνυσμα της ροπής του ζεύγους βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με τις δυνάμεις του ζεύγους.
δ. Το μέτρο της ροπής ενός ζεύγους δυνάμεων δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του σώματος.
ε. Το διάνυσμα της ροπής του ζεύγους βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο που βρίσκονται οι δύο δυνάμεις του ζεύγους.

Α2.11 Στερεό σώμα, που αρχικά ηρεμεί, δέχεται τη δράση δύο μόνο δυνάμεων που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία αυτού. Για να ισορροπεί πρέπει οι δύο δυνάμεις να έχουν

α. ίσα μέτρα, ίδιο φορέα και ίδια φορά.
β. ίσα μέτρα, διαφορετικό φορέα και αντίθετη φορά.
γ. ίδιο φορέα και αντίθετη φορά.
δ. ίσα μέτρα, ίδιο φορέα και αντίθετη φορά

Α2.12 Ασκώντας ένα ζεύγος δυνάμεων στο κλειδί του σχήματος προκαλούμε την περιστροφή της βίδας. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο και των δύο δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους

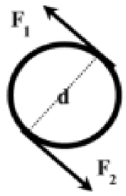


α. διπλασιάζεται,
β. υποδιπλασιάζεται,
γ. τετραπλασιάζεται,
δ. παραμένει σταθερή.

Α2.13 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

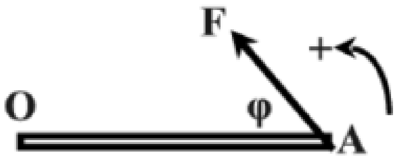
α. Η ροπή μιας δύναμης της οποίας ο φορέας τέμνει τον άξονα περιστροφής του σώματος είναι μηδέν ως προς τον άξονα αυτόν.
β. Αν σε ένα ακίνητο σώμα που διαθέτει σταθερό άξονα περιστροφής ασκείται μια δύναμη, τότε είναι σίγουρο ότι θα περιστρέφεται.
γ. Όσο πλησιέστερα στον άξονα περιστροφής ενός σώματος ασκήσουμε μια δύναμη τόσο ευκολότερο είναι να το περιστρέψουμε.
δ. Η ροπή μιας δύναμης περιγράφει την ικανότητα της δύναμης να περιστρέψει ένα στερεό.
ε. Δύο αντίθετες δυνάμεις και παράλληλους φορείς αποτελούν ζεύγος.

Α2.14 Ασκώντας ένα ζεύγος δυνάμεων στο δίσκο του σχήματος προκαλούμε περιστροφή αυτού. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο και των δύο δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους:



α. διπλασιάζεται.
β. υποδιπλασιάζεται.
γ. τετραπλασιάζεται.
δ. παραμένει σταθερή.

Α2.15 Η ράβδος ΟΑ, μήκους L, μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν η ράβδος και η δύναμη, F. Η ροπή της δύναμης ως προς αυτόν τον άξονα είναι:



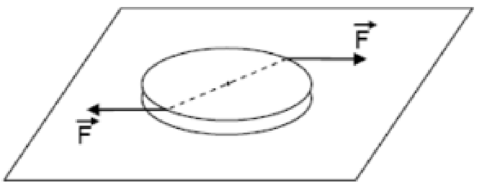
α. 0 β. F·Lημφ γ. +F·L·ημφ δ. -F·L·συνφ

Α2.16 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Σε σώμα που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα ασκούνται δυνάμεις που έχουν συνισταμένη μηδέν. Τότε είναι αδύνατο να περιστρέφεται.
β. Όταν ένα ελεύθερο στερεό σώμα μεταφέρεται χωρίς να περιστρέφεται τότε σίγουρα το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.
γ. Αν ο φορέας μιας δύναμης διέρχεται από τον άξονα περιστροφής, τότε η ροπή της δύναμης ως προς αυτόν τον άξονα είναι μηδέν.
δ. Το μέτρο της ροπής του ζεύγους δυνάμεων εξαρτάται από το μέτρο των δυνάμεων και την κάθετη απόσταση μεταξύ των φορέων των δυνάμεων
ε. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.

Α2.17 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Η ροπή δύναμης ως προς άξονα περιστροφής έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής.
β. Όταν σε ένα σώμα ασκείται μόνο μία δύναμη, τότε αυτό δεν μπορεί να εκτελέσει σύνθετη κίνηση.
γ. Ένα στερεό σώμα δεν μπορεί να ισορροπεί με την δράση μίας μόνο δύναμης.
δ. Όταν ένα στερεό σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών μη παράλληλων δυνάμεων, τότε οι φορείς των δυνάμεων αυτών διέρχονται από το ίδιο σημείο.
ε. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθούν μόνο δύο αντίθετες δυνάμεις τότε αυτό απαραίτητα ισορροπεί.

Α2.18 Αν σε ένα ζεύγος δυνάμεων διπλασιάσουμε τα μέτρα των δύο δυνάμεων και υποδιπλασιάσουμε την απόσταση των φορέων τους, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους
α. διπλασιάζεται
β. τετραπλασιάζεται
γ. υποδιπλασιάζεται
δ. διατηρείται σταθερό

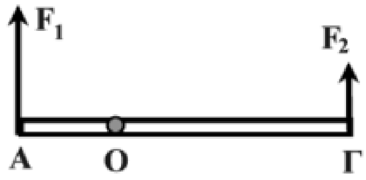
Α2.19 Ο ομογενής δίσκος του σχήματος 1 ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Τότε ο δίσκος
α. συνεχίζει να ισορροπεί
β. μόνο μεταφέρεται
γ. μεταφέρεται και περιστρέφεται
δ. μόνο περιστρέφεται



Σχήμα 1

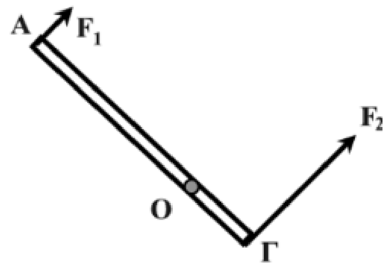
ΘΕΜΑΤΑ Β

Β2.1 Η ομογενής αβαρής ράβδος ΑΓ=l, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο. Δύο δυνάμεις F1, F2 ασκούνται στα άκρα Α και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί. Αν η απόσταση ΟΑ είναι ίση με l/4 τότε η σχέση των δυνάμεων είναι



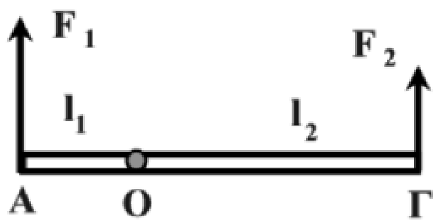
α. F1=4F2 β. F1=4/3F2 γ. F1= 3F2

Β2.2 Η ομογενής ράβδος ΑΓ=l, βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο. Δύο δυνάμεις F1, F2 ασκούνται στα άκρα Α καιΓ όπως φαίνεται στο σχήμα και ράβδος ισορροπεί. Αν η σχέση των μέτρωντων δυνάμεων είναι F2=4F1 τότε η απόσταση ΟΑ είναι ίση με



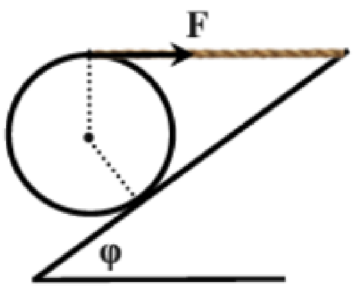
α. 4l/5 β. 3l/5 γ. 2l/5

Β2.3 Δύο δυνάμεις F1,F2 ασκούνται στα άκρα Α και Γ της αβαρούς ράβδου μήκους l της οποίας ο άξονας περιστροφής Ο απέχει απότα Α και Γ αποστάσεις ΟΑ=l1, ΟΓ=l2 με l2=2l1. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



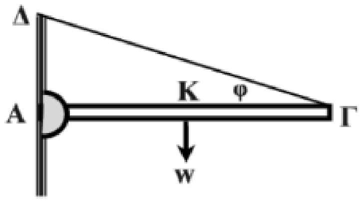
α. Αν η ράβδος ισορροπεί θα πρέπει να είναι F1=2F2.
β. Αν η είναι F1 =4F2 τότε η ράβδος περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.
γ. Αν είναι F1=F2 η ράβδος περιστρέφεται με φορά αντίθετη από αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού.
δ. Αν είναι F1=F2 οι δύο δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.

Β2.4 Ο κύλινδρος βάρους w= 20N του ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης φ με ημφ=0,8 και συνφ=0,6. Για την τάση του νήματος F και την στατική τριβή Τ ισχύει



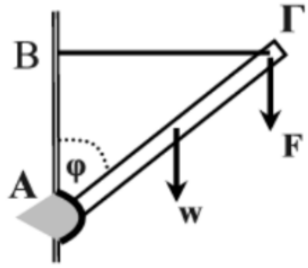
α. F=T=20N β. F=T=10N γ. F=T=5N

B2.5 Η ράβδος του σχήματος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος ΔΓ και άρθρωσης, Α. Αν το ημφ=0,5 και η τάση του νήματος είναι Τ, τότε η σχέση που συνδέει την Τ με το βάρος w είναι:



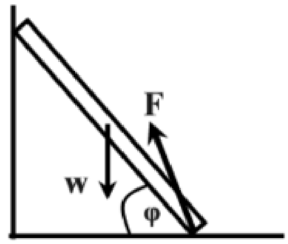
α. T=w β. T=2w γ. W=2T

B2.6 Η ομογενής ράβδος βάρους w ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος ΒΓ και της άρθρωσης, Α. Η ράβδος δέχεται και τη δύναμη F μέτρου F=w. Η γωνία φ είναι 45^0. Η δύναμης FA που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση έχει μέτρο:



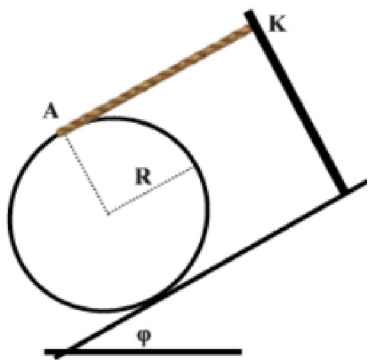
α. FA=w β. FA=3w γ. FA=2,5w

B2.7 Η ομογενής ισοπαχής ράβδος του σχήματος ισορροπεί ακουμπισμένη στον λείο κατακόρυφο τοίχο και στο τραχύ πάτωμα από το οποίο δέχεται δύναμη μέτρου F=2w, όπου w το βάρος της ράβδου. Για τη γωνία φ ισχύει:



α. εφφ=1 β. εφφ= $\sqrt{3}/6$ γ. εφφ=2/3

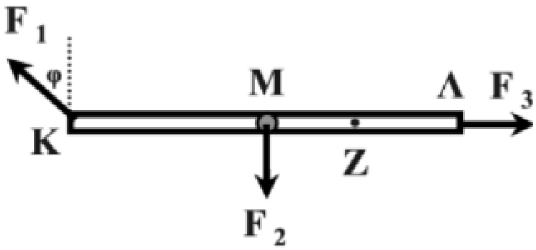
B2.8 Ο αρχικά ακίνητος ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R φέρει λεπτή εγκοπή στην περιφέρειά του, στην οποία είναι τυλιγμένο μη εκτατό νήμα μήκους αμελητέου πάχους. Το ένα άκρο του νήματος είναι δεμένο σταθερά σε ακλόνητο σημείο Κ. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ. Αν θεωρήσουμε τον μέγιστο συντελεστή στατικής τριβής ίσο με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης τότε η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του πλάγιου επιπέδου, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί σε θέση που το σχοινί ΑΚ είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο είναι:



α. μ=εφφ/3 β. μ=εφφ/2 γ. μ=εφφ/4

ΘΕΜΑΤΑ Γ

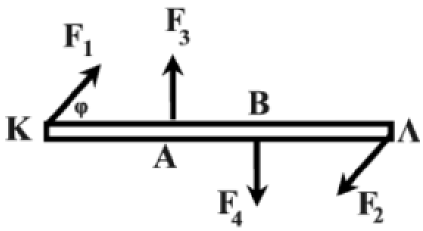
Γ.1 Η αβαρής ράβδος ΚΛ=L=2m του σχήματος δέχεται τρεις δυνάμεις με ίσα μέτρα F1=F2=F3=10N. Δίνονται ακόμα οι αποστάσεις είναι (ΚΜ)=1m και (ΚΖ)=1,4m και η γωνία φ=60^0. Να υπολογιστούν:



α. Η συνολική ροπή ως προς το Κ.
β. Η συνολική ροπή ως προς το Λ.
γ. Η συνολική ροπή ως προς το Μ.
δ. Η συνολική ροπή ως προς το Ζ.
ε. Το μέτρο και η κατεύθυνση μιας κατακόρυφης δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο μέσο Μ της ράβδου ώστε η συνολική ροπή ως προς το Ζ να είναι 15Nm.

α. 10Nm, β. 0, γ. 5Nm, δ. 3Nm, ε. F45N με φορά προς τα κάτω

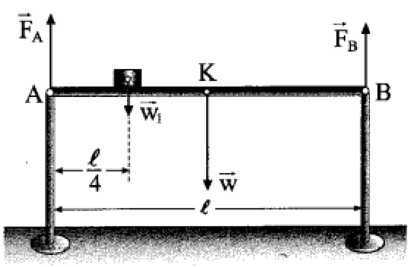
Γ2.Η αβαρής ράβδος ΚΛ=L του σχήματος δέχεται τη δράση δύο ζευγών δυνάμεων με μέτρα F1=F2=10 $\sqrt{3}$N και F3=F4=10N. Η ροπή του ζεύγους των F1, F2 έχει μέτρο 30Nm, τα σημεία Α και Β απέχουν ΑΒ=L/4 και φ=60^0. Να βρεθούν:



α. Το μήκος L της ράβδου.
β. Η ροπή του ζεύγους των F3,F4.
γ. Τη συνισταμένη των ροπών και των τεσσάρων δυνάμεων ως προς το σημείο Κ και ως προς το σημείο Λ.

