

§ Έννοια της τετραγωνικής ρίζας

Ορισμός

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό a . Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται με $\sqrt{a}$.

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

π.χ

$$\sqrt{9} = 3$$

αφού

$$3^2 = 9$$

$$\sqrt{25} = 5$$

αφού

$$5^2 = 25$$

$$\sqrt{8} = ? \quad (\text{άρρητος})$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{-9} = \text{δεν ορίζεται}$$

4. Να εξετάσετε αν ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις:

α) $\sqrt{16} = 8$

β) $\sqrt{4} = 16$

γ) $\sqrt{9} = 3$

δ) $\sqrt{0,4} = 0,2$

ε) $\sqrt{-9} = -3$

στ) η $\sqrt{0}$ δεν υπάρχει

ζ) $\sqrt{4} = -2$

η) $\sqrt{16+9} = 5$

θ) $\sqrt{25-9} = 5-3 = 2$

ι) $\sqrt{100} = 50$

α) Λαθος

$$\sqrt{16} = 4$$

ε) Λαθος

β) Λαθος

$$\sqrt{4} = 2$$

γ) Λαθος

$$\sqrt{0} = 0$$

δ) Σωστο

ζ) Λαθος

ε) Λαθος

$$\text{αλη} \quad 0,2^2 = 0,04$$

η) Σωστο

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες.

α) $\sqrt{81}$, $\sqrt{0,81}$, $\sqrt{8100}$.

β) $\sqrt{4}$, $\sqrt{0,04}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{40000}$

γ) $\sqrt{121}$, $\sqrt{1,21}$, $\sqrt{12100}$, $\sqrt{0,0121}$

δ) $\sqrt{\frac{9}{4}}$, $\sqrt{\frac{144}{25}}$, $\sqrt{\frac{400}{49}}$, $\sqrt{\frac{36}{121}}$.

2. Να υπολογίσετε τους αριθμούς:

α) $\sqrt{36} =$ β) $\sqrt{18+18} =$

γ) $\sqrt{18 \cdot 18} =$ δ) $(\sqrt{18})^2 =$

3. Να τοποθετήσετε σε κάθε τετράγωνο έναν κατάλληλο αριθμό, ώστε να ισχύει η αντίστοιχη ισότητα.

α) $\sqrt{\frac{4}{\square}} = \frac{2}{3}$ β) $(\sqrt{\square})^2 = 5$

γ) $\sqrt{\square + 3} = 6$ δ) $\sqrt{\square} + 2 = 11$

ε) $2 - \sqrt{\square} = 0$ στ) $(\sqrt{\square})^2 + \sqrt{\square} = 6$

SOS Παράτηρηση

$$\boxed{\sqrt{a}^2 = a}$$

π.χ $\sqrt{7}^2 = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$

$$\sqrt{7}^2 = 7$$

$$\cdot \sqrt{a^2} = a \quad \text{αν} \quad a \geq 0$$

π.χ $\sqrt{7^2} = \sqrt{49} = 7$

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5}^2 = 5$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

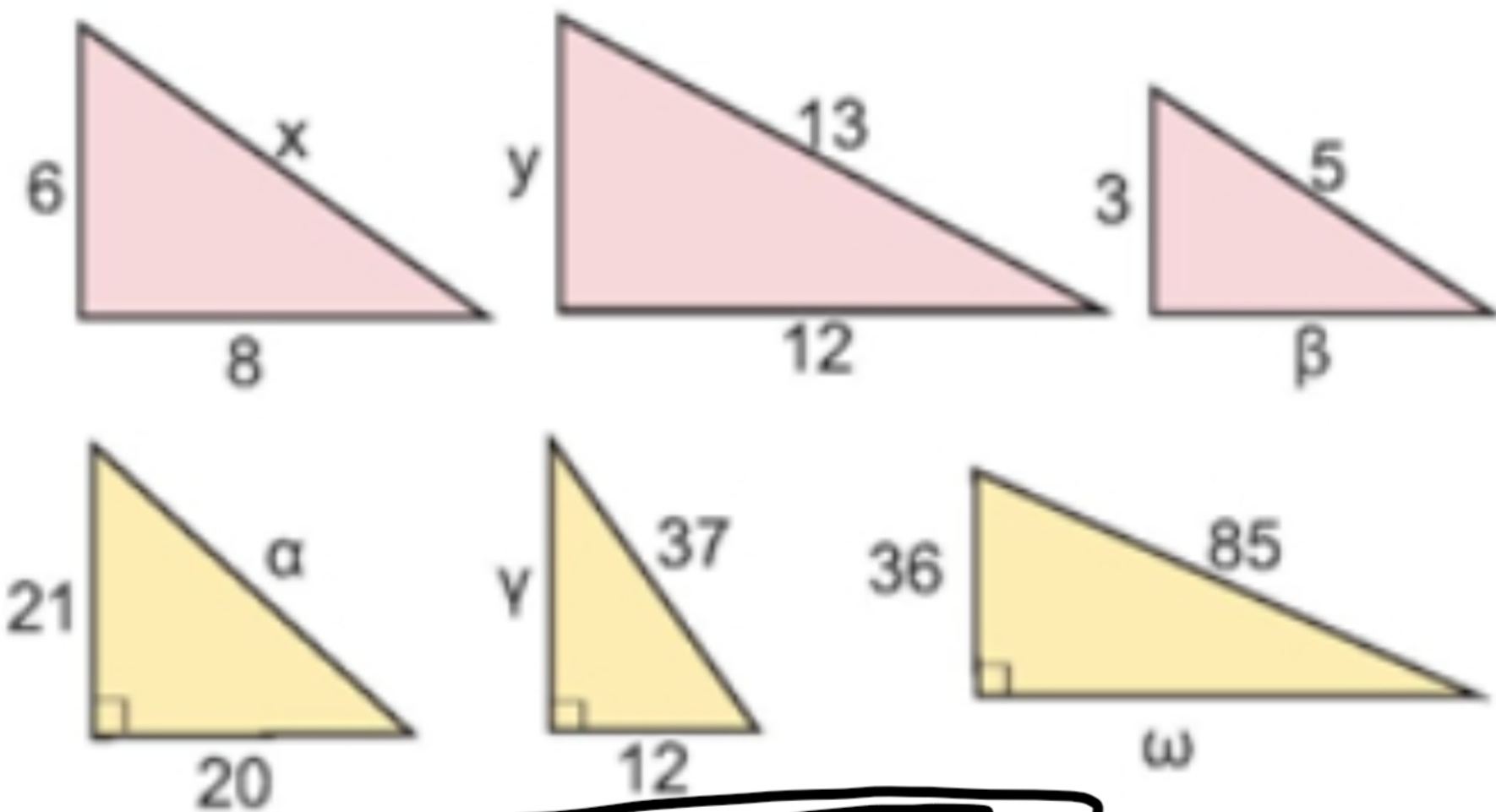
$$\cancel{\sqrt{(-5)^2}} = -5 \quad \text{Nadcs}$$

4. Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) \sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} = 2 \quad \beta) \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}} = 2$$

$$\gamma) \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = 3$$

5. Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά των παρακάτω ορθογωνίων τριγώνων.



$$\delta) \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{1 + 3}}} = \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}} =$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{7 + \sqrt{2 + 2}} = \\ & \sqrt{7 + \sqrt{4}} = \\ & \sqrt{7 + 2} = \\ & \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \alpha) \quad & \sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} = \\ & = \sqrt{\frac{2}{2} + 3} = \sqrt{1 + 3} = \\ & = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

$$\beta) \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}} =$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2}} = \\ & = \sqrt{2 + \sqrt{4}} = \\ & = \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

Τεχνη 681 16

$$a) \sqrt{5 - \sqrt{10 + 2\sqrt{9}}}$$

$$b) \sqrt{70 - \sqrt{31 + \sqrt{25}}}$$

$$c) \sqrt{21 - \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$$

Λύση

$$a) \sqrt{5 - \sqrt{10 + 2 \cdot 3}} =$$

$$\sqrt{5 - \sqrt{16}} = \sqrt{5 - 4} =$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

$$b) \sqrt{70 - \sqrt{31 + 5}} = \sqrt{70 - \sqrt{36}} =$$
$$= \sqrt{70 - 6} = \sqrt{64} = 8$$

$$c) \sqrt{21 - \sqrt{13 + 3}} =$$

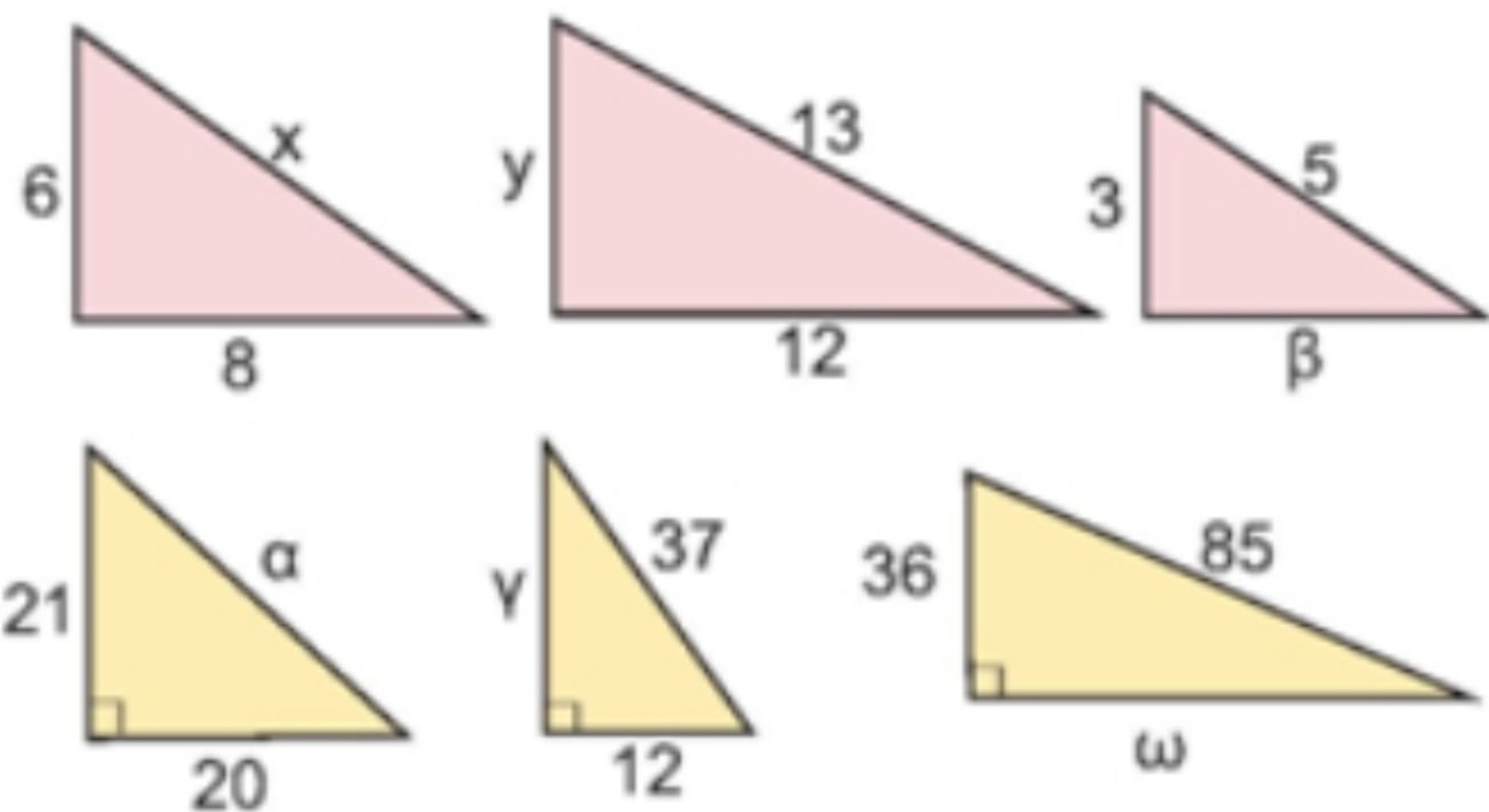
$$\sqrt{21 - \sqrt{16}} = \sqrt{21 - 4} = \sqrt{17}$$

4. Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) \sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} = 2 \quad \beta) \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}} = 2$$

$$\gamma) \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = 3$$

5. Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά των παρακάτω ορθογωνίων τριγώνων.



$$\begin{aligned} 5) \quad & X^2 = 6^2 + 8^2 \\ & X^2 = 36 + 64 \\ & X^2 = 100 \\ & X = \sqrt{100} \\ & X = 10 \end{aligned}$$

$$13^2 = \gamma^2 + 12^2$$

$$169 = \gamma^2 + 144$$

$$169 - 144 = \gamma^2$$

$$25 = \gamma^2$$

$$\gamma = \sqrt{25}$$

$$\gamma = 5$$

► Η εξίσωση $x^2 = a$

Π.χ $x^2 = 25$

$$x = 5 \quad \text{ή} \quad x = -5$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \sqrt{24} \quad \text{ή} \quad x = -\sqrt{24}$$

$$x^2 = -25$$

αδύνατη

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$a) x^2 = 9$$

$$x = 3 \quad \text{ή} \quad x = -3$$

$$b) x^2 = 25$$

$$x = 5 \quad \text{ή} \quad x = -5$$

$$c) x^2 = 64$$

$$x = 8 \quad \text{ή} \quad x = -8$$

6. Να βρείτε τους θετικούς αριθμούς x που ικανοποιούν τις εξισώσεις:

$$α) x^2 = 9$$

$$β) x^2 = 25$$

$$γ) x^2 = 64$$

$$δ) x^2 = \frac{100}{81}$$

$$ε) x^2 = \frac{100}{81}$$

$$x = \frac{10}{9} \quad \text{ή} \quad x = -\frac{10}{9}$$

Τεύχαια σε 16

σε 1

$$\sqrt{9} =$$

$$\sqrt{3^2} =$$

$$\sqrt{7+\sqrt{4}} =$$

$$\sqrt{0,09} =$$

$$\sqrt{(-5)^2} =$$

$$\sqrt{25-\sqrt{81}} =$$

$$\sqrt{1,44} =$$

$$\sqrt{2^4} =$$

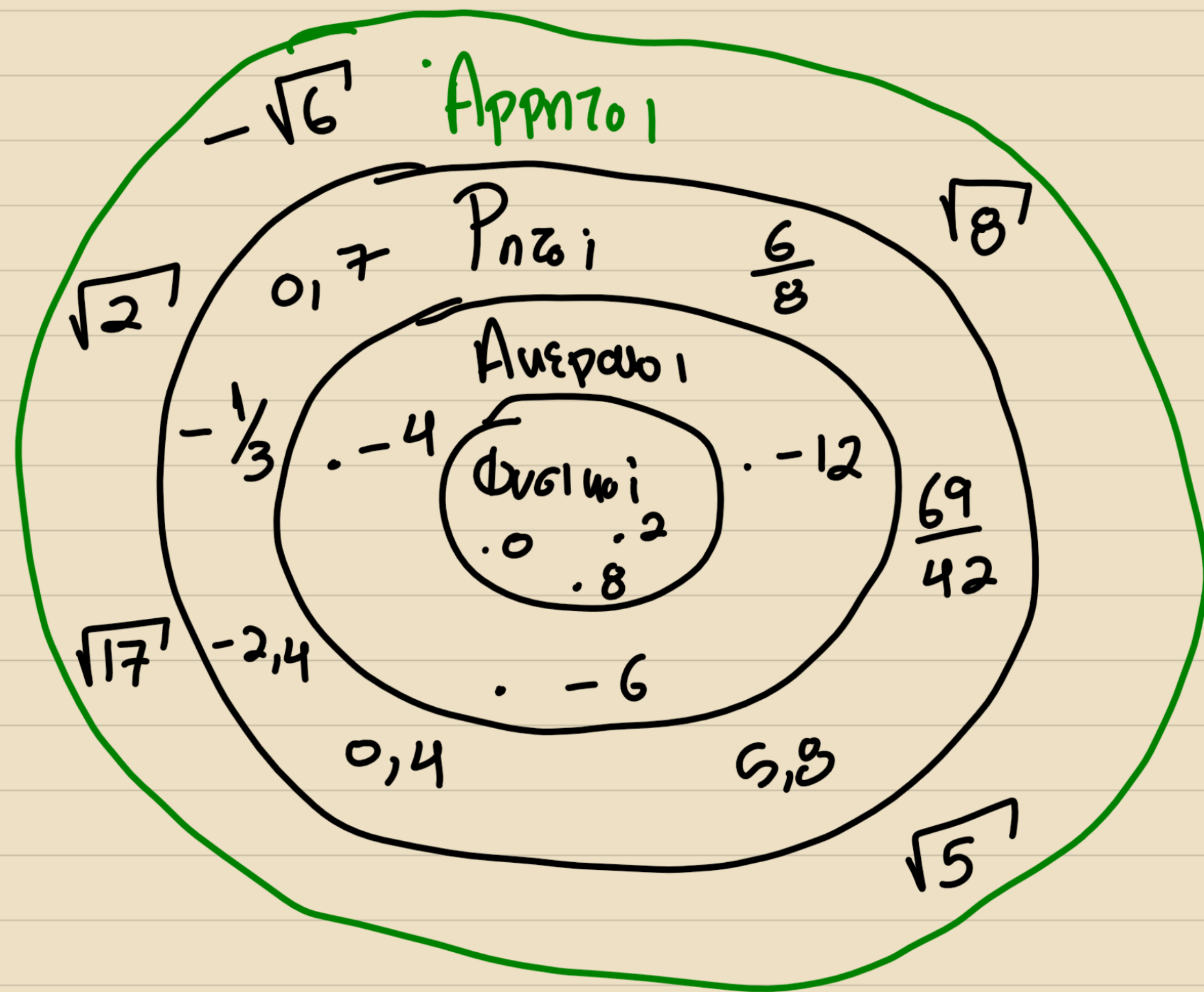
$$\sqrt{0,0009} =$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} =$$

$$\sqrt{90000} =$$

$$\sqrt{36.25} =$$

§ Αρρητοι αριθμοί



Ρητοί αριθμοί:

Είναι οποιοσδήποτε αριθμός που
 πρέπει να ληφεί ως κλάσμα της
 μορφής $\frac{h}{v}$.

Είδατε ότι αν κάποιος είναι
 ρητός γε διαδίδει, τότε αυτός:
 • Θα τελειώνει το διαδίδει τέλος
n.x 5,74
 • Θα έχει απέραντα ψηφία π.ε
 τοίλο

n.x 2,356356356...

Είσα ου αργησι δει γαίονται
σε λοβηι ν'αίτατο και αν
και να λρω το σελαδου τας
εναντωτα αυτο:

Ια είναι ανευτο χωρις
κοζιλο

n.x

$$\sqrt{2} = 1,41421356...$$

1/ Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

α) $\sqrt{2}$, $(\sqrt{2})^2$ β) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$

γ) $\sqrt{18}$, $\sqrt{\frac{18}{2}}$, $\sqrt{18^2}$

2 Τοποθετήστε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

α) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{2}$ β) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 2, $\sqrt{2}$

γ) $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ δ) $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

3 Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις έως

και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών:

α) $\sqrt{3}$, β) $\sqrt{5}$, γ) $\sqrt{7}$, δ) $\sqrt{8}$.

4 Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^2 = 0$, β) $x^2 = 5$, γ) $x^2 = -3$, δ) $x^2 = 17$.

5 Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 12 cm^2 . Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού το μήκος της πλευράς του.

6 Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 12 cm . Να βρείτε: α) το μήκος της πλευράς του με προσέγγιση δύο δεκαδικών, β) την ακριβή τιμή του εμβαδού του.

1) $\sqrt{2}$ άρρητος

$(\sqrt{2})^2 = 2$ ρητός

$-\sqrt{\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$ ρητός

$\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ άρρητος

$\sqrt{18}$ άρρητος

$\sqrt{18^2} = 18$ ρητός

$\sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$ ρητός

~~1~~ Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

α) $\sqrt{2}$, $(\sqrt{2})^2$ β) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$

γ) $\sqrt{18}$, $\sqrt{\frac{18}{2}}$, $\sqrt{18^2}$

2 Τοποθετήστε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

α) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{2}$ β) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 2, $\sqrt{2}$

γ) $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ δ) $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

~~3~~ Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις έως

και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών:

α) $\sqrt{3}$, β) $\sqrt{5}$, γ) $\sqrt{7}$, δ) $\sqrt{8}$.