α. L=2m. β. 5Nm. γ. 35Nm

Γ3.Ομογενής ράβδος ΑΒ, βάρους w=70 N, στηρίζεται στα άκρα της Α και Β με δύο στύλους, ώστε να είναι οριζόντια. Ένα σώμα, βάρους w1=20 N, τοποθετείται πάνω στη ράβδο σε απόσταση από το ένα άκρο της ίση με το ένα τέταρτο του μήκους της. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκεί η ράβδος στα δύο υποστηρίγματα.

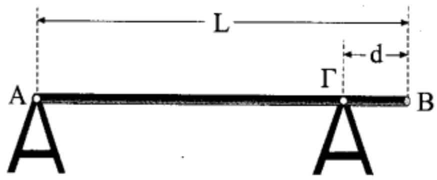


N_A=50N, N_B=40N

Γ4.Ένα όχημα βάρους w1=200.000 N διέρχεται από μια γέφυρα ΑΒ, μήκους l=50 m και βάρους w2=1.000.000N. Η γέφυρα είναι κατασκευασμένη από ομογενές υλικό και στηρίζεται σε δύο στύλους που βρίσκονται στα άκρα της. Το όχημα, το οποίο θεωρούμε ως υλικό σημείο, κατευθύνεται από το άκρο Α προς το άκρο Β της γέφυρας.

α. Εκφράστε τα μέτρα των αντιδράσεων FA και FB σε συνάρτηση με την απόσταση x του οχήματος από το άκρο Α.
β. Διάγραμμα FA=f(x) και FB=f(x).
γ. Τιμή του x όταν FA/FB=7/8.

Γ5. Ομογενής δοκός ΑΒ, μήκους L=3m και βάρους w = 50 N, ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο Α και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο Β απόσταση d= 0,5m, όπως φαίνεται στο σχήμα.

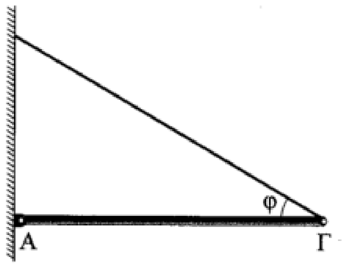


α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη δοκό στα σημεία Α και Γ.

β. Στο άκρο Β της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους W1 και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το στήριγμα στο άκρο Α ελαττώνεται στο μισό. Να υπολογίσετε το βάρος w1 του σώματος. **α.** ΝΑ=20Ν, ΝΓ=30Ν,β. w1=50Ν

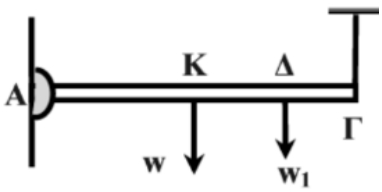
Γ6. Ομογενής δοκός ΑΓ βάρους w=200 N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο Γ συνδέεται με σχοινί που σχηματίζει γωνία φ=30^0 με τη δοκό. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της τάσης Τ του σχοινιού.
β. το μέτρο της δύναμης F από την άρθρωση
γ. Την κατεύθυνση της δύναμης F



Γ7. Η ομογενής δοκός ΑΓ μήκους d=4m και βάρους w=100N στηρίζεται στο ένα άκρο της, Α, σε κατακόρυφο τοίχο μέσω μιας άρθρωσης, ενώ το άλλο άκρο, Γ, είναι δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Στο σημείο Δ με (ΑΔ)=3m φέρει φορτίο βάρους w1=80N. Να υπολογιστούν:

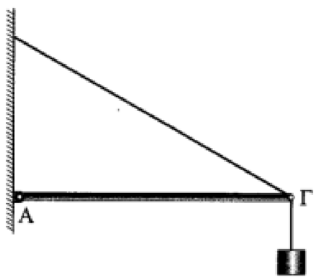
α. Η τάση του νήματος Τ.
β. Η δύναμη F που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση Α. α. Τ=110Ν, β. F=70N



Γ8. Ομογενής δοκός ΑΓ, μήκους l=4 m και βάρους w1=200 N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άκρο Γ συνδέεται με σχοινί μήκους d=5 m και κρέμεται σώμα βάρους w2=1100 N. Να υπολογίσετε:

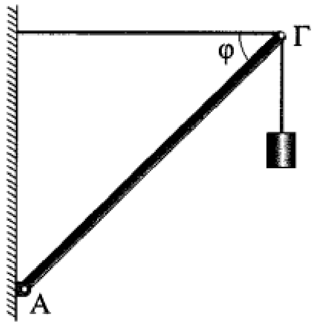
α. το μέτρο της τάσης **Τ** του σχοινιού.

β. το μέτρο της δύναμης από την άρθρωση



T=2000N, F=$\sqrt{266000}N$

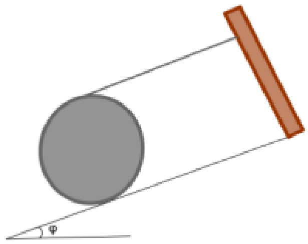
Γ9. Ομογενής ράβδος ΑΓ βάρους w1=40 N, ισορροπεί με το άκρο Α αρθρωμένο σε κατακόρυφο τοίχο και το άκρο Γ δεμένο με οριζόντιο σχοινί (γωνία φ=45^0 με τη ράβδο). Στο άκρο Γ κρέμεται σώμα βάρους w2=40 N.Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της τάσης του νήματος.
β. τη δύναμη από την άρθρωση.

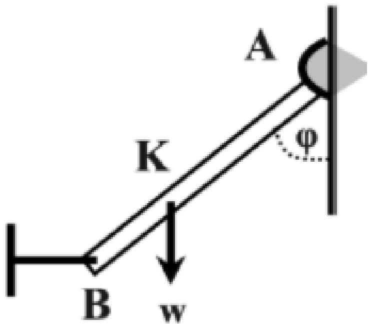
T=60N β. F= 100 N, εφθ=4/3

Γ10. Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια ενός νήματος παράλληλου στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν το βάρος του δίσκου είναι w=10 N και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ=30^0 , να βρεθούν:



α) η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του Κ.
β) η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα.
γ) η στατική τριβή στον δίσκο καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο δίσκο

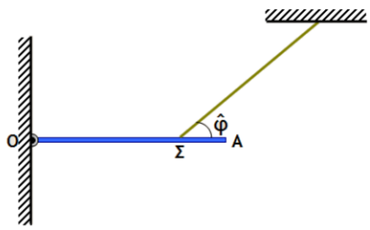
Γ11. Η μεταλλική δοκός ΑΒ, μήκους d δεν είναι ομογενής και έτσι το βάρος της w=30N ασκείται στο σημείο Κ το οποίο απέχει απόσταση d/3 από το άκρο της Β. Η ράβδος στο άκρο της Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ με το άλλο άκρο της Β συνδέεται μέσω τεντωμένου νήματος με άλλο σταθερό σημείο, Γ. Δίνεται η γωνία φ=45^0.



Να υπολογιστούν:
α. Η τάση του νήματος, Τ.
β. Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

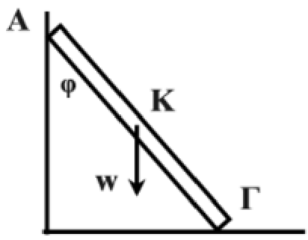
α.T=20N, β. F=36N

Γ12. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος L =4 m, μάζα Μ= 30 kg και είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σημείο Σ της ράβδου και σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ= 30^0 . Η απόσταση (ΟΣ) είναι ίση με 3 m . Να βρεθούν:



α) το μέτρο της τάσης Τ του νήματος.
β) το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.
γ) το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης F' που θα ασκήσει η άρθρωση στη ράβδο, αν το νήμα δεθεί σε σημείο Κ της ράβδου, τέτοιο, ώστε η απόσταση (ΟΚ) να είναι ίση με 4/3 m και το νήμα να σχηματίζει την ίδια γωνία φ με τη ράβδο. Δίνεται: g=10m/s^2.

Γ13.Μια ομογενής δοκός μήκους L και βάρους w=60N ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του τοίχου είναι φ με ημφ=0,8 και συνφ=0,6.



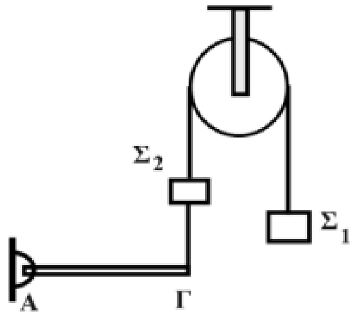
Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη F1 που ασκεί ο τοίχος στη δοκό;

β. Η δύναμη F2 που ασκεί το πάτωμα στη ράβδο.

α. F1=40N β. F2=20 $\sqrt{13}$N, εφθ=3/2

Γ14. Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί. Η ράβδος ΑΓ είναι οριζόντια και συνδέεται με τον κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση. Οι μάζες των σωμάτων Σ1 και Σ2 είναι m1 και m2=1kg, της τροχαλίας Μ1=2kg και της ράβδου ΑΓ, Μ2=2kg. Το μήκος της ράβδου είναι L=0,3m και η ακτίνα της τροχαλίας R=0,2m. Δίνεται g=10m/s2.



Να υπολογίσετε:

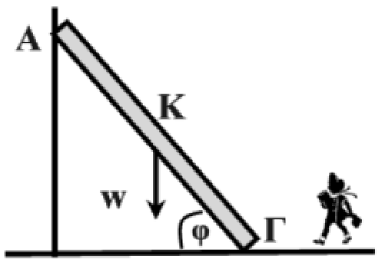
α. τις τάσεις και των τριών αβαρών νημάτων.

β. τη μάζα m1.

γ. Τη δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία και τη δύναμη που ασκεί

η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο Α. α.10N, 20N, 20N, β. m1=2kg, γ.60N, 10N

Γ15. Μια ομοιόμορφη σκάλα, μήκους L=4m, βάρους w=60N στηρίζεται με το ένα άκρο της Α σε τελείως λείο κατακόρυφο τοίχο και με το άλλο της, Γ σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου είναι μς=$\sqrt{3}$/6 και η σκάλα ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία φ=60^0 με το δάπεδο. Να υπολογιστούν:



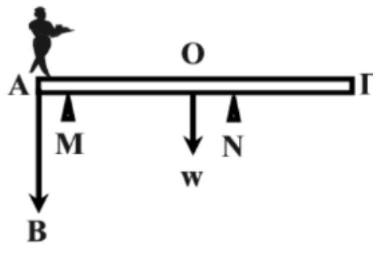
α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο κατακόρυφος τοίχος στη σκάλα.

β. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σκάλα από το δάπεδο.

γ. Αν ένα μικρό παιδί, βάρους w1=400N αρχίσει να ανεβαίνει τη σκάλα σε πόση απόσταση από το άκρο Γ μπορεί να φτάσει χωρίς η σκάλα να αρχίσει να γλιστρά;

α. F1=10$\sqrt{3}$N, β. F2=62,5N, γ. x<2m

Γ16. Ομογενής σανίδα ΑΓ, μήκους L=4m και βάρους w=300N στηρίζεται σε δύο σημεία Μ και Ν που απέχουν από το ένα άκρο Α αποστάσεις ΑΜ=0,5m και ΑΝ=2,5m αντιστοίχως.



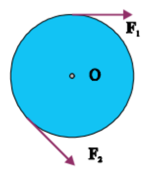
α. Αν ένας εργάτης βάρους Β=600N στέκεται στο ένα άκρο Α και η ράβδος ισορροπεί, να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα Μ και Ν στη σανίδα.

β. Αν ο εργάτης αρχίσει να περπατάει προς το άκρο Γ σε πόση απόσταση, x, πριν το Γ πρέπει να σταματήσει ώστε η ράβδος να μην ανατραπεί; α. 825N και 75N, β. x=1,25m

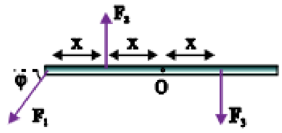
Ασκήσεις σχολικού βιβλίου

Γ17. Ένας εργάτης, για να σφίξει μια βίδα, χρησιμοποιεί κλειδί μήκους 20cm. Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να ασκήσει ο εργάτης είναι 200N. Ποια είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να ασκήσει; Πώς πρέπει να ασκηθεί η δύναμη ώστε η ροπή να είναι μέγιστη; [Απ: 40 N m]

Γ18. Ο τροχός του σχήματος 4.54 έχει ακτίνα R = 0,5 m και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Στον τροχό ασκούνται εφαπτομενικά οι δυνάμεις F1 = 20N και F2 = 30N. Ποια είναι η συνολική ροπή που δέχεται ο τροχός; [Απ: 5 N m]

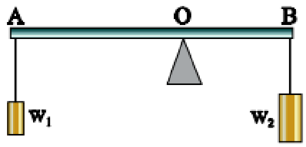


Γ19. Η ράβδος του σχήματος έχει αμελητέο βάρος και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος σ' αυτή. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις F_1 = 20N, F_2 = 2N και F_3 = 10N . Να υπολογίσετε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο ως προς το σημείο Ο. Δίνονται: x =2m και φ = 30^0 . [Απ: 16 N m]

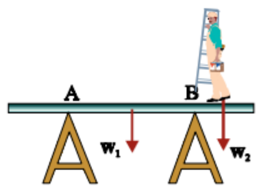


Γ20. Το βαρούλκο ενός πηγαδιού αποτελείται από τύμπανο ακτίνας R1 = 20 cm, στο οποίο είναι προσαρμοσμένη χειρολαβή, μήκους R2 = 0,5 m. Όταν στρέφεται η χειρολαβή, το σκοινί τυλίγεται στο τύμπανο και έλκει φορτίο (κουβάς με νερό) βάρους 150 N. Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στη χειρολαβή ώστε να ανεβαίνει το φορτίο.
[Απ: 60 N]

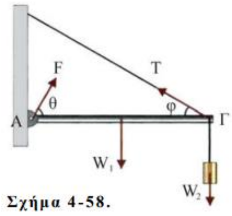
Γ21. Από τα άκρα Α και Β αβαρούς ράβδου, μήκους l = 2 m, κρέμονται με σκοινιά δύο βάρη w1 = 200 N και w2 = 300 N. Σε ποιο σημείο πρέπει να στηριχτεί η ράβδος για να ισορροπεί οριζόντια; [Απ: 1,2m από το άκρο Α]



Γ22. Ο ελαιοχρωματιστής του σχήματος στέκεται πάνω σε δοκό μήκους l = 4 m και βάρους w1 = 150 N. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία Α και Β που απέχουν το καθένα 1 m, από τα άκρα της. Το βάρος του ελαιοχρωματιστή είναι w2 = 700 N. Σε πόση απόσταση από τις άκρες μπορεί να σταθεί ο ελαιοχρωματιστής χωρίς να ανατραπεί η δοκός; [Απ: 79 cm]

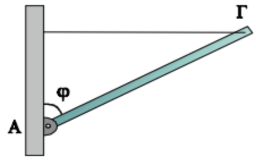


Γ23. Ομογενής δοκός ΑΓ με μήκος l και βάρος w1 = 100 N ισορροπεί οριζόντια (σχ.4.58). Το άκρο Α της δοκού συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με σκοινί που σχηματίζει γωνία φ = 30° με τη δοκό. Στο άκρο Γ κρέμεται με σκοινί σώμα βάρους w2 = 40 N. Υπολογίστε την τάση του σκοινιού και τη δύναμη που δέχεται η δοκός από τον τοίχο.
[Απ: Τ=180 Ν, F=163,7 N, εφθ=0,32]

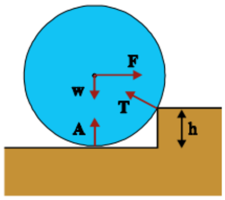


Σχήμα 4-58.

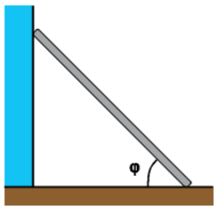
Γ24. Ομογενής δοκός ΑΓ μήκους l και βάρους w = 100 N ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 4.64. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σκοινί και από την άρθρωση Α. Δίνεται φ = 60°.



Γ25. Το εμπόδιο στο σχήμα 4.65 έχει ύψος h και ο τροχός ακτίνα R και βάρος w. Για ποιες τιμές της οριζόντιας δύναμης F ο τροχός θα υπερπηδήσει το εμπόδιο.



Γ26. Ομογενής σκάλα μπορεί να ισορροπήσει στηριζόμενη στο έδαφος και στον τοίχο (σχ. 4.66) μόνο όταν η γωνία φ που σχηματίζει με το έδαφος είναι μεγαλύτερη των 30°. Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής στατικής τριβής της σκάλας με το οριζόντιο επίπεδο. Θεωρήστε αμελητέα την τριβή ανάμεσα στη σκάλα και τον τοίχο.

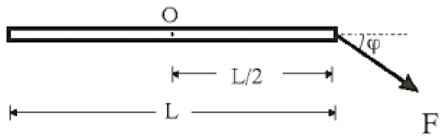


ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

2.1. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :
α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν
β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός. (Ομογενείς 2003)

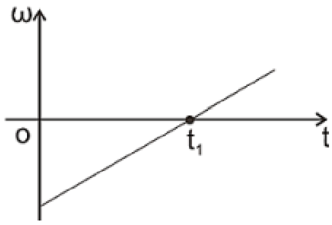
2.2. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο Ο έχει μέτρο



α. 0 . β. FL/2 γ. FL/2συνφ δ. FL/2ημφ (Ομογενείς 2007)

2.3. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί
α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν. (Ομογενείς 2009)

2.4. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα. Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:



α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t
β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
γ . είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
δ. αυξάνεται με το χρόνο. (Επαναληπτικές 2012)

2.5. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων ΣF που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:
α. $\sum \vec{F} = 0$, Στ = 0. β. $\sum \vec{F} \neq 0$, Στ ≠ 0. γ. $\sum \vec{F} \neq 0$, Στ = 0. δ. $\sum \vec{F} = 0$, Στ ≠ 0.
(Ημερήσιο 2014)

2.6. Ένα στερεό σώμα αρχικά ακίνητο, δέχεται μόνο δύο δυνάμεις την $F1$, και την $F2$, που είναι αντίθετες και δεν έχουν τον ίδιο φορέα. Το παραπάνω σώμα
α. θα παραμείνει ακίνητο.
β. θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.
γ. θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
δ. θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση που αποτελείται από μία μεταφορική και μία στροφική.
(Επαναληπτικές 2020 παλαιό)

2.7. Ένα στερεό σώμα αρχικά παραμένει ακίνητο, χωρίς να του ασκούνται δυνάμεις. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε δύο δυνάμεις $F1$ και $F2$ στο σώμα. Για να εκτελέσει το σώμα μόνο στροφική κίνηση, οι δυνάμεις αυτές θα πρέπει:
α. να είναι κάθετες μεταξύ τους.
β. να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και άνισα μέτρα.
γ. να βρίσκονται στην ίδια ευθεία και να είναι αντίθετες.
δ. να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και ίσα μέτρα.

Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους

2.8. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ αν τις κρίνετε σωστές και με Λ όσες κρίνετε λανθασμένες.

α. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα. (Εσπερινό 2003)

β. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν. (Επαναληπτικές 2004)

γ. Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση. (Ομογενείς 2005)

δ. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση. (Εσπερινό 2007)

ε. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο. (Ημερήσιο 2010)

στ. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι Nm. (Εσπερινό 2010)

ζ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους. (Επαναληπτικές Εσπερινού 2010)

η. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους. (Ομογενείς 2012)

θ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις. (Ημερήσιο 2014)

ι. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους. (Ημερήσιο και Εσπερινό 2015)

ια. Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί. (Επαναληπτικές 2018)

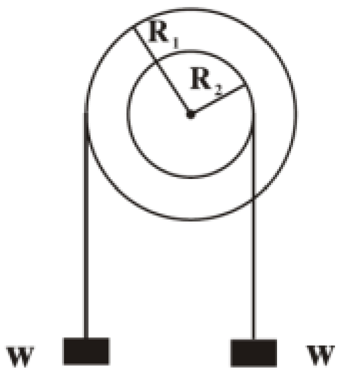
ιβ. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται. (Ημερήσιο 2019)

ιγ. Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το 1 $N\cdot m^{-1}$. (Επαναληπτικές 2020 παλαιό)

ιδ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που αυτές ορίζουν. (Ημερήσιο 2021)

ΘΕΜΑ Β

2.9. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες R1, R2 με R1>R2 που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών w που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, για το σύστημα θα ισχύει:

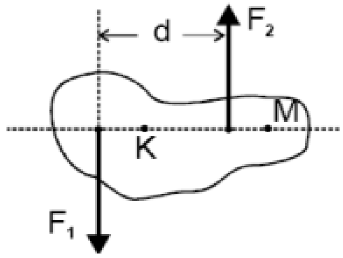


α. θα περιστραφεί σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού

β. θα περιστραφεί αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

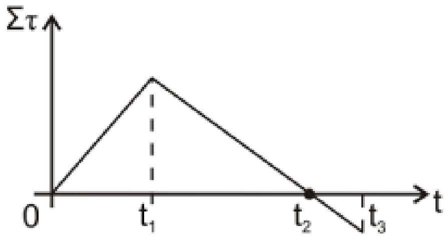
γ. Θα παραμείνει ακίνητο.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Ομογενείς 2002)

2.10. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F1 και F2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι



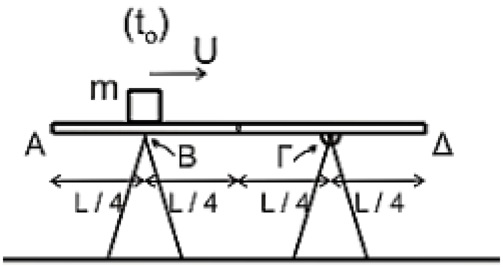
α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.
β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.
γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Εσπερινό 2007)

2.11. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή
i. t1. ii. t2. iii. t3.
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
(Επαναληπτικές 2014)

2.12. Ομογενής λεία και άκαμπτη σανίδα, μικρού πάχους, μάζας Μ και μήκους L ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηριγμάτων. Η κορυφή του ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο Γ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση ΓΔ = L/4 Η ράβδος ακουμπά στην κορυφή Β του άλλου στηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της Α απόσταση ΑΒ = L/4. Ένας μικρός κύβος μάζας m = 2M, τη χρονική στιγμή to = 0, διέρχεται από το σημείο Β με σταθερή ταχύτητα U, κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές.

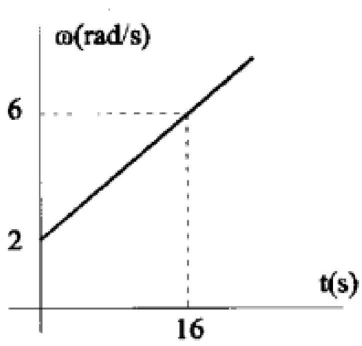


Η σανίδα ανατρέπεται τη χρονική στιγμή t1, η οποία είναι ίση με
i. 3L/ 4U ii. 9L /16U iii. 5L/ 8U

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

Φ.Ε.1



Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που στρέφεται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος.

Α)Ποια είναι η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού;

……
……
……
……

Β)Ποια χρονική στιγμή η γωνιακή ταχύτητα του τροχού θα έχει τιμή 20 rad/s;

……
……
……
……

Γ)Ποια γωνία έχει διαγράψει μέχρι τη χρονική στιγμή t=16s;

……
……
……
……

Φ.Ε.2

Ένας τροχός ακτίνας R=20 cm στρέφεται γύρω από τον άξονά του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω0=20 rad/s. Κάποια στιγμή ο τροχός αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά και τελικά ακινητοποιείται, αφού διαγράψει N=20/π περιστροφές. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης του τροχού.

……
……
……

β. Το μέτρο της γραμμικής επιβράδυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού.

……
……
……

γ. Το χρόνο μέσα στον οποίο ακινητοποιείται ο τροχός.

……
……
……

Φ.Ε. 3

Ένα σώμα εκτελεί περιστροφική κίνηση γύρω από τον άξονα **z’z** με γωνιακή ταχύτητα **$\omega_1 = 2$ rad/s**.

α. Να υπολογίσετε τη **συχνότητα περιστροφής** του σώματος.

……

……

……

β. Να υπολογίσετε την **ταχύτητα ενός σημείου Μ** που απέχει **d = 2 cm** από τον άξονα περιστροφής.

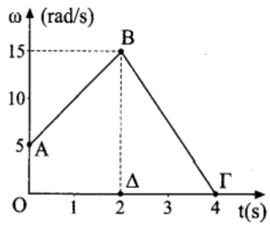
……

……

……

Φ.Ε. 4

Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα (που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του). Η γωνιακή ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



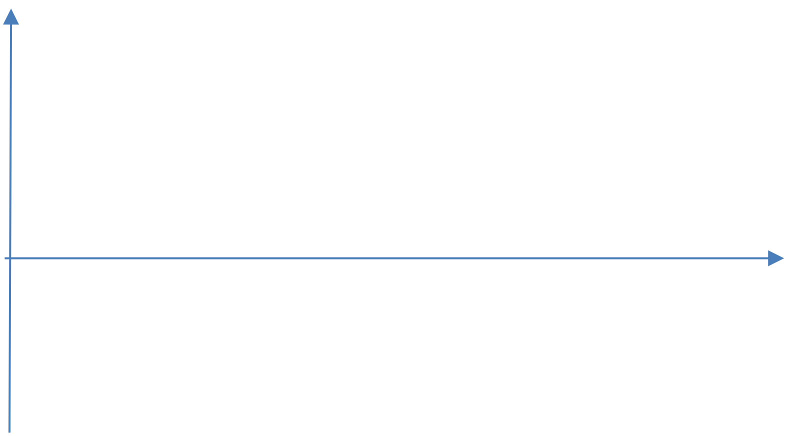
α. Να υπολογίσετε τη **γωνιακή επιτάχυνση** του δίσκου στις χρονικές στιγμές **t = 1 s** και **t = 3 s**.

……

……

……

β. Να σχεδιάσετε τις γωνιακές επιταχύνσεις του ερωτήματος **(α)**.



γ. Να υπολογίσετε τη **γωνία** που διαγράφει μια ακτίνα του δίσκου κατά τη διάρκεια της **επιβραδυνόμενης κίνησης**.

……

……

Φ.Ε. 5

Ένας τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού έχει μέτρο ω = 50 rad/s. Η μέγιστη ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του είναι $υ_{max}$ = 40 m/s.