~~4~~ Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^2 = 0$, β) $x^2 = 5$, γ) $x^2 = -3$, δ) $x^2 = 17$.

5 Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 12 cm^2 .

Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού το μήκος της πλευράς του.

6 Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 12 cm . Να βρείτε:

α) το μήκος της πλευράς του με προσέγγιση δύο δεκαδικών, β) την ακριβή τιμή του εμβαδού του.

3) α) $\sqrt{3} \approx 1,73$

β) $\sqrt{5} \approx 2,23$

γ) $\sqrt{7} \approx 2,64$

δ) $\sqrt{8} \approx 2,82$

4) α) $x^2 = 0$ $x = 0$

β) $x^2 = 5$ τότε $x = \sqrt{5}$ ή $x = -\sqrt{5}$

γ) $x^2 = -3$ αδύνατο

δ) $x^2 = 17$ τότε $x = \sqrt{17}$ ή $x = -\sqrt{17}$

1 Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

α) $\sqrt{2}$, $(\sqrt{2})^2$ β) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$

γ) $\sqrt{18}$, $\sqrt{\frac{18}{2}}$, $\sqrt{18^2}$

2 Τοποθετήστε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

α) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{2}$ β) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 2, $\sqrt{2}$
γ) $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ δ) $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

3 Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις έως

και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών:

α) $\sqrt{3}$, β) $\sqrt{5}$, γ) $\sqrt{7}$, δ) $\sqrt{8}$.

4 Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^2 = 0$, β) $x^2 = 5$, γ) $x^2 = -3$, δ) $x^2 = 17$.

5 Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 12 cm^2 . Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού το μήκος της πλευράς του.

6 Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 12 cm . Να βρείτε: α) το μήκος της πλευράς του με προσέγγιση δύο δεκαδικών, β) την ακριβή τιμή του εμβαδού του.

δ) $1 + \sqrt{3}$, $\sqrt{3}$

$\sqrt{3} < 1 + \sqrt{3}$

ς) $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

$\sqrt{2} < \sqrt{1+\sqrt{2}}$

α) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, 1, $\sqrt{2}$

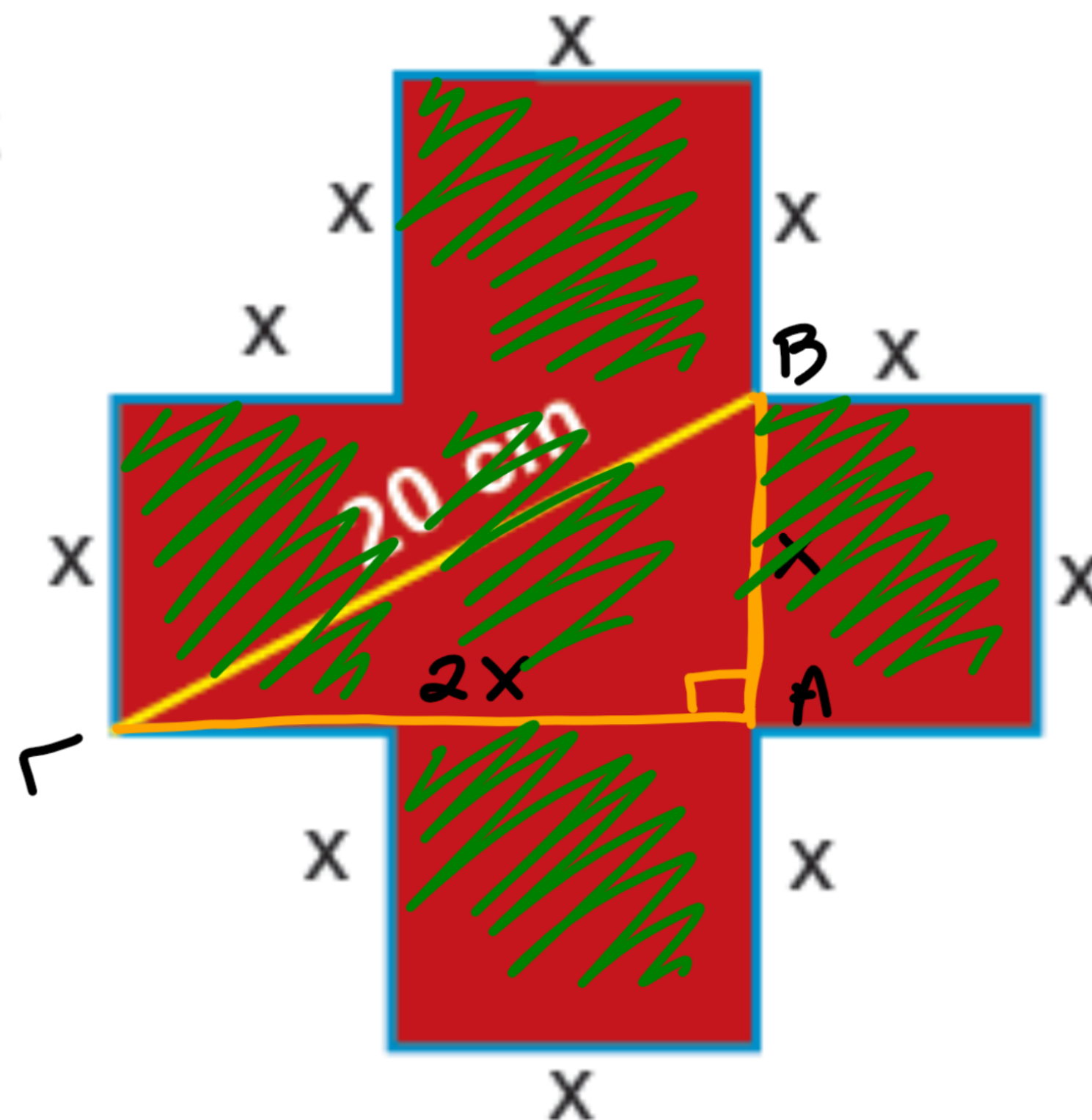
$1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{7}$

β) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 2, $\sqrt{2}$
 $\sqrt{2} < 2 < \sqrt{5} < \sqrt{7}$

Σχ. 5α 51

1

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σταυρού του σχήματος.



Π.9. $\triangle ABC$ (Π.9)

$$BA^2 + AC^2 = BC^2$$

$$x^2 + (2x)^2 = 20^2$$

$$x^2 + 4x^2 = 400$$

$$5x^2 = 400$$

$$x^2 = \frac{400}{5}$$

(Εξίσωση)

$$E = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2$$

$$= 5x^2 = 5 \cdot \sqrt{80}^2 = 5 \cdot 80 = 400 \text{ τ.μ.}$$

(Εκτίμηση)

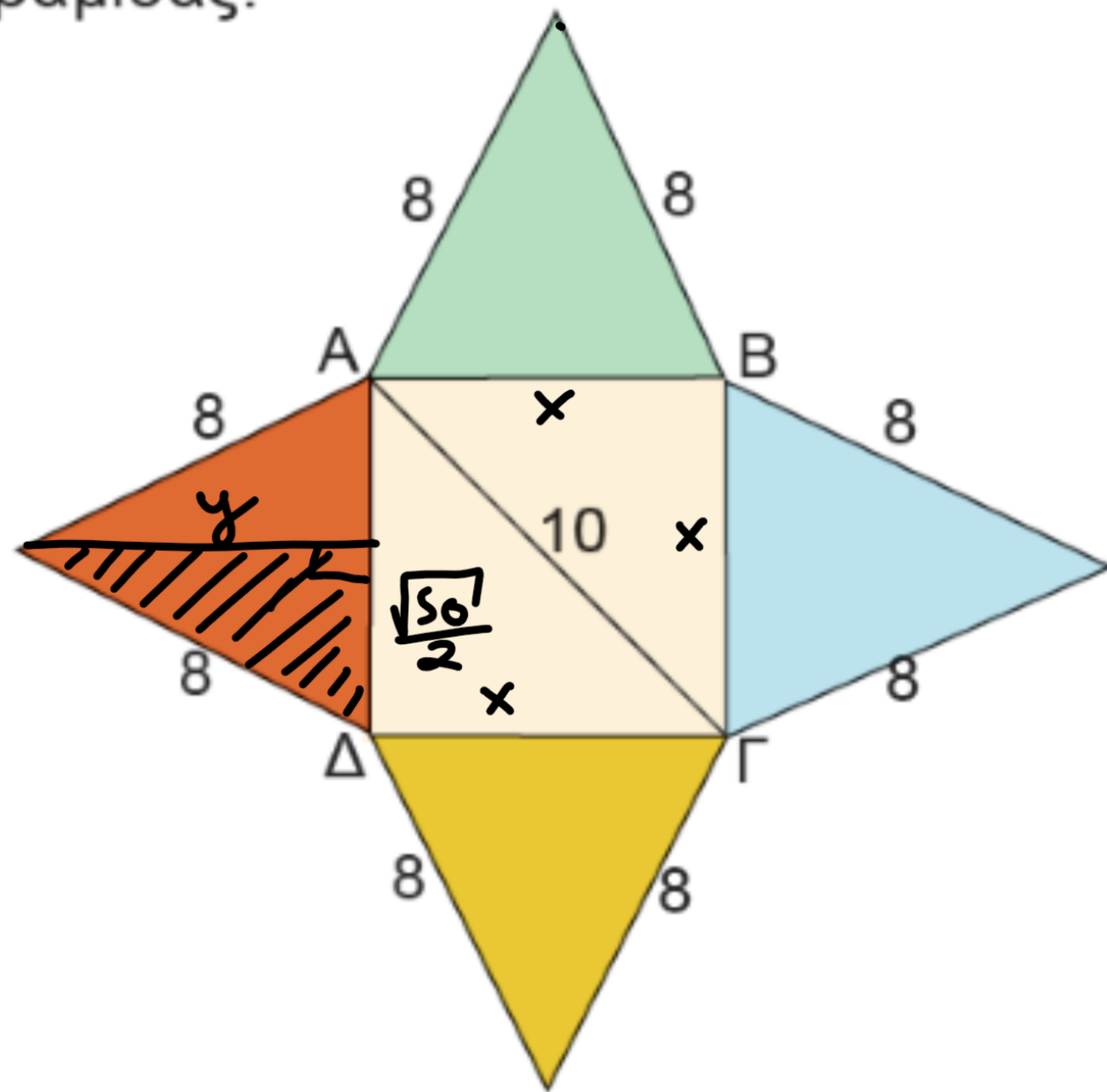
$$x^2 = 80$$

$$x = \sqrt{80}$$

(πίδες)

2 Το ανάπτυγμα σε χαρτόνι μιας πυραμίδας αποτελείται από το τετράγωνο ΑΒΓΔ, που η διαγώνιάς του είναι 10 cm και τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα που οι ίσες πλευρές τους είναι 8 cm.

Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας της πυραμίδας.



Σ 20

ΑΒΓ Δ στο Π.9 έχω :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$10^2 = x^2 + x^2$$

$$100 = 2x^2$$

$$x^2 = \frac{100}{2}$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$

$$S_{ABCD} = x^2 = \sqrt{50}^2 = 50$$

$$S_{\text{tri}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{50} \cdot \frac{\sqrt{206}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{50} \cdot \sqrt{206}}{4}$$

$$\text{αρα } E = S_{ABCD} + 4 \cdot S_{\text{tri}}$$

Σ 20

καινω αριθμω στο Π.9. έχω

$$8^2 = y^2 + \left(\frac{\sqrt{50}}{2}\right)^2$$

$$64 = y^2 + \frac{50}{4}$$

$$y^2 = \frac{64}{1} - \frac{50}{4}$$

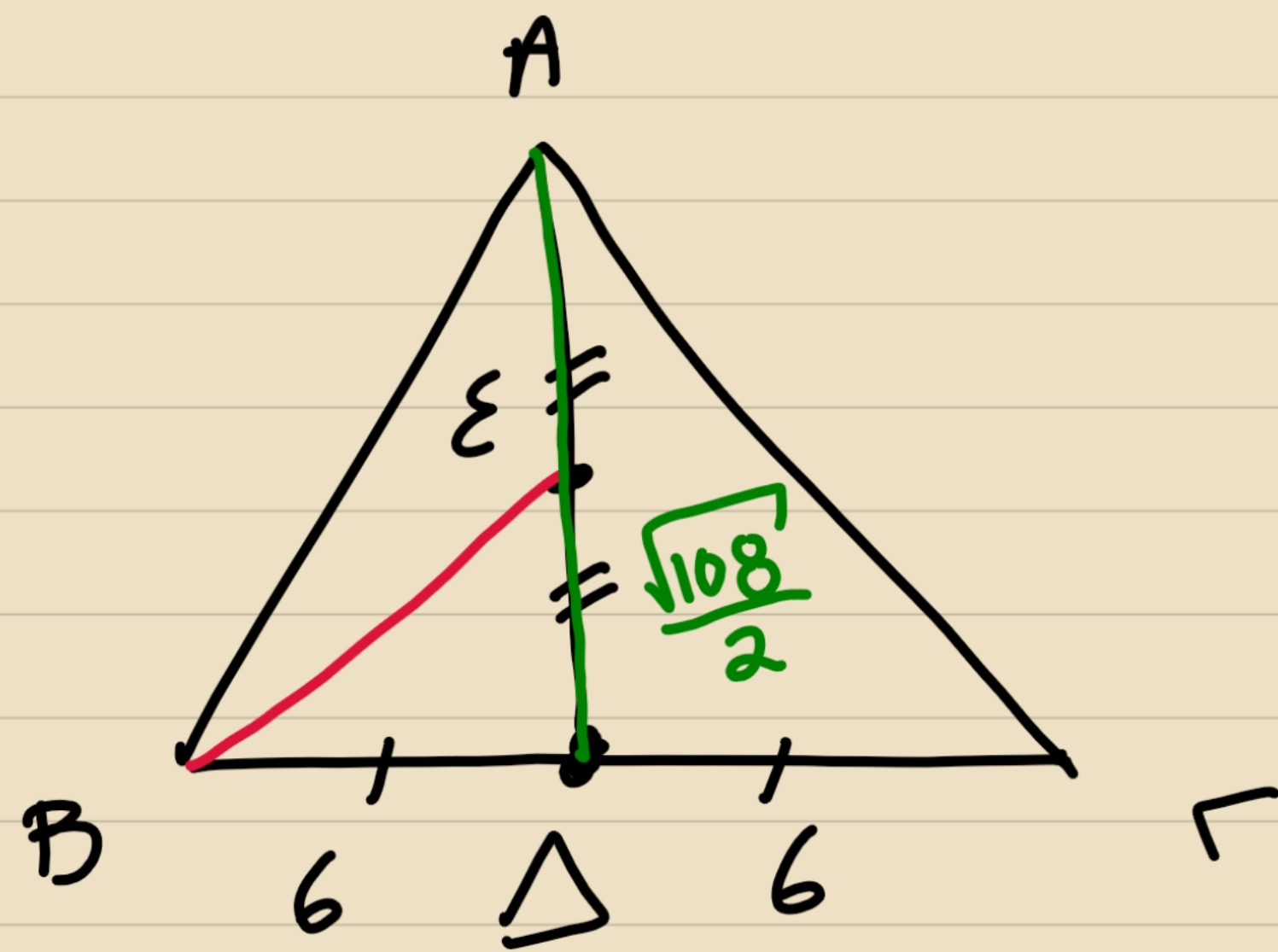
$$y^2 = \frac{256}{4} - \frac{50}{4} = \frac{206}{4}$$

$$y^2 = \frac{206}{4}$$

$$y = \sqrt{\frac{206}{4}} = \frac{\sqrt{206}}{2}$$

4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά 12 cm. Αν E είναι το μέσο της διαμέσου του $A\Delta$, να υπολογίσετε το μήκος BE .



Από Π.Θ στο $\triangle A\Delta\Gamma$ έχω

$$A\Gamma^2 = \Delta\Gamma^2 + A\Delta^2$$

$$12^2 = 6^2 + A\Delta^2$$

$$144 = 36 + A\Delta^2$$

$$A\Delta^2 = 144 - 36$$

$$A\Delta^2 = 108$$

$$A\Delta = \sqrt{108}$$

Από Π.Θ στο $\triangle BE\Delta$

$$BE^2 = B\Delta^2 + \Delta E^2$$

$$BE^2 = 6^2 + \left(\frac{\sqrt{108}}{2}\right)^2$$

$$BE^2 = 36 + \frac{108}{4}$$

$$BE^2 = 36 + 27$$

$$BE^2 = 63$$

$$BE = \sqrt{63}$$

$$\sqrt{108} = \sqrt{9 \cdot 12} =$$

$$= 3\sqrt{12} =$$

$$= 3\sqrt{4 \cdot 3} =$$

$$= 3 \cdot 2\sqrt{3} =$$

$$= 6\sqrt{3}$$

Τευχαια (ε) 16

$$2) \text{ a) } \sqrt{121} - \sqrt{5^2} + \sqrt{(-13)^2} = 11 - 5 + 13 = 24 - 5 = 19$$