α. Να υπολογίσετε την ακτίνα R του τροχού

……
……
……

β. Το μέτρο της ελάχιστης ταχύτητας

……
……
……

γ. Λόγος ταχυτήτων $υ_B$ / $υ_Γ$ για δύο σημεία που βρίσκονται στην κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και απέχουν απόσταση r = R/2

……
……
……

Φ.Ε. 6

Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα υ = 20 m/s. Οι τροχοί του έχουν ακτίνα R = 0,4 m.Να βρείτε:

α. τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των τροχών

……
……
……
……

β. την ταχύτητα σημείου σε απόσταση d_1 = 2R από το έδαφος

……
……
……
……

γ. την απόσταση από το έδαφος σημείου με ταχύτητα $υ = \sqrt{3} \cdot υ_K$

……
……
……
……

Φ.Ε. 7

Ένας τροχός ακτίνας R = 20 cm = 0,2 m κυλίεται χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα. Το ανώτερο σημείο Α του τροχού έχει ταχύτητα v_A = 10 m/s. Να βρεθεί:

α. Ταχύτητα του κέντρου μάζας

………
………
………

β. Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής

………
………
………

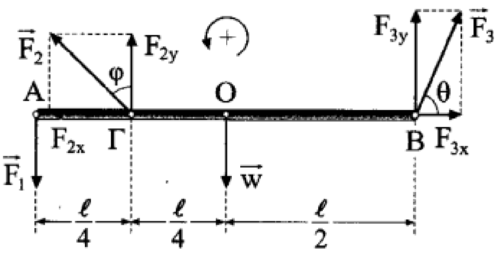
γ. Αριθμός περιστροφών σε χρόνο t = π s

………
………

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ

Φ.Ε.8

Η ομογενής οριζόντια ράβδος του σχήματος, μήκους l=4 m και βάρους W=100 N, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το μέσο της ΟΟ και είναι κάθετος σ' αυτή. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις F1, F2 και F3, οι οποίες έχουν μέτρα F1=100 N, F2=$100\sqrt{2}$N και F3=$100\sqrt{3}$ N, αντίστοιχα, ενώ οι φορείς τους βρίσκονται στο κατακόρυφο επίπεδο περιστροφής της ράβδου.

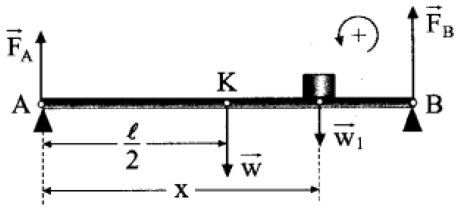


Αν είναι φ=45^0 και θ=60^0, να υπολογίσετε το **αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων** που ασκούνται στη ράβδο, ως προς τον άξονα περιστροφής της.

………
………
………
………
………
………
………
………
………

Φ.Ε. 9

Ομογενής δοκός ΑΒ, μήκους l=4 m και βάρους w=240 N, στηρίζεται στα άκρα της Α και Β, ώστε να διατηρείται οριζόντια. Σε απόσταση *xx* από το άκρο Α τοποθετούμε πάνω στη δοκό σώμα βάρους w1=200 N. Η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το υποστήριγμα στο άκρο Α έχει μέτρο FA=170 N.



α. Να προσδιορίσετε την απόσταση x.

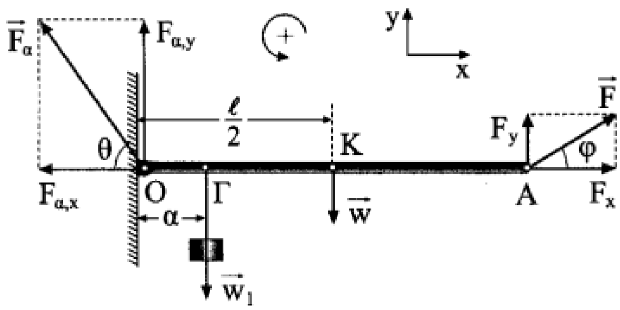
……
……
……
……

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη δοκό από το υποστήριγμα στο άκρο Β.

……
……
……
……
……

Φ.Ε. 10

Ομογενής δοκός ΟΑ, μήκους l=3 m και βάρους w=100 N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Ο της δοκού συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ώστε η δοκός να μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Σε απόσταση α=0,5 m από το άκρο Ο της δοκού κρέμεται με αβαρές σχοινί σώμα βάρους w1=300 N. Στο άκρο Α της δοκού ασκείται δύναμη $\vec{F}$*F*, η οποία σχηματίζει γωνία φ=30^0 με τον άξονα της δοκού, ενώ ο φορέας της βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε:



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F.

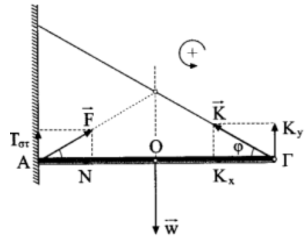
……
……
……
……

β. Να προσδιορίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

……
……

Φ.Ε.11

Ομογενής δοκός ΑΓ, βάρους w=100 N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της δοκού εφάπτεται σε κατακόρυφο τοίχο, ο οποίος δεν είναι λείος (υπάρχει τριβή). Το άκρο Γ της δοκού συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί, το οποίο σχηματίζει γωνία φ=30^0 με τη δοκό.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το σχοινί στη δοκό.

……

……

……

……

β. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής ($μ_s$) μεταξύ δοκού και τοίχου, ώστε η δοκός να παραμένει οριζόντια.

……

……

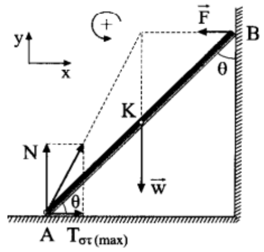
……

……

……

Φ.Ε.12

Ομογενής σκάλα, μήκους l=2 m και βάρους w=200 N, ισορροπεί με το άκρο Α σε οριζόντιο δάπεδο (με τριβή) και το άκρο Β σε λείο κατακόρυφο τοίχο (χωρίς τριβή). Η σκάλα σχηματίζει γωνία θ=45^0 με τον τοίχο και βρίσκεται σε κατάσταση έτοιμη να ολισθήσει.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης αντίδρασης ΝΑ του δαπέδου στο άκρο Α.

……

……

……

……

……

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής Ts στο άκρο Α.

……

……

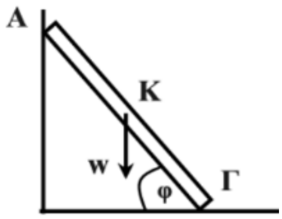
……

……

γ. Να προσδιορίσετε τον συντελεστή στατικής τριβής μs μεταξύ σκάλας και δαπέδου.

Φ.Ε.13

Μια ομογενής δοκός μήκους (ΑΓ) και βάρους w=60N ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του πατώματος είναι $φ=60^0$.



α. Πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη δοκό στο σημείο Α;

………
………
………
………

β. Πόση είναι η οριζόντια και η κάθετη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί το οριζόντιο έδαφος στη δοκό;

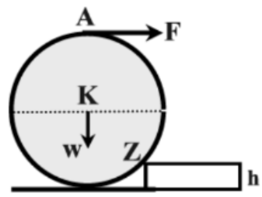
………
………
………
………

γ. Για ποιες τιμές του συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ της δοκού και του πατώματος, η δοκός ισορροπεί σ΄ αυτήν τη θέση;

………
………
………
………

Φ.Ε.15

Κυλινδρικό ομογενές βαρέλι ακτίνας R=0,25m και βάρους W=80N βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και στηρίζεται σ’ αυτό με την κυλινδρική του επιφάνεια. Το βαρέλι ακουμπάει σε σκαλοπάτι ύψους h=0,1m.



α. Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί στο σημείο Α και σε οριζόντια κατεύθυνση ώστε το βαρέλι να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο έδαφος.

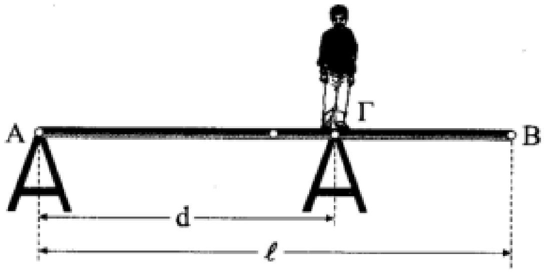
………
………
………
………
………
………

β. Να υπολογίσετε τη δύναμη F1 που δέχεται το βαρέλι από το σκαλοπάτι στο σημείο επαφής Ζ, αν ασκηθεί δύναμη F=60N, τη στιγμή που αυτό εγκαταλείπει το πάτωμα.

………
………
………
………

Φ.Ε.16

Ομογενής δοκός ΑΒ μήκους l=4 m και βάρους $w1$=600N, στηρίζεται στο άκρο Α και σε ένα σημείο Γ, το οποίο απέχει απόσταση d=2,5m από το άκρο Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα παιδί βάρους $w2$=300N στέκεται πάνω στη δοκό, στο σημείο Γ, και αρχίζει να προχωράει προς το άκρο Β.



α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό, όταν το παιδί βρίσκεται σε απόσταση x από το σημείο Γ.

β. Να εκφράσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν στη δοκό τα στηρίγματα, σε συνάρτηση με την απόσταση x.

……
……
……
……

γ. Μέχρι ποια απόσταση μπορεί να προχωρήσει το παιδί, χωρίς να ανατραπεί η δοκός;

……
……
……
……

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΚΡΟΥΣΕΙΣ

(υποστηρικτικό υλικό του κεφαλαίου 5 του Γ΄ τεύχους της φυσικής της γ΄ λυκείου)

Η θεωρία που διδαχτήκατε στην Φυσική θετικού προσανατολισμού της Β΄ λυκείου (2ο κεφάλαιο) συμπεριλαμβάνεται στην ύλη της Γ΄ λυκείου.

ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Κρούση είναι το φαινόμενο του μακρόκοσμου κατά το οποίο δύο (ή περισσότερα σώματα) έρχονται σε επαφή και τουλάχιστον το ένα αλλάζει απότομα ορμή και κινητική ενέργεια.

Σκέδαση ονομάζουμε, την κρούση και κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου, στο οποίο τα "συγκρουόμενα " σωματίδια, αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο. Συχνά έχουμε σύγκρουση πεδίων. Επιπλέον στο κεφάλαιο της Κβαντομηχανικής θα δούμε ότι σκέδαση πραγματοποιείται μεταξύ φωτονίου (που είναι άυλο) και ηλεκτρονίου (που έχει μικρή, αλλά υπαρκτή μάζα).

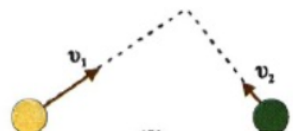
Είδη κρούσεων

- Ανάλογα <u>με τη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα πριν συγκρουστούν</u> οι κρούσεις διακρίνονται σε κεντρικές, έκκεντρες και πλάγιες.

Κεντρική ή **μετωπική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Αν τα σώματα που συγκρούονται είναι σφαίρες και η κρούση τους είναι κεντρική, οι ταχύτητές τους μετά την κρούση θα βρίσκονται επίσης στην ίδια (αρχική) διεύθυνση

Έκκεντρη, ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

Πλάγια ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις.



- Ανάλογα με το αν διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ή όχι οι κρούσεις διακρίνονται σε ελαστικές και ανελαστικές (υποπερίπτωση ανελαστικής είναι και η πλαστική κρούση που μελετήσατε στην Φυσική Θετικού Προσανατολισμού της Β΄ λυκείου).

Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.

Στην ελαστική κρούση στην πραγματικότητα ισχύει η ΑΔΜΕ, αλλά επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο αμελητέας χρονικής διάρκειας, η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δε μεταβάλλεται, οπότε η ΑΔΜΕ εκπίπτει σε διατήρηση της κινητικής ενέργειας.

Στο μακρόκοσμο η ελαστική κρούση αποτελεί μια εξιδανίκευση. Προσεγγιστικά ελαστική μπορεί να θεωρηθεί η κρούση ανάμεσα σε δύο πολύ σκληρά σώματα, όπως ανάμεσα σε δύο μπάλες του μπιλιάρδου. Στο μικρόκοσμο όμως έχουμε κρούσεις απολύτως ελαστικές όπως ανάμεσα στο σωμάτιο α και τον πυρήνα.

Ανελαστική, ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων - στη δημιουργία συσσωματώματος. Αυτή η κρούση ονομάζεται **πλαστική.**

Η διατήρηση της ορμής στις κρούσεις.

Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο, οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων - αν υπάρχουν - είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης. Το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο, για τη χρονική διάρκεια της κρούσης, επομένως η ορμή του συστήματος διατηρείται.

Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά τη διάρκεια της κρούσης, διατηρείται.

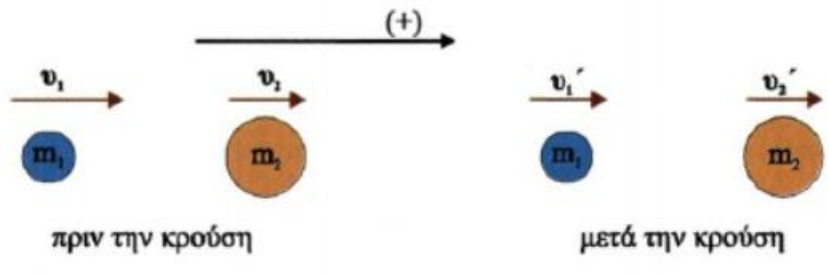
Αν $\mathbf{p}_{πριν}$ η ορμή του συστήματος αμέσως πριν την κρούση και $\mathbf{p}_{μετα}$ η ορμή του συστήματος αμέσως μετά την κρούση, ισχύει:

$$\mathbf{p}_{πριν} = \mathbf{p}_{μετά}$$

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Δύο σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 κινούνται με ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$, όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες $υ_1'$ και $υ_2'$.

Εάν γνωρίζουμε τις ταχύτητες των σφαιρών πριν την κρούση και τις μάζες τους μπορούμε να υπολογίσουμε τις ταχύτητές τους μετά την κρούση.



Για την κρούση ισχύουν :
α) η αρχή διατήρησης της ορμής (σχέση 1) και
β) η διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος (σχέση 2)

$$m_1υ_1 + m_2υ_2 = m_1υ_1' + m_2υ_2' \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 = \frac{1}{2}m_1υ_1^{2\prime} + \frac{1}{2}m_2υ_2^{2\prime} \qquad (2)$$

Οι (1) και (2) γίνονται:

$$m_1 (υ_1 - υ_1') = m_2 (υ_2' - υ_2) \qquad (3)$$

$$m_1 (υ_1^2 - υ_1'^2) = m_2 (υ_2'^2 - υ_2^2) \qquad (4)$$

Εφαρμόζοντας διαφορά τετραγώνων στην (4) γίνεται:

$$m_1 (υ_1 - υ_1') (υ_1 + υ_1') = m_2 (υ_2' - υ_2) (υ_2' + υ_2) \qquad (4΄)$$

Διαιρούμε κατά μέλη την (4΄)/(3) και προκύπτει η σχέση:

$$\boldsymbol{υ_1 + υ_1' = υ_2 + υ_2'} \qquad (5)$$

<u>Η σχέση (5) μπορεί να χρησιμοποιηθεί χωρίς απόδειξη με την προϋπόθεση η κρούση να είναι κεντρική και ελαστική.</u>

Λύνοντας το σύστημα (1), (5) προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\boldsymbol{\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_2}$$

Οι παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιούνται απευθείας σε οποιαδήποτε κεντρική ελαστική κρούση, χωρίς απόδειξη. Χρειάζεται μεγάλη προσοχή κατά την αντικατάσταση, κυρίως στα πρόσημα που εξαρτώνται από τις φορές των ταχυτήτων.

Ειδικές περιπτώσεις κεντρικής ελαστικής κρούσης

Α. Σώμα 1 με ταχύτητα υ_1 συγκρούεται κεντρικά κι ελαστικά με ακίνητο σώμα 2.
($\upsilon_1 \neq 0$, $\upsilon_2 = 0$)

Εφαρμόζοντας τους παραπάνω τύπους, προκύπτει:

$$\boldsymbol{\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1} \qquad \boldsymbol{\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1}$$

Β. Σώμα 1 με ταχύτητα υ_1 συγκρούεται κεντρικά κι ελαστικά με ακίνητο σώμα 2 πολύ μεγαλύτερης μάζας. (υ_1 , $\upsilon_2 = 0$, $m_1 << m_2$)

Εφαρμόζοντας τους παραπάνω τύπους, προκύπτει:

$$\boldsymbol{\upsilon_1' = -\upsilon_1} \qquad \boldsymbol{\upsilon_2' \simeq 0}$$

Γ. Σώμα 1 με ταχύτητα υ_1 συγκρούεται κεντρικά κι ελαστικά με ακίνητο σώμα 2 πολύ μικρότερης μάζας. (υ_1 , $\upsilon_2 = 0$, $m_1 >> m_2$)
[***Περίπτωση εκτός βιβλίου, απαιτείται απόδειξη***]

Εφαρμόζοντας τους παραπάνω τύπους, προκύπτει:

$$\boldsymbol{\upsilon_1' = \upsilon_1} \qquad \boldsymbol{\upsilon_2' = 2\upsilon_1}$$

Δ. Σώμα 1 με ταχύτητα υ_1 συγκρούεται κεντρικά κι ελαστικά με όμοιο σώμα ταχύτητας υ_2.
($m_1 = m_2$)
Εφαρμόζοντας τους παραπάνω τύπους, προκύπτει:

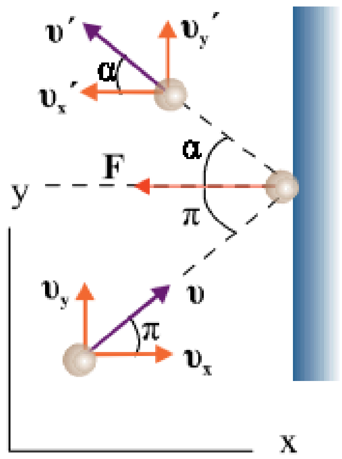
$$\boldsymbol{\upsilon_1' = \upsilon_2} \qquad \boldsymbol{\upsilon_2' = \upsilon_1}$$ **(ανταλλαγή ταχυτήτων)**

ΠΛΑΓΙΕΣ ΚΑΙ ΕΚΚΕΝΤΡΕΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Πλάγια ελαστική κρούση με κατακόρυφο τοίχο

(περίπτωση σχολικού βιβλίου, παράγραφος 5.4/σελ. 158)

Στην περίπτωση που η σφαίρα προσκρούει ελαστικά και πλάγια σε έναν τοίχο αναλύουμε την ταχύτητά της σε δύο συνιστώσες, τη μία ($υ_y$,) κάθετη στον τοίχο και την άλλη ($υ_v$) παράλληλη με αυτόν (σχήμα).



Σύμφωνα με τις σχέσεις κεντρικής ελαστικής κρούσης (θεωρείται κεντρική στον έναν άξονα) η κάθετη στον τοίχο συνιστώσα της ταχύτητας θα αλλάξει φορά και θα διατηρήσει το μέτρο της ($υ_x$' =-$υ_x$).

Η δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά την κρούση είναι κάθετη στον τοίχο, άρα η y συνιστώσα της ταχύτητας δε μεταβάλλεται ($υ_y$' =$υ_y$).

Το μέτρο της ταχύτητας μετά την κρούση είναι:

$$υ' = \sqrt{υ_x'^2 + υ_y'^2} = \sqrt{υ_x^2 + υ_y^2} = υ$$

δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας δε μεταβάλλεται.

Αν π και α οι γωνίες που σχηματίζουν η υ και η υ', αντίστοιχα, με την κάθετη στον τοίχο ισχύει:

$$ημπ = \frac{υ_y}{υ} \qquad \text{και} \qquad ημα = \frac{υ_y'}{υ'}$$

όμως $υ_y$' =$υ_y$ και υ = υ'

οπότε ημπ = ημα και αφού οι γωνίες είναι οξείες, ισχύει:

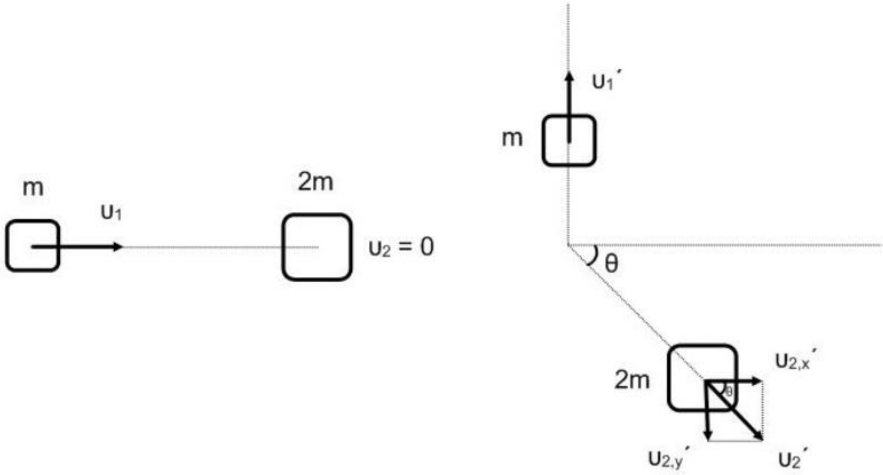
$$\hat{π} = \hat{α}$$

Δηλαδή <u>η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.</u>

Μη κεντρική (πλάγια ή έκκεντρη) ελαστική κρούση

Η μεθοδολογία για την επίλυση προβλημάτων πλάγιας ή έκκεντρης ελαστικής κρούσης περιλαμβάνει τη χρήση των αρχών διατήρησης της ορμής και της ενέργειας. Αρχικά, αναλύουμε τις ταχύτητες των σωμάτων σε οριζόντιες και κατακόρυφες συνιστώσες. Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για κάθε άξονα χωριστά, καθώς και την σχέση διατήρησης της κινητικής ενέργειας για την κρούση συνολικά. Τέλος, επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων για να βρούμε τις άγνωστες ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται μία **μη** κεντρική ελαστική κρούση, όπου το σώμα 1 μετά την κρούση κινείται κάθετα στην αρχική του πορεία, ενώ το σώμα 2 είναι αρχικά ακίνητο.



Αναλυτική Μεθοδολογία για την περίπτωση του σχήματος:

- **Ανάλυση Ταχυτήτων:**

Αναλύουμε την ταχύτητα του σώματος 2 μετά την κρούση σε συνιστώσες (οριζόντια (x) και κατακόρυφη (y)).

$\upsilon'_{2,x} = \upsilon'_2 \cdot$συνθ και $\upsilon'_{2,y} = \upsilon'_2 \cdot$ημθ

- **Αρχή Διατήρησης της Ορμής:**

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για κάθε άξονα χωριστά (x και y).

Για τον άξονα x: $m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon'_{2x}$

$m \cdot \upsilon_1 = 2m \cdot \upsilon_2' \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$

$\upsilon_1 = 2\upsilon_2' \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$

Για τον άξονα y: $0 = m_1 \cdot \upsilon'_1 - m_2 \cdot \upsilon'_{2y}$

$m \cdot \upsilon'_1 = 2m \cdot \upsilon'_2 \cdot \eta\mu\theta$

$\upsilon'_1 = 2\upsilon'_2 \cdot \eta\mu\theta \quad (2)$

Όπου m_1 και m_2 είναι οι μάζες των σωμάτων, v_{1x} και v_{2x} οι αρχικές ταχύτητες στον άξονα x, v_{1x}' και v_{2x}' οι ταχύτητες μετά την κρούση στον άξονα x, και αντίστοιχα για τον άξονα y.

- **Διατήρηση της Κινητικής Ενέργειας:**

Στην ελαστική κρούση, η κινητική ενέργεια διατηρείται. Η συνολική κινητική ενέργεια πριν την κρούση είναι ίση με τη συνολική κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2$

$\frac{1}{2}m \cdot \upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}2m \cdot \upsilon_2'^2$

$\upsilon_1^2 = \upsilon_1'^2 + 2\upsilon_2'^2 \quad (3)$

- **Επίλυση του Συστήματος:**

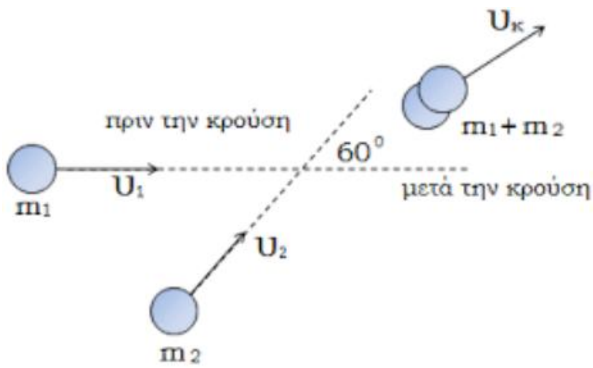
Επιλύουμε το σύστημα (1), (2), (3) με σειρά ανάλογα με τα δεδομένα και τα ζητούμενα (πιθανά ζητούμενα είναι οι ταχύτητες μετά την κρούση, συμπεριλαμβανομένης και της γωνίας θ)

Μη κεντρική (πλάγια ή έκκεντρη) ανελαστική κρούση

Η μεθοδολογία για την επίλυση προβλημάτων πλάγιας ή έκκεντρης ανελαστικής κρούσης περιλαμβάνει μόνο τη χρήση της αρχής διατήρησης της ορμής. Αρχικά, αναλύουμε τις ταχύτητες των σωμάτων σε οριζόντιες και κατακόρυφες συνιστώσες. Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για κάθε άξονα χωριστά ή εφαρμόζουμε την ΑΔΟ διανυσματικά. Τέλος, επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων για να βρούμε τις άγνωστες ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.
Δηλαδή σε σχέση με την προηγούμενη περίπτωση ΔΕΝ διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.

Πλάγια πλαστική κρούση

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση εφαρμόζουμε ΑΔΟ σε άξονες ή διανυσματική ΑΔΟ.



Αναλυτική Μεθοδολογία για την περίπτωση του σχήματος:

- **Ανάλυση Ταχυτήτων:**

Αναλύουμε την ταχύτητα του σώματος 2 μετά την κρούση σε συνιστώσες (οριζόντια (x) και κατακόρυφη (y)).

$\upsilon_{2x} = \upsilon_2$·συν60 και $\upsilon_{2y} = \upsilon_2$·ημ60

- **Αρχή Διατήρησης της Ορμής:**

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για κάθε άξονα χωριστά (x και y).

Για τον άξονα x: $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_{2x} = (m_1 + m_2) \cdot V_{\kappa,x}$

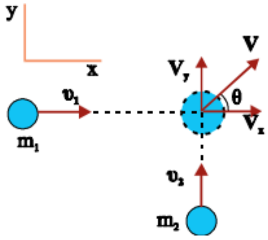
Για τον άξονα y: $m_2 \cdot \upsilon_{2y} = (m_1 + m_2) \cdot V_{\kappa,y}$

Επιλύουμε τις εξισώσεις ως προς $V_{\kappa,x}$ και $V_{\kappa,y}$ κι εφαρμόζουμε πυθαγόρειο θεώρημα, ώστε να υπολογίσουμε την V_K.