$$7) \sqrt{4 + 5} = 3$$

$$3 + \sqrt{1} = 4$$

$$\sqrt{\frac{45}{5}} = 3$$

$$3 + \sqrt{81} = 12$$

$$\sqrt{\frac{20}{5}} = 2$$

$$\sqrt{144} - \sqrt{\quad} = 5$$

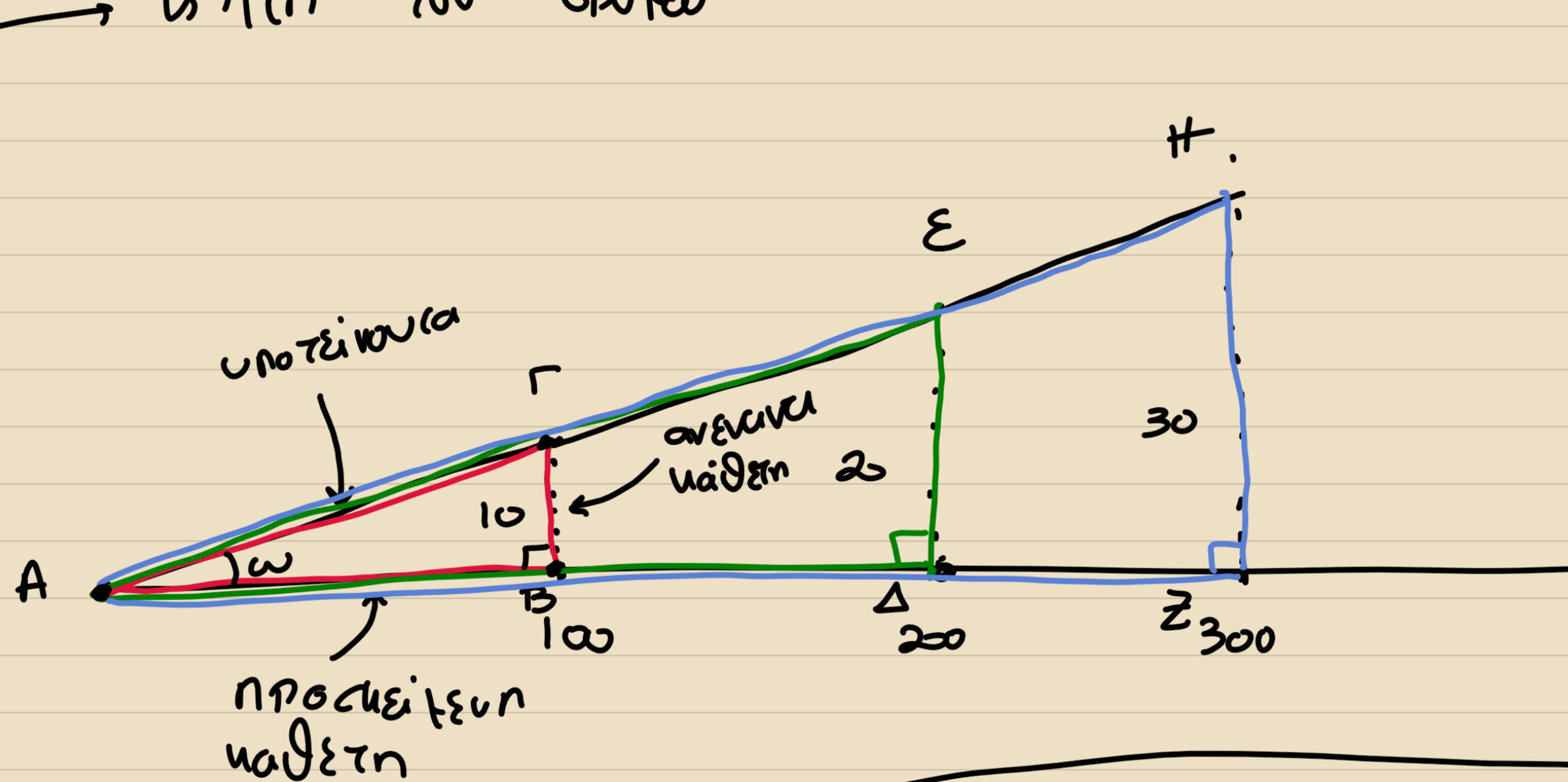
$$12 - \sqrt{49} = 5$$

§ Τριγωνομετρία

$$\frac{\sqrt{5}}{2}$$

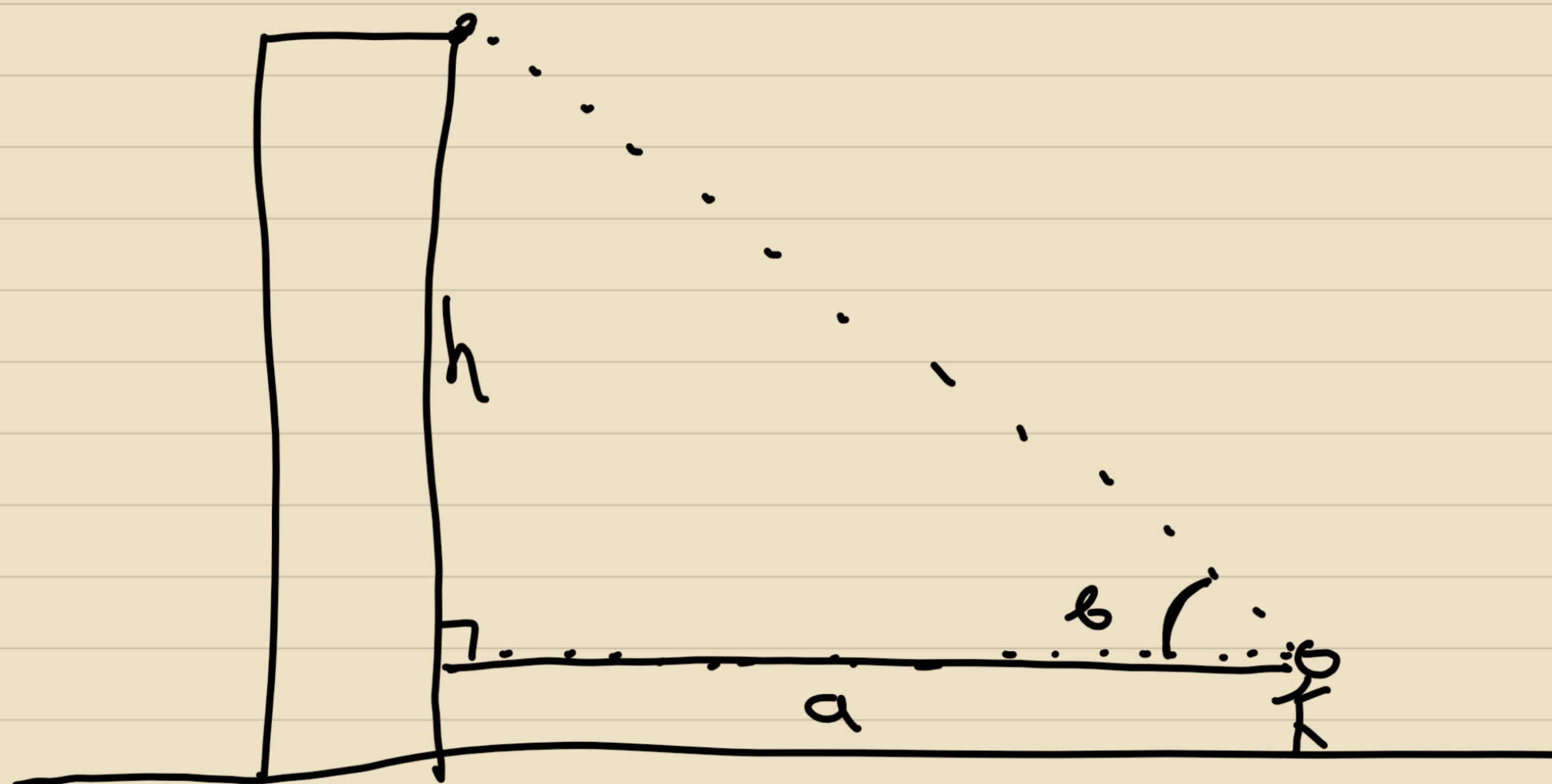
Εφαρμογή της
γωνίας ω

μήκη του στρώ

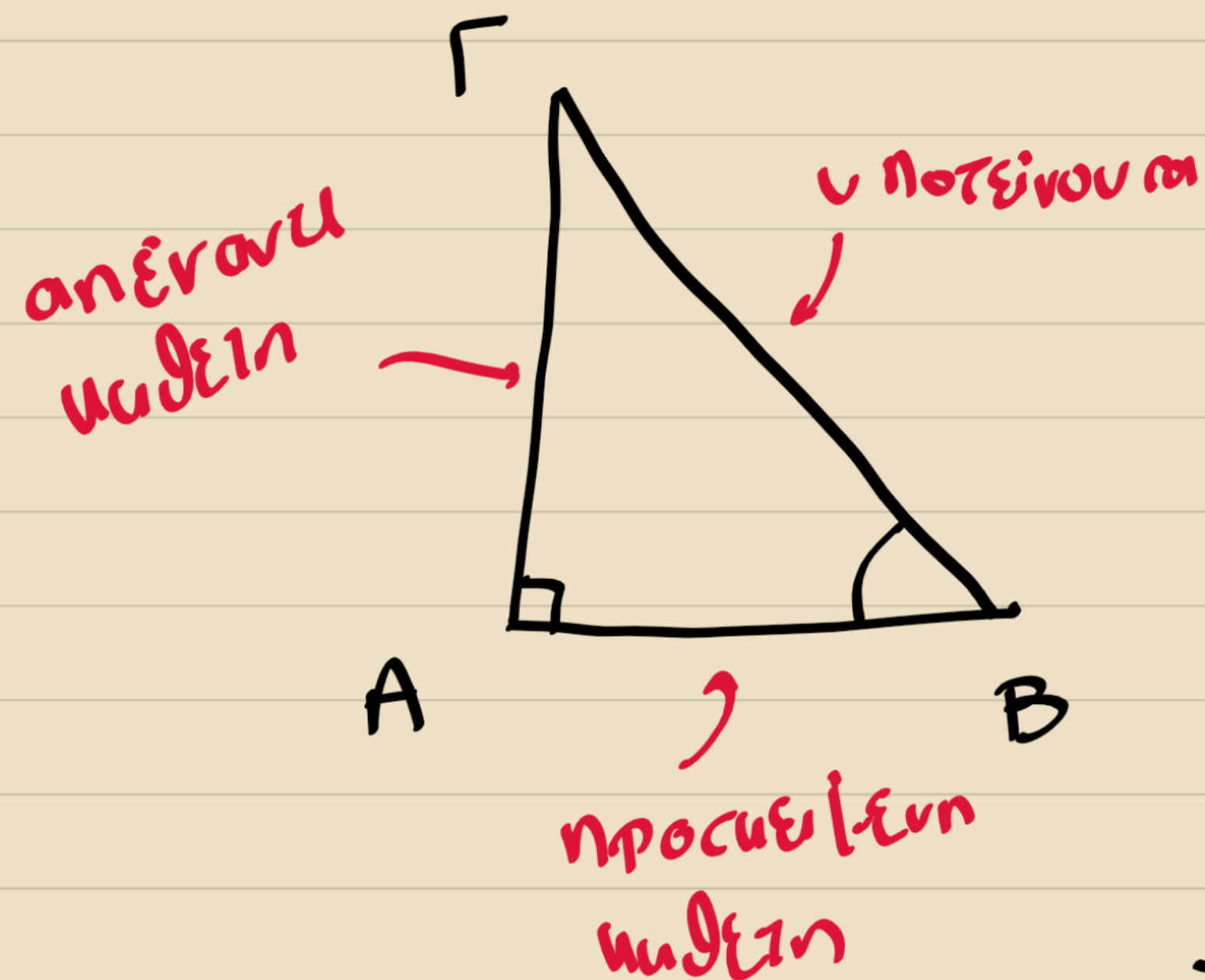


Παρατήρηση:

$$\theta' = \frac{10}{100} = \frac{\text{AB}}{\text{AZ}} = \frac{\text{ΕΔ}}{\text{AZ}} = \frac{\text{ΖΗ}}{\text{AZ}} = \frac{\text{ανέναντι καθετόν η ύψος} - \text{Εφω}}{\text{πρόσκειψον καθετόν η ύψος}}$$