Στην ειδική περίπτωση που η αρχική γωνία μεταξύ των αρχικών ταχυτήτων είναι $\theta = 90^0$, η διαδικασία γίνεται ακόμα ευκολότερη όπως στο παράδειγμα 5.2 του σχολικού βιβλίου (σελ. 159), που ακολουθεί.

Παράδειγμα 5.2 σχολικού βιβλίου (σελ.159)

Δύο σώματα με μάζες m_1=2 kg και m_2=3 kg κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες υ_1=10 m/s και υ_2=5 m/s και κάποια στιγμή συγκρούονται πλαστικά. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται από την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.



Απάντηση 1 (λύση σχολικού βιβλίου)

Έστω **V** η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Αν $\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu}$ η ορμή του συστήματος αμέσως πριν την κρούση και $\mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$ η ορμή αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

Αναλύουμε το διάνυσμα **V** σε δύο συνιστώσες τη V_x κατά την διεύθυνση x και τη V_y κατά τη διεύθυνση y (σχ). Όταν δύο διανύσματα είναι ίσα, είναι ίσες και οι συνιστώσες τους, επομένως

$$\begin{array}{l} p_x^{\pi\rho\iota\nu} = p_x^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \\ p_y^{\pi\rho\iota\nu} = p_y^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \end{array} \quad \acute{\eta} \quad \begin{array}{l} m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)V_x \\ m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_y \end{array}$$

από όπου βρίσκουμε

$$V_x = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_2} = 4m/s \quad \text{και} \quad V_y = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} = 3m/s \ \text{και}$$
$$V = \sqrt{(V_x)^2+(V_y)^2} = 5m/s \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{3}{4}$$

Απάντηση 2 (διανυσματική λύση)

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{O\Lambda}$$
$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1+m_2)\cdot\vec{V}_K$$
$$2\vec{\upsilon}_1 + 3\vec{\upsilon}_2 = 5\vec{V}_K$$

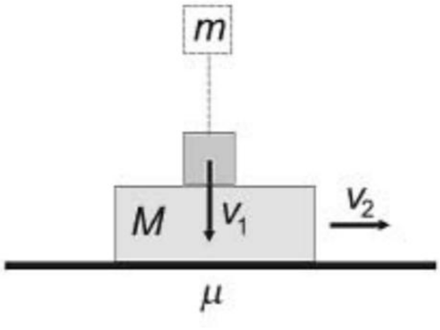
οπότε εφαρμόζοντας τον νόμο συνημιτόνων για το μέτρο της ορμής p , ισχύει:

$p = \sqrt{{p_1}^2 + {p_2}^2 + 2\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\sigma\upsilon\nu 90^0} = \sqrt{20^2+15^2+2\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot 0} = \sqrt{400+225} = \sqrt{625} =$
$= 25\ \text{Kg}\cdot\frac{m}{s}$

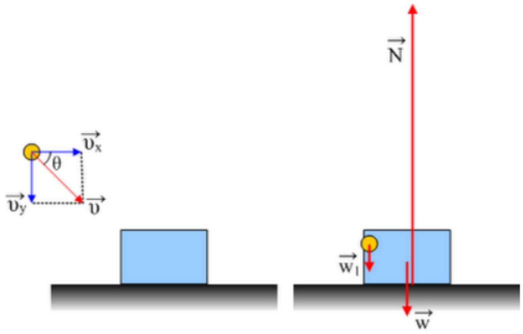
και $V_K = \frac{p}{m_1+m_2} = \frac{25}{5} = 5\ \text{m/s}$ και $\varepsilon\varphi\theta = \frac{p_y}{p_x} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Πλαστική πλάγια κρούση όπου ισχύει ΑΔΟ μόνο στον έναν άξονα

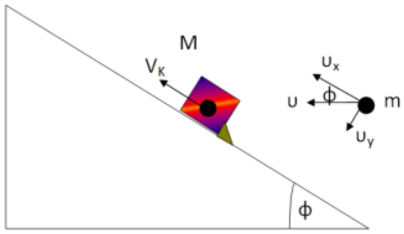
Οι τρεις χαρακτηριστικότερες περιπτώσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, όπου η ΑΔΟ εφαρμόζεται μόνο στον άξονα x’x ενώ δεν ισχύει στον άξονα y’y, επειδή κατά την κρούση αυξάνεται πολύ η κάθετη αντίδραση του εδάφους N, οπότε **δεν** ισχύει $\Sigma F_{ΕΞ,\,y} = 0$.



(1)



(2)



(3)

Στον άξονα x’x ισχύει η ΑΔΟ, οπότε : $\vec{p}_{αρχ,x} = \vec{p}_{τελ,x}$

Η ΑΔΟ στο σχήμα (1), έχει την μορφή : $M \cdot V_2 = (m+M) \cdot V_K$,

ενώ στα σχήματα (2) και (3) γίνεται: $m \cdot υ_x = (m+M) \cdot V_K$

$m \cdot υ \cdot συνφ = (m+M) \cdot V_K$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ (ΘΕΜΑ Α)

Α1. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μμονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή:

α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
γ. η ορμή κάθε σφαίρας
δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

Α2. Σε κάθε κρούση ισχύει

α. η αρχή διατήρησης της μμηχανικής ενέργειας.
β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
δ. όλες οι παραπάνω αρχές.

Α3. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

Α4. Σε μια κρούση δύο σφαιρών

α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.
β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.
γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.
δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

Α5. Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται

α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
β. η ορμή του συστήματος.
γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

Α6. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ. Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 2υ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:

α. 0. **β.** mυ **γ.** 2mυ **δ.** 3mυ

Α7. Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων

α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.

β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

Α8. Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:

α. ελαστική **β.** ανελαστική **γ.** πλαστική **δ.** έκκεντρη

Α9. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:

α. είναι πάντα μη κεντρική.

β. είναι πάντα πλαστική.

γ. είναι πάντα κεντρική.

δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

Α10. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

Α11. Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται

α. η ορμή κάθε σφαίρας.

β. η ορμή του συστήματος.

γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.

Α12. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μμάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μμεταξύ τους

α. κάθετες **β.** παράλληλες **γ**. ίσες **δ.** σε τυχαίες διευθύνσεις

Α13. Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,

α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.

β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.

γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

δ. οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.

Α14. Σε κεντρική ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών

α. ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

β. η κινητική ενέργεια του συστήματός τους παραμένει σταθερή.

γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.

δ. η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.

Α15. Όταν δύο σφαίρες μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, συγκρουστούν έκκεντρα και ελαστικά, τότε:

α. ανταλλάσσουν ταχύτητες.

β. ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

γ. διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

δ. δεν μεταβάλλεται η ορμή της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΜΕ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ (ΘΕΜΑ Β)

(Σε όλες τις παρακάτω ερωτήσεις επιλέγετε μία από τις τρεις δυνατές απαντήσεις, αιτιολογώντας την επιλογή που κάνατε)

Β1. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας.
Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο

α. 2υ **β.** υ/2 **γ.** υ/3

Β2. Σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας 4m. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $\frac{5}{4}K$ **β.** K **γ.** $\frac{7}{4}K$

Β3. Μια μικρή σφαίρα μάζας m1 συγκρούεται μμετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας m_2. Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των δύο σφαιρών είναι:

α. 1 β. $\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{1}{3}$

Β4. Σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα Σ_2, ίσης μάζας με την Σ_1, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι

α. 50% **β.** 100% **γ.** 75%

Β5. Σφαίρα μάζας m_1 προσπίπτει με ταχύτητα $υ_1$ σε ακίνητη σφαίρα μάζας m_2, με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας m_1 γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το 1/5 της αρχικής της τιμής. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

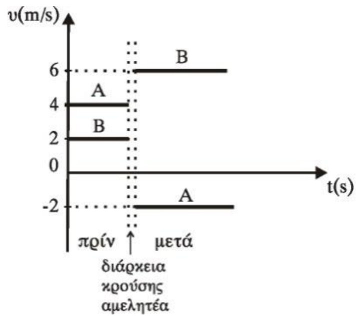
α. $\frac{3}{4}$ β. $\frac{2}{3}$ **γ.** $\mathbf{\frac{1}{3}}$

Β6. Ένα αυτοκίνητο Α μάζας Μ βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας m, ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το 1/3 της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση, τότε ο λόγος των μαζών $\frac{m}{M}$ θα είναι ίσος:

α. $\frac{1}{6}$ β. $\frac{1}{2}$ **γ.** $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

Β7. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_A και m_B, αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο διάγραμμα. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_A}{m_B}$ είναι ίσος:

α. $\frac{3}{5}$ β. $\frac{1}{2}$ **γ.** $\boldsymbol{\frac{2}{3}}$



Β8. Σώμα μάζας m_A κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u_A και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_B=2m_A$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $\Delta K=-\frac{m_A u_A^2}{6}$ β. $\Delta K=-\frac{m_A u_A^2}{3}$ γ. $\Delta K=-\frac{2m_A u_A^2}{3}$

Β9. Μικρό σώμα $Σ_1$ μάζας m που κινείται με ταχύτητα u συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα $Σ_2$ μάζας 2m.

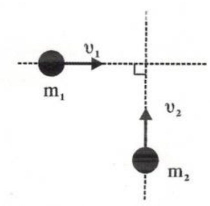
Μετά την κρούση το σώμα $Σ_1$ παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση κινητική ενέργεια του

συστήματος των 2 σωμάτων

α. αυξήθηκε **β.** παρέμεινε η ίδια **γ.** ελαττώθηκε

Β10. Δύο σώματα με μάζες m_1=2 kg και m_2=3 kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες u_1=4 m/s και u_2=2 m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

α. 5 J **β.** 10 J **γ.** 20 J



Β11. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες m και 2m, αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

α. 1/2 **β.** 2 **γ.** 1

Β12. Δύο μικρά σώματα με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν $ΔK_1$ είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 και $ΔK_2$ είναι η μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει:

α. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2}=-1$ β. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2}=1$ γ. $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2}=\frac{m_1}{m_2}$

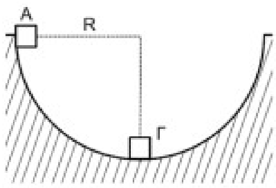
Β13. Δύο σώματα Α και Β, με μάζες 3m και m αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα Β αρχική ταχύτητα υ έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Α. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση;

α. – υ/2 **β.** υ/2 **γ.** υ/4

Β14. Ακίνητο σώμα Σ μάζας Μ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ = 100 m/s σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι V = 2 m/s, τότε ο λόγος των μαζών M/m είναι ίσος με:

α. 50 **β.** 1/25 **γ.** 49

Β15. Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας R αφήνεται ελεύθερη μάζα m_1 αμελητέων διαστάσεων. Στο κατώτατο σημείο Γ του ημισφαιρίου είναι ακίνητη μια πανομοιότυπη μάζα m_2 ($m_1 = m_2 = m$) αμελητέων διαστάσεων. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



Α. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η μάζα m_2 θα ανέλθει σε ύψος Η ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

α. R/4 β. R γ. 3R/2

Β. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ανέλθει σε ύψος h ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

α. R/4 β. R γ. 3R/2

Β16. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο μια σφαίρα Σ1 μάζας m μικρών διαστάσεων συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη όμοια σφαίρα Σ2 ίσης μάζας m, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες Σ1 και Σ2 κινούνται με ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $υ_1$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $υ_2$ είναι:

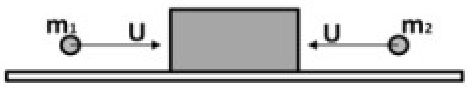
α. 60^o β. 90^o γ. 120^o

Β17. Μικρή σφαίρα Σ1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ2 μάζας m_2 με $m_1 < m_2$. Κατά την κρούση αυτή, ποσοστό επί τοις εκατό (%) ίσο με Π1 της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ1 μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα Σ2. Αν αντιστρέψουμε τη διαδικασία, δηλαδή αν η σφαίρα Σ2, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $υ_2$, συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Σ1, τότε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ2, που μεταφέρεται στη σφαίρα Σ1, ισούται με Π2. Για τα ποσοστά Π1 και Π2 ισχύει:

α. Π1 <Π2 β. Π1 = Π2 γ. Π1 > Π2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Β18. Σε οριζόντιο δάπεδο βρίσκεται αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας Μ. Δύο υλικά σημεία μάζας m_1 και m_2 που κινούνται οριζόντια και αντίθετα, συγκρούονται ταυτόχρονα με το κιβώτιο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το m_1 που κινείται προς τα δεξιά, έχει μάζα $m_1 = \frac{m_2}{4}$ και ταχύτητα μέτρου υ ακριβώς πριν την κρούση. Το m_2 που κινείται προς τα αριστερά, έχει επίσης ταχύτητα μέτρου υ ακριβώς πριν την κρούση. Το m_1 διαπερνά το κιβώτιο χάνοντας το 84% της αρχικής του ενέργειας, ενώ το m_2 σφηνώνεται στο κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά μέτρου $V = \frac{\upsilon}{10}$ (Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία και οι πορείες των υλικών σημείων μέσα στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν επηρεάζουν τη συνολική μάζα του συστήματος και επιτρέπουν το ένα να διαπερνά και το άλλο να ενσωματώνεται ταυτόχρονα).