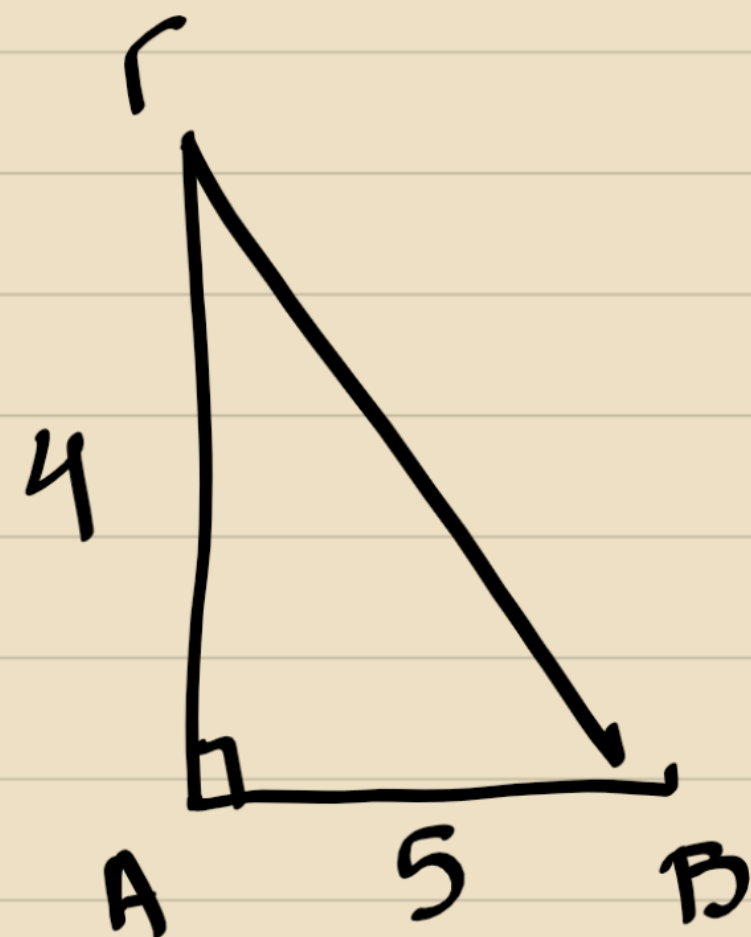
Έστω το ορθόγωνο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$



$$\frac{\text{ανέναντι καθετην ηλίεφα}}{\text{υποτίνηος κα}} = \boxed{\frac{A\Gamma}{B\Gamma}} = \text{ψίζονο τω } B = \boxed{\eta\mu B}$$

$$\frac{\text{πρόσκειμεν καθετην ηλίεφα}}{\text{υποτίνηος κα}} = \boxed{\frac{AB}{B\Gamma}} = \text{συνήζονο τω } B = \boxed{\sigma\omega B}$$

$$\frac{\text{ανέναντι καθετην ηλίεφα}}{\text{πρόσκειμεν καθετην ηλίεφα}} = \boxed{\frac{A\Gamma}{AB}} = \text{εφαπτομένη τω } B = \boxed{\epsilon\phi B}$$



ano Π.Θ. χρησιμοποιώντας

$$\Gamma B^2 = AB^2 + A\Gamma^2$$

$$\Gamma B^2 = 5^2 + 4^2$$

$$\Gamma B^2 = 25 + 16$$

$$\Gamma B^2 = 41$$

$$\Gamma B = \sqrt{41}$$



Στοιχείων ή

$$\cos B = \frac{AB}{\Gamma B}$$

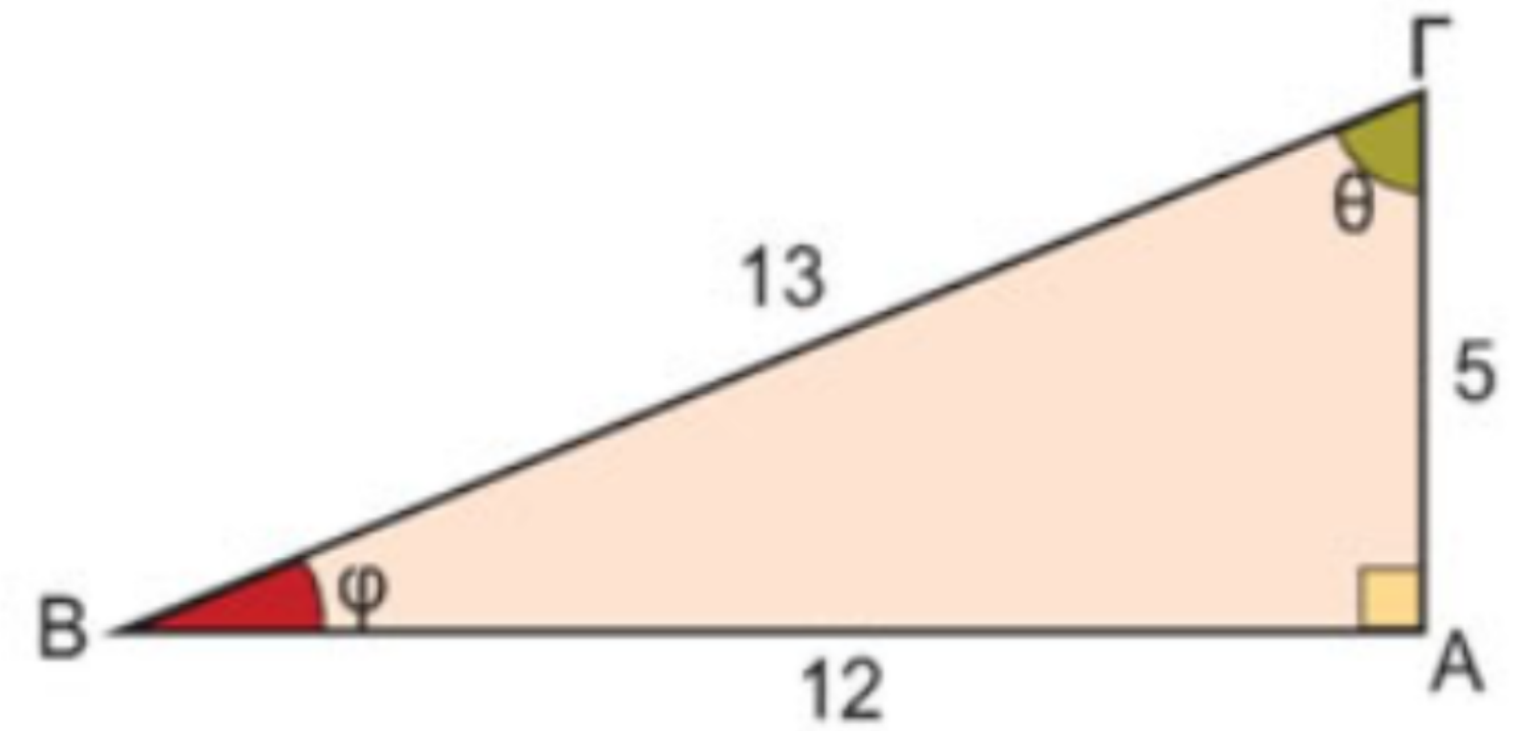
$$\cos 41^\circ = \frac{5}{\Gamma B}$$

$$0,75 = \frac{5}{\Gamma B}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma B \cdot 0,75 = 5 \\ \Gamma B = \frac{5}{0,75} \\ \Gamma B = 6,6 \end{array} \right.$$

1. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ είναι:

		A	B	Γ	Δ
α)	$\eta\mu\theta =$	$\frac{12}{5}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{13}$
β)	$\eta\mu\varphi =$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{12}{5}$
γ)	$\sigma\upsilon\nu\theta =$	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{5}{13}$
δ)	$\sigma\upsilon\nu\varphi =$	$\frac{5}{13}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{13}{12}$



$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{12}{5}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{5}{12}$$

1. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon\phi\theta = \dots\dots\dots$

A: $\frac{100}{75}$, B: $\frac{125}{75}$, Γ: $\frac{75}{100}$, Δ: $\frac{75}{125}$.

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση.

2. Στο διπλανό σχήμα είναι:

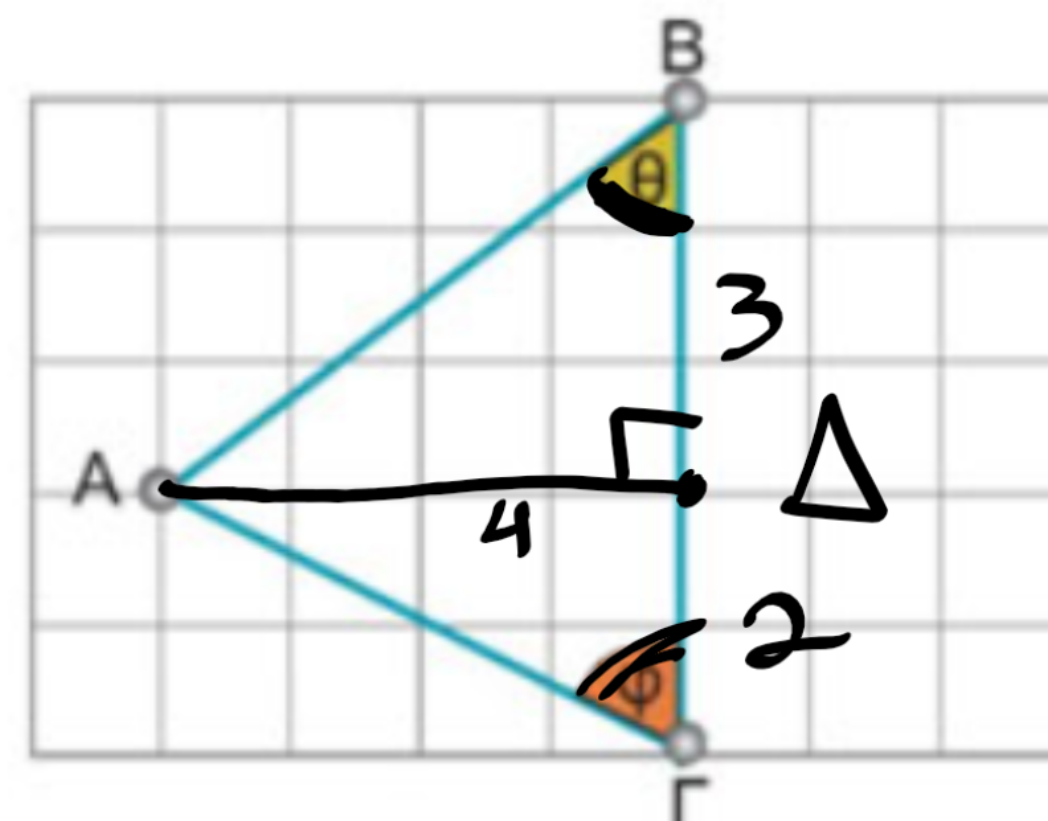
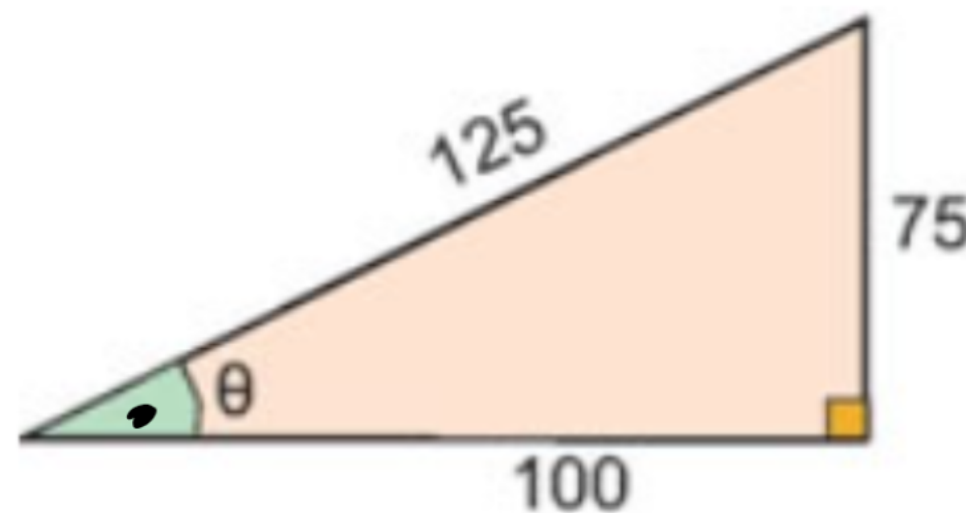
α) $\varepsilon\phi\theta = \dots\dots\dots$

A: $\frac{3}{4}$, B: $\frac{4}{3}$, Γ: $\frac{4}{5}$, Δ: $\frac{3}{5}$.

α) $\varepsilon\phi\phi = \dots\dots\dots$

A: $\frac{4}{3}$, B: $\frac{3}{4}$, Γ: $\frac{2}{4}$, Δ: 2.

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση.



$$\varepsilon\phi\theta = \frac{75}{100}$$

$$\psi\theta = \frac{75}{125}$$

$$\sigma\omega\theta = \frac{100}{125}$$

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{4}{3}$$

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{4}{2} = 2$$

Θέμα 2°

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχουμε $AB=6\text{cm}$ και $A\Gamma=8\text{cm}$.

A) Να υπολογίσετε το μήκος της υποτείνουσας

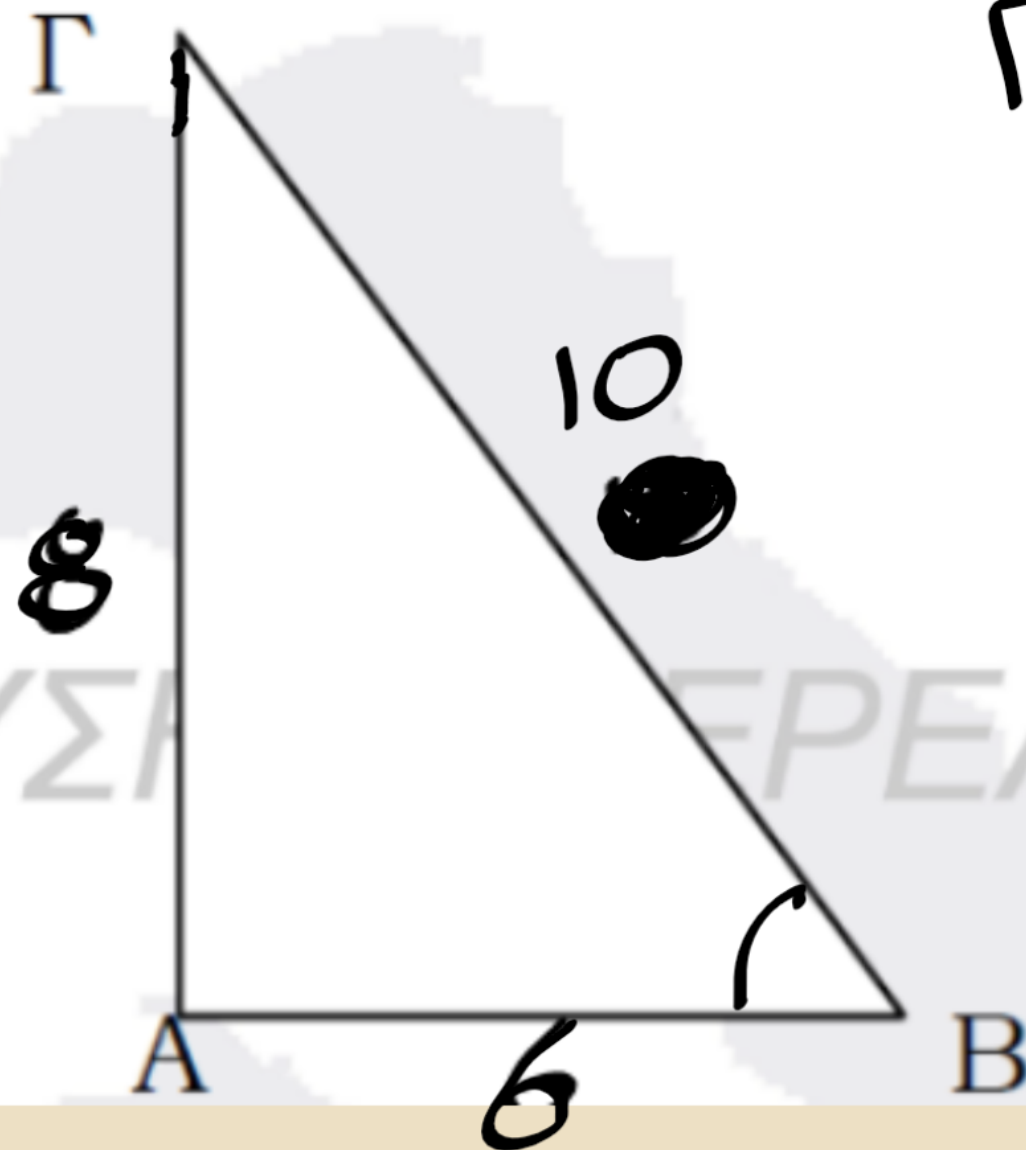
B) Να υπολογίσετε τα παρακάτω

1. $\eta\mu B = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{8}{10}$

2. $\sigma\upsilon\nu B = \frac{6}{10}$

3. $\epsilon\varphi\Gamma = \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{6}{8}$

4. $\epsilon\varphi B = \frac{A\Gamma}{AB} = \frac{8}{6}$



A) Ανω π . & $\epsilon\omega$

$\hat{A} B \Gamma$ έχω:

$$\Gamma B^2 = AB^2 + A\Gamma^2$$

$$\Gamma B^2 = 6^2 + 8^2$$

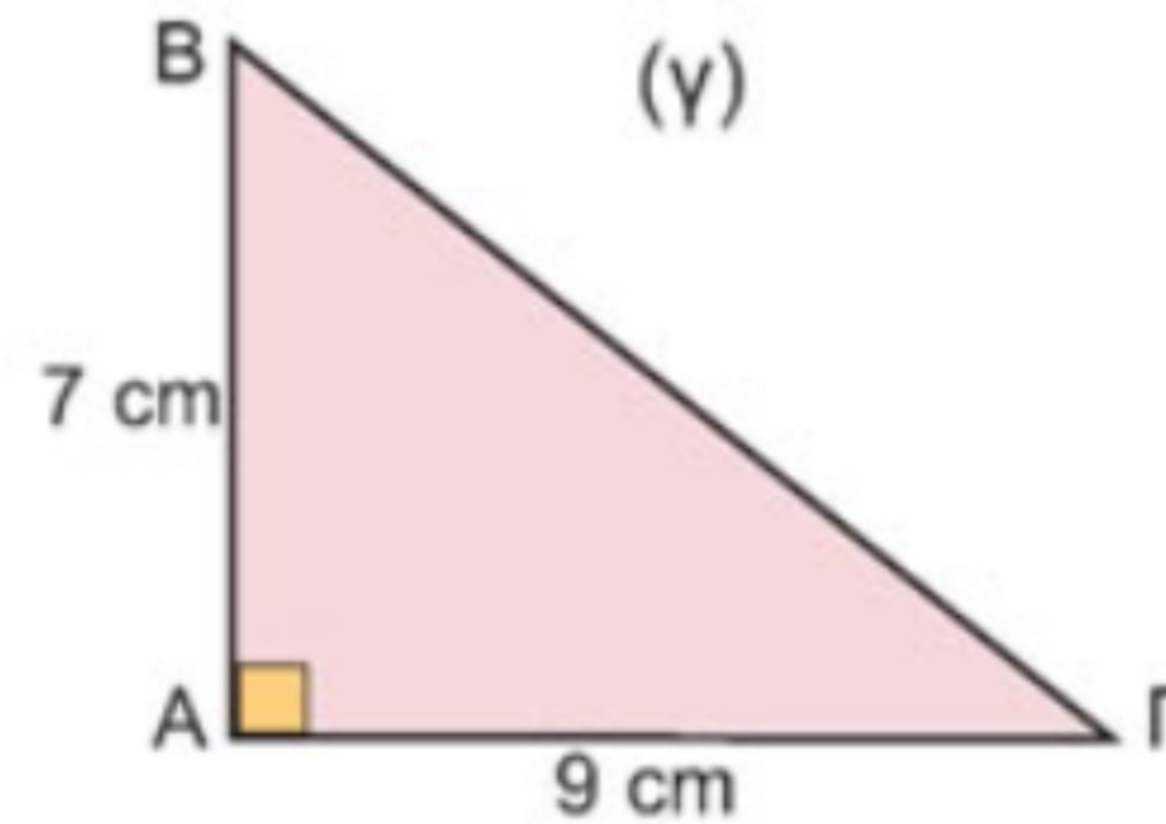
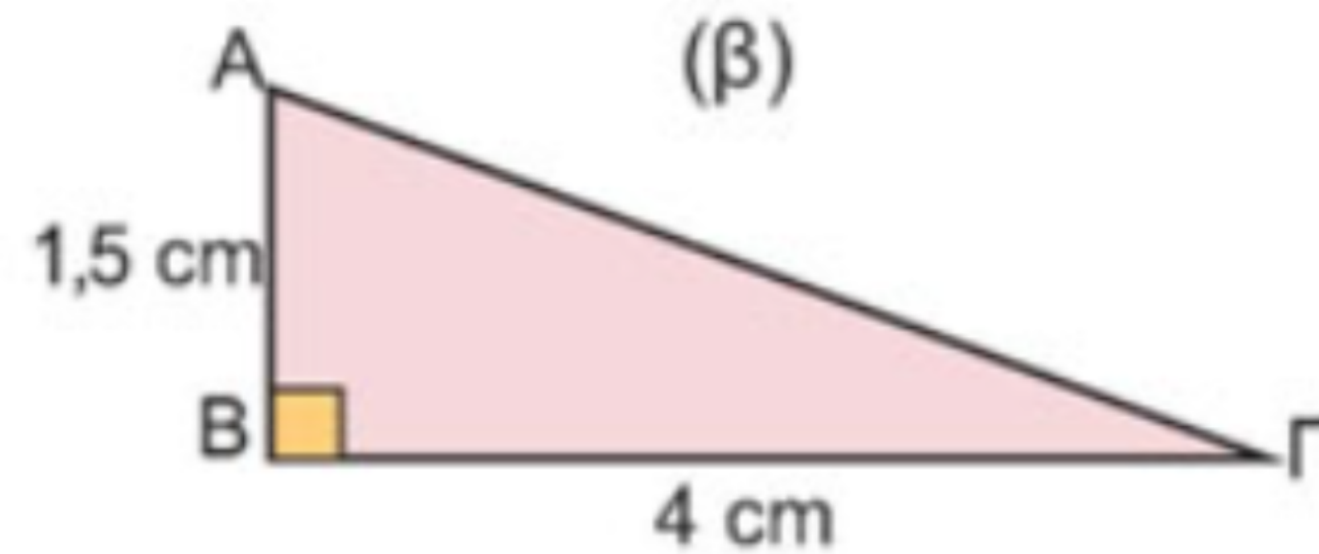
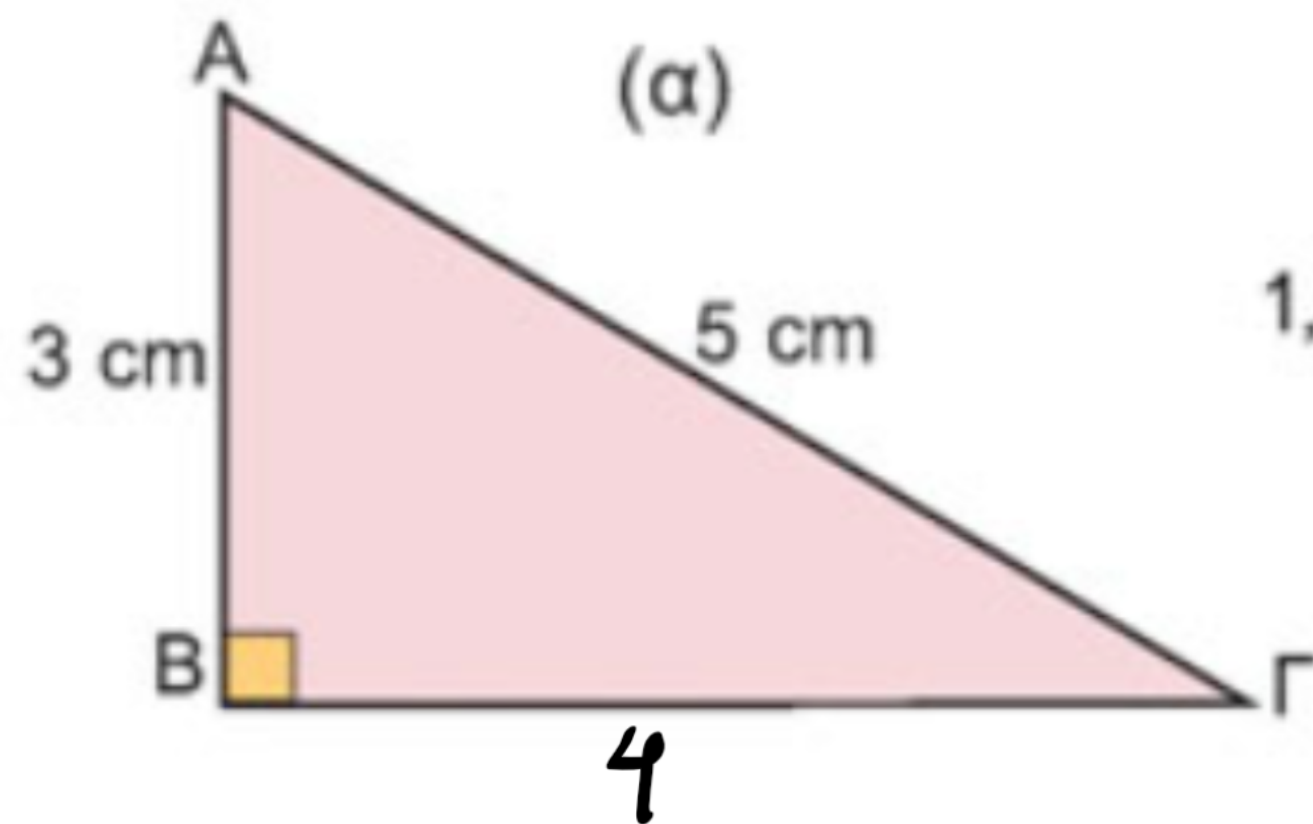
$$\Gamma B^2 = 36 + 64$$

$$\Gamma B^2 = 100$$

$$\Gamma B = \sqrt{100}$$

$$\Gamma B = 10$$

1. Να υπολογίσετε τα ημίτονα και τα συνημίτονα των οξείων γωνιών στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.



α) Αν $\pi, 9$ στο $\triangle AB\Gamma$ έχουμε

$$AG^2 = BG^2 + AB^2$$

$$5^2 = x^2 + 3^2$$

$$x^2 = 25 - 9$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = 4$$

$$\cos \hat{\Gamma} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \hat{\Gamma} = \frac{4}{5}$$

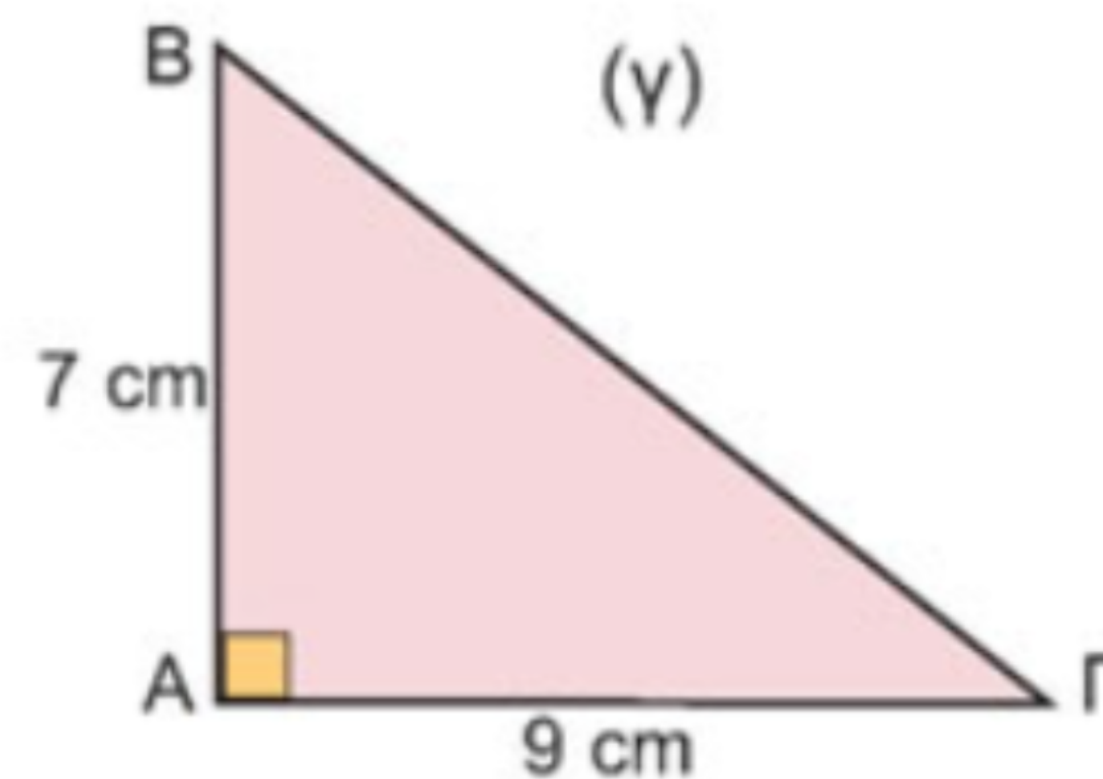
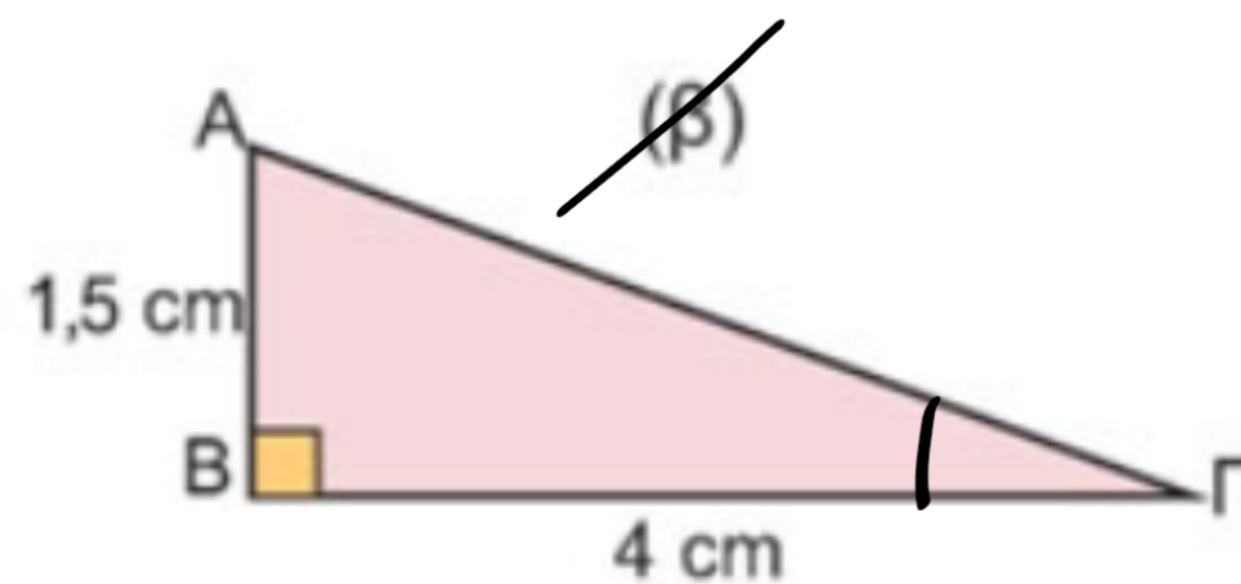