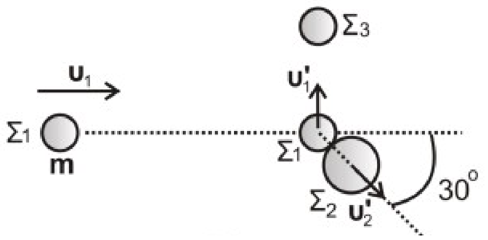
Σχήμα 2

Η μάζα του κιβωτίου είναι:

α. $M = 3m_1$ β. $M = 3m_2$ γ. $M = 30m_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Β19. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα Σ1 μάζας $m_1 = m$ που κινείται με ταχύτητα υ_1, συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα Σ2 μάζας $m_2 = 2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα Σ1 κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα υ'_1 και η σφαίρα Σ2 κινείται με ταχύτητα υ'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30^o με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας Σ1. Στη συνέχεια, η σφαίρα Σ1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ3 μάζας $m_3 = m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα.



Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών Σ1 και Σ3 προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ1, πριν την κρούση της με τη σφαίρα Σ2, είναι ίσος με:

α. 1/2 β. 1/3 γ. 1/6

Δίνονται:

• $ημ30^o = \frac{1}{2}$, $συν30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

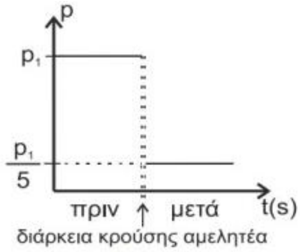
Να θεωρήσετε ότι:

• όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων, • όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες, • τα σώματα

δεν αναπηδούν κατά την κρούση, • κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Β20. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ορμή μέτρου p_1 και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας m_1 φαίνεται στο Σχήμα 2.

Σχήμα 1



Σχήμα 2

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι ίσο με:

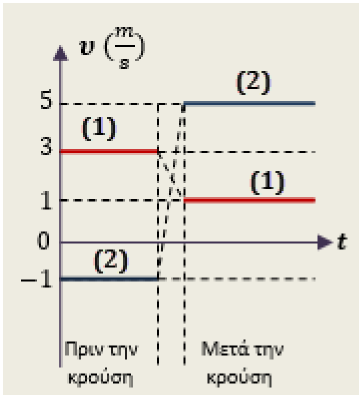
α. 64% β. 80% γ. 96%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Β21. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας Σώμα μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα $υ_0$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3$ m. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m_1 είναι:

α. 1/2 β. 1/3 γ. 1/4

Β22. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική.



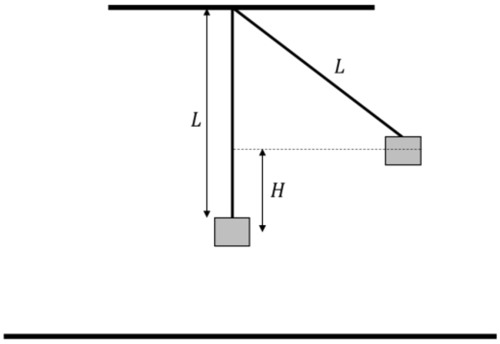
Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

α. Πλαστική
β. Ανελαστική αλλά όχι πλαστική
γ. Ελαστική

ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Ασκήσεις από την ύλη της Β΄ λυκείου (τράπεζα θεμάτων)

1. Σώμα μάζας $M = 4\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $L = 1\ \mathrm{m}$ και ισορροπεί με το νήμα να είναι κατακόρυφο. Ανυψώνουμε το σώμα, σε κατακόρυφη απόσταση $H = 45\ \mathrm{cm}$ από την αρχική του θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα, και το αφήνουμε ελεύθερο.



Α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα μάζας M,όταν περνά από τη θέση, όπου το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο.

Β. Τη στιγμή που το σώμα μάζας M διέρχεται από τη θέση, όπου το νήμα είναι κατακόρυφο, δεύτερο σώμα μάζας $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ κινούμενο οριζόντια και αντίθετα από το σώμα μάζας M σφηνώνεται σε αυτό, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

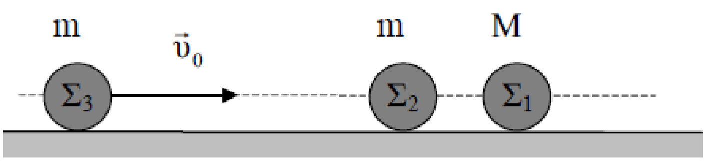
Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα του σώματος μάζας m, ώστε το συσσωμάτωμα να παραμείνει ακίνητο αμέσως μετά την κρούση;

Γ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα μάζας M και στο συσσωμάτωμα αντίστοιχα, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση αντίστοιχα (το νήμα και στις δύο περιπτώσεις είναι κατακόρυφο).

Δ. Με ποια ταχύτητα θα πρέπει να κινείται το σώμα μάζας mπριν από την κρούση, ώστε το συσσωμάτωμα που θα προκύψει, να κινηθεί αμέσως μετά την κρούση, στην ίδια κατεύθυνση με αυτή που κινούταν το σώμα μάζας M πριν την κρούση και να φθάσει σε θέση που το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, για την οποία $συνθ = 0{,}8$;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m}/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

2. Δύο σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ ίσου όγκου με μάζες $\mathrm{M} = 6\mathrm{kg}$ και $\mathrm{m} = 2\mathrm{kg}$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε μικρή απόσταση μεταξύ τους πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μία τρίτη σφαίρα $Σ_3$, ίσου όγκου με τις προηγούμενες και μάζας m, κινείται κατά μήκος της ευθείας που περνάει από τα κέντρα των άλλων δύο σφαιρών, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, με ταχύτητα $υ_0 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Αρχικά η σφαίρα $Σ_3$ συγκρούεται με την $Σ_2$ και στην συνέχεια οι δύο μαζί συγκρούονται με την $Σ_1$. Όλες οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών είναι πλαστικές.



Α. Να βρείτε την ταχύτητα υ που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_3 και Σ_2.
Β. Να βρείτε την ταχύτητα V που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_1, Σ_2 και Σ_3;.
Γ. Αν η διάρκεια της δεύτερης κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}1\text{s}$ να υπολογιστεί η μέση δύναμη που δέχτηκε η σφαίρα Σ_1 κατά την κρούση.
Δ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_3, το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας των δύο κρούσεων.

3. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 6$ kg και $m_2 = 4$ kg κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων ήταν$\upsilon_1 = 20$ m/sκαι $\upsilon_2 = 10$ m/s.
Α. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Β. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση.
Γ.Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}1$ s, να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.
Δ. Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο της κρούσης, θα ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}32$.
Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης η μετατόπιση του συσσωματώματος είναι αμελητέα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \text{m/s}^2$.

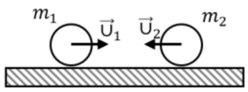
4. Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 200\ m/s$, και συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ’ αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα.

Α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ξεκινά να κινείται το συσσωμάτωμα.
Β. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.
Γ. Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης $\bar{F}$ που άσκησε το βλήμα πάνω στο κιβώτιο, αν η κρούση διήρκεσε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}01\ s$.

Δ. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g = $10\,\frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο δάπεδο και το κιβώτιο $\mu\ =\ 0{,}2$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

5. Δύο σφαίρες μαζών $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 2kg$ κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά και με ταχύτητες μέτρων $υ_1 = 5\,{}^{m}/_{s}$ και $υ_2 = 10\,{}^{m}/_{s}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα:



Οι σφαίρες συγκρούονται και αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1{}' = 7\,{}^{m}/_{s}$ και με φορά αντίθετη της $\vec{υ}_1$. Η σύγκρουση διαρκεί Δt=0,01s.

Α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας m_2 μετά τη σύγκρουση

Β. Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη η οποία ασκήθηκε στη σφαίρα μάζας m_1κατά τη σύγκρουση

Γ. Να ελέγξετε αν κατά τη κρούση έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας.

Δ. Να βρείτε την απόσταση των σφαιρών m_1 και m_2 μετά από 2,01s από τηστιγμή που ήρθαν σε επαφή.

6. Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας $M = 200g$. Ένα μικρό βέλος μάζας $m = 50g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_1 = 10m/s$, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι $\Delta t = 0{,}1\,s$ και ότι το βέλος εξέρχεται από το μήλο με ταχύτητα, μέτρου$\upsilon_2 = 8\,m/s$, να υπολογίσετε :

Α. το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,

Β. τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης (μέτρο και κατεύθυνση),

Γ. τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,

Δ. την απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος βέλους-μήλου κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία.

Γενικές ασκήσεις

7. Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες m_1 = 0,6Kg και m_2 = 0,4 Kg κινούνται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες που έχουνε μέτρα $υ_1$ = 5 m/s και $υ_2$ = 10 m/s αντίστοιχα. Τα κέντρα των σφαιρών βρίσκονται πάνω στον άξονα x'x. Η σφαίρα Α κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα ενώ η σφαίρα Β προς την αρνητική. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά.

Αν η κρούση είναι <u>πλαστική</u> να βρείτε:

α) την κοινή ταχύτητας των σφαιρών μετά την κρούση

β) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος

Αν η κρούση είναι <u>ελαστική</u> να βρείτε τις ταχύτητες των σφαιρών την κρούση

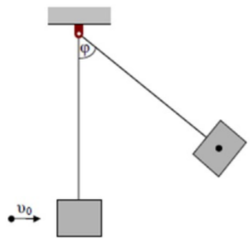
8. Ξύλινος κύβος μάζας Μ = 2 Kg ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας m = 0,2 Kg εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 200m/s εναντίον του κύβου. Το βλήμα βγαίνει από τον κύβο με ταχύτητα μέτρου υ= 100m/s. Μετά την κρούση ο κύβος ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο και σταματάει αφού διανύσει διάστημα S=20m. Να βρείτε:

α) την απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση

β)το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου και επιπέδου.

Η διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο θεωρείται αμελητέα

9. Ένα κομμάτι ξύλο μάζας Μ = 1,9 Kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους l= 0,9m το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας m = 0,1 Kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$, σφηνώνεται σχεδόν ακαριαία στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα - ξύλο ανυψώνεται μέχρι το σημείο που η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του γίνει φ = 60^o.



Να υπολογίσετε:

Α) το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος βλήμα - ξύλο αμέσως μετά την κρούση

Β) το μέτρο $υ_0$ της ταχύτητας του βλήματος λίγο πριν την κρούση

Γ) το επί τοις εκατό ποσοστό (%) της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα - ξύλο κατά την κρούση.

Το νήμα θεωρείται αβαρές και σταθερού μήκους

10. Σώμα μάζας m_1, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{υ}_1$, μέτρου $υ_1 = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η ταχύτητα $\vec{υ}_1{}'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{υ}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

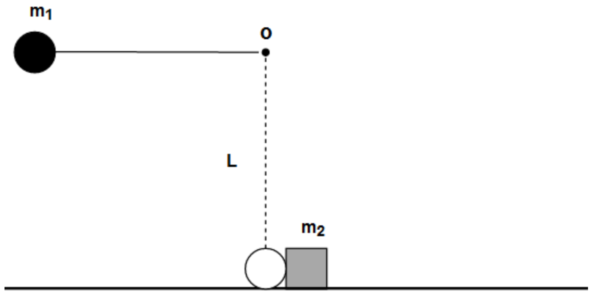
Α. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

Β. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

Γ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2\text{kg}$.

Δ. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει. Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

11. Μια ατσάλινη σφαίρα μάζας $m_1 = 2\ kg$ είναι δεμένη σε ένα νήμα μήκους $L = 1{,}8\ m$ που δεν έχει βάρος και δεν είναι ελαστικό.



Αρχικά η σφαίρα ανυψώνεται ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο σε οριζόντια διεύθυνση. Στη συνέχεια η σφαίρα ελευθερώνεται. Στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς της η σφαίρα συγκρούεται με ένα χαλύβδινο σώμα μάζας $m_2 = 1\ kg$ που αρχικά ισορροπεί και μπορεί να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η σύγκρουση είναι μετωπική και ελαστική. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$ να υπολογίσετε:

Α. τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Β. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο χαλύβδινο σώμα κατά την κρούση.

Γ. το διάστημα που θα διανύσει το χαλύβδινο σώμα μέχρι να σταματήσει και η μέγιστη γωνία $(\sigma\upsilon\nu\varphi)$ που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη μετά την κρούση.

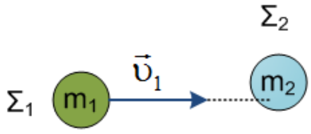
Στην πραγματικότητα η κρούση δεν είναι ελαστική, αλλά το ένα τρίτο $(\frac{1}{3})$ της αρχικής μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα και ηχητική ενέργεια.

Δ. Να υπολογίσετε τις νέες ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Η διάρκεια της κρούσης να θεωρηθεί ότι είναι πολύ μικρή.

Ασκήσεις στις πλάγιες ή έκκεντρες κρούσεις (μη κεντρικές κρούσεις)

12. Σφαίρα Σ1 μάζας $m_1 = m$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 6m/s$ και συγκρούεται με άλλη σφαίρα Σ2 μάζας $m_2 = 2m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Η κρούση είναι έκκεντρη κι ελαστική και η χρονική της διάρκεια θεωρείται αμελητέα. Μετά την κρούση, η σφαίρα Σ1 κινείται με ταχύτητα υ_1' που έχει διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση της αρχικής υ_1. Να υπολογιστούν:



α) το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας $υ_2$ της σφαίρας Σ2 μετά την κρούση

β) το μέτρο της ταχύτητας $υ_1'$ της σφαίρας Σ1 μετά την κρούση

γ) το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ1 που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Σ2 λόγω της κρούσης

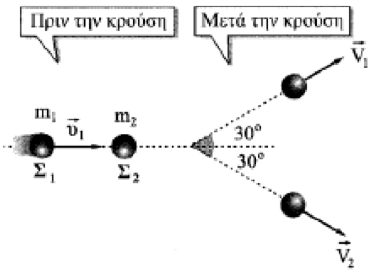
δ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ1 κατά την κρούση, αν $m_2 = 2Kg$

13. Σώμα μάζας Σ1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $υ_1 = 2\sqrt{3}m/s$ και συγκρούεται έκκεντρα κι ελαστικά με άλλη σφαίρα Σ2 μάζας $m_2 = 2m_1$ αρχικά ηρεμεί. Μετά την κρούση η Σ1 κινείται με ταχύτητα $υ_1'$ κάθετη στην αρχική ταχύτητα. Να βρείτε:

Α) τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση

Β) το μέτρο της μεταβολής της σφαίρας Σ1 κατά την κρούση, αν $m_1 = 1Kg$.

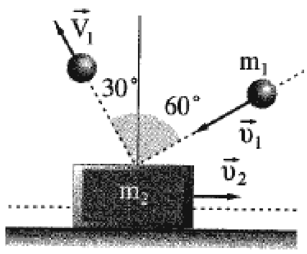
14. Μία σφαίρα Σ1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $υ_1 = 10\sqrt{3}m/s$, πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται έκκεντρα με άλλη σφαίρα Σ2 μάζας m_2 η οποία αρχικά ηρεμεί. Μετά την κρούση τους οι σφαίρες κινούνται σε διευθύνσεις που η κάθε μία σχηματίζει γωνία 30^0 με την αρχική διεύθυνση της Σ1.



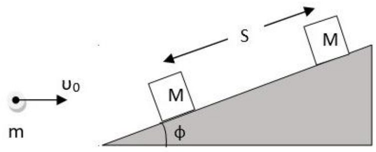
Ο λόγος των μαζών των σφαιρών είναι $m_1/m_2 = \sqrt{3}$.

Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση.

15. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας m_2 και σχήματος παραλληλεπιπέδου, κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_2$. Μια σφαίρα μάζας m_1 προσκρούει στο ξύλο με ταχύτητα $υ_1 = 4\sqrt{3}m/s$ υπό γωνία 60^0 ως προς την κατακόρυφη και ανακλάται με ταχύτητα $V_1 = 4m/s$ υπό γωνία 30^0 ως προς την κατακόρυφη. Μετά την κρούση το κομμάτι ξύλου μένει ακίνητο. Αν γνωρίζουμε ότι $m_2 = 4m_1$, να βρείτε τη ταχύτητα $υ_2$ του ξύλου πριν την κρούση και την μεταβολή της ορμής του συστήματος αν $m_1 = 1Kg$.



16. Σώμα μάζας Μ = 4,8 Kg στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως φ=30°. Βλήμα μάζας m = 0,2 Kg, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$ = 200 m/s, σφηνώνεται στο σώμα.



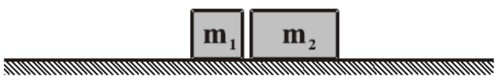
Αν υποθέσουμε ότι το σφήνωμα του βλήματος γίνεται ακαριαία, να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $μ= \frac{\sqrt{3}}{6}$. Να θεωρήσετε ότι η τριβή ασκείται αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$

<u>Θέματα πανελληνίων</u>

17. Ένα σώμα $Σ_1$ με μάζα m_1=1kg κινείται με ταχύτητα $υ_1$=10m/s σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα x’x, όπως φαίνεται στο σχήμα.

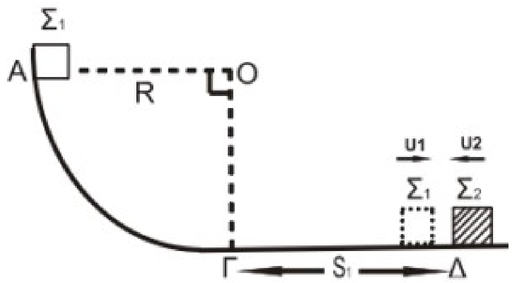
Το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=3kg που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το $Σ_1$. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας $υ_1$ θετική. Να υπολογίσετε:
Α. Την ταχύτητα του $Σ_1$ μετά την κρούση.
Β. Την ταχύτητα του $Σ_2$ μετά την κρούση.
Γ. Την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.
Δ. Την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_1$, λόγω της κρούσης.

18. Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου u_1=15m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $u_1΄$=9m/s.
Α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2 .
Β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
Γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
Δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι μ=0,1. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

19. Σώμα Σ1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με R = 5m. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ = 0,5. Αφού διανύσει διάστημα S_1 = 3,6m, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ2 μάζας $m_2 = 3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ1, με ταχύτητα μέτρου $υ_2$ = 4m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.

Β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ1 και Σ2 αμέσως μετά την κρούση.

Γ. Δίνεται η μάζα του σώματος Σ2, m_2 = 3kg. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ2 κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ1 κατά την κρούση. Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2 .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

20. Βλήμα μάζας m=0,4 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_1$=400 m/s. Το βλήμα στην πορεία του συναντάει σώμα μάζας Μ= 2 kg που ήταν ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο, το διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα $υ_2$ = 300m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος Μ, με το οριζόντιο επίπεδο είναι 0,5. Να υπολογίσετε:

α) την ταχύτητα του σώματος Μ, αμέσως μετά την κρούση.

β) τη μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση.

γ) το διάστημα που θα διανύσει το Μ μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται g = 10m/s^2　　[Απ: 20m/s, 13.600J, 40m]

21. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ=12 m/s συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα τριπλάσιας μάζας. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

[Απ: 6 m/s, 6m/s αντίθετων κατευθύνσεων]

22. Δύο σφαίρες με μάζες m_1 = 10kg και m_2 =20kg κινούνται με αντίθετη φορά πάνω στην ίδια ευθεία με ταχύτητες $υ_1$ = 3m/s και $υ_2$ = 2m/s αντίστοιχα, και συγκρούονται πλαστικά. Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση. [Απ: 0,33 m/s, 98%]

23. Σφαίρα (1) μάζας m_1 = 1kg προσπίπτει με ταχύτητα υ, σε ακίνητη σφαίρα (2) και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Μετά την κρούση η (1) κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1' = υ_1/3$ m/s Ποια πρέπει να είναι η μάζα m_2 της σφαίρας (2) ώστε
α) Η $υ_1'$ να είναι ομόρροπη της $υ_1$. β) Η $υ_1'$ να είναι αντίρροπη της $υ_1$. [Απ: 0,5kg, 2kg]

24. Σφαίρα μάζας m_1 = 2kg που κινείται με ταχύτητα $υ_1$ = 4m/s συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας m_2 = 4kg που κινείται αντίθετα με ταχύτητα $υ_2$ = 5m/s Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων μετά τη σύγκρουση. [Απ: 8m/s, 1m/s]

25. Σφαίρα μάζας m_1 πέφτει με ταχύτητα $υ_1$ σε ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Ποια πρέπει να είναι η σχέση μεταξύ των m_1 και m_2 ώστε μετά την κρούση η σφαίρα m_2 να έχει μέγιστη κινητική ενέργεια; [Απ: $m_1 = m_2$]

26. Όταν ένα κινούμενο νετρόνιο συγκρουστεί με ακίνητο πυρήνα χάνει μέρος της κινητικής του ενέργειας και επιβραδύνεται. Τι ποσοστό της κινητικής του ενέργειας χάνει το νετρόνιο αν συγκρουστεί α) με πυρήνα πρωτίου (^1_1H) β) με πυρήνα δευτερίου (^2_1H) και γ) με πυρήνα ηλίου (^4_2H) . Οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές. [Απ: 100%, 88,9%, 64%]

27. Δύο σφαίρες με μάζες m_1 = 6kg και m_2 = 4kg κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες $υ_1$ =8m/s και $υ_2$ = 9m/s κάθετες μεταξύ τους, και συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:
α) την κοινή τους ταχύτητα μετά την κρούση.
β) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος. [Απ: 6m/s, εφθ = 3/4, - 174J]

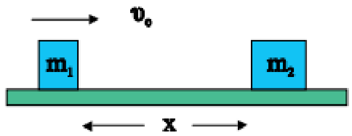
28. Ξύλινη πλάκα με μάζα M= 5 kg είναι δεμένη από σκοινί και κρέμεται κατακόρυφα. Ένα βλήμα με μάζα m=50 g και οριζόντια ταχύτητα $υ_1$ =520m/s χτυπά την πλάκα στο κέντρο της τη διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα $υ_2$ = 80m/s. Η απόσταση του κέντρου της πλάκας από το σημείο όπου είναι δεμένο το σκοινί είναι *1*=2 m. Πόσο θα εκτραπεί το σκοινί από την κατακόρυφη θέση; Δίνεται g = 10m/s^2. Θεωρήστε ότι η πλάκα αρχίζει να κινείται όταν την έχει διαπεράσει το βλήμα. [Απ: περίπου 60^o]

29. Ένα βλήμα με μάζα m=20 g κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε κομμάτι ξύλου με μάζα M= 1 kg το οποίο είναι δεμένο σε κατακόρυφο σκοινί μήκους 1 m. Μετά τη σύγκρουση το νήμα εκτρέπεται από την κατακόρυφο κατά γωνία θ = 60°. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση. Δίνεται g = 10 m/s^2. [Απ: 255J]

30. Ένα σώμα με μάζα m_1=20 kg ισορροπεί σε πλάγιο επίπεδο με κλίση φ=30°. Ένα δεύτερο σώμα με μάζα m_2=30 kg που ανεβαίνει στο πλάγιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο έχοντας ταχύτητα υ = 10m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ συσσωματώματος και επιπέδου είναι $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει. Θα επιστρέψει το συσσωμάτωμα στη βάση του πλάγιου επιπέδου;
Δίνεται g = 10 m/s^2. [Απ: 18 m, όχι]

31. Από την κορυφή πλάγιου επιπέδου, που έχει μήκος s=4,2 m και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία φ= 30^o αφήνεται να ολισθήσει σώμα με μάζα m=1 kg, χωρίς τριβή. Κατά την κάθοδο του και ενώ έχει διανύσει διάστημα s_1 = 16m συναντά ακίνητο σώμα της ίδιας μάζας και συγκρούεται πλαστικά με αυτό. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση ολισθαίνει στο πλάγιο επίπεδο και φτάνει στη βάση του με μηδενική ταχύτητα.
Να υπολογίσετε:
α) το συντελεστή τριβής ολίσθησης του συσσωματώματος με το πλάγιο επίπεδο.
β) τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου.
Δίνεται g = 10 m/s^2 [Απ : $5\frac{\sqrt{3}}{13}$, 34J]

32. Σώμα μάζας m_1 έχει ταχύτητα $υ_0$ και προσκρούει σε ακίνητο σώμα μάζας m_2 =2m_1 που βρίσκεται σε απόσταση x=1 m (σχήμα). Μετά την κρούση, που είναι ελαστική, το πρώτο σώμα επιστρέφει και σταματά στην αρχική του θέση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δυο σωμάτων με το δάπεδο είναι μ=0,5. Να υπολογίσετε:



α) την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του πρώτου σώματος.
β) το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει. Δίνεται g = 10 m/s^2.
[Απ: 10 m/s^2, 4m]

33. Μια σφαίρα συγκρούεται ελαστικά με άλλη όμοια σφαίρα που αρχικά ηρεμεί. Δείξτε ότι αν η κρούση δεν είναι κεντρική, μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

Βιβλιογραφία

Αλεξάκης, Ν., Αμπατζής, Σ., Γκουγκούσης, Γ., Κουντούρης, Β., Μοσχοβίτης, Ν., Οβαδίας, Σ., Πετρόχειλος, Κ., Σαμπράκος, Μ., Ψαλίδας, Α. (2013). Φυσική Γενικής Παιδείας Β΄ τάξη Γενικού Λυκείου. ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Ιωάννου, Α., Ντάνος, Γ., Πήττας, Α., Ράπτης, Σ. (1999). Φυσική Γ΄ τάξη Γενικού Λυκείου. Τεύχος Γ΄. ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ. (2023-2025). Τράπεζα Θεμάτων. ΙΕΠ. https://trapeza.iep.edu.gr/public/subjects.php

Καραδημητρίου, Μ.(2025). Περί Φυσικής ορμώμενος. https://perifysikhs.com/author/mkaradim/

Μάργαρης, Δ. (2025). Υλικό Φυσικής – Χημείας. https://ylikonet.gr/

Παπαδάκης, Κ. (2025). Φυσικά Φυσική. https://fysikafysikh.wordpress.com/

Πλανά, Μ. (2019). https://blogs.sch.gr/1pekesna/files/2020/04/%CE%A3%CE%97%CE%9C%CE%95%CE%99%CE%A9%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3-%CE%9A%CE%A1%CE%9F%CE%A5%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3-%CE%93-%CE%9B%CE%A5%CE%9A%CE%95%CE%99%CE%9F%CE%A5.pdf

Τσιρώνης, Π. (2023). Προσωπικές σημειώσεις Φυσικής γ΄ γυμνασίου. Αθήνα.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ. (2025). Αναζήτηση θεμάτων πανελλαδικώς εξεταζόμενων μαθημάτων. https://apps1.minedu.gov.gr/efarmoges/themata.php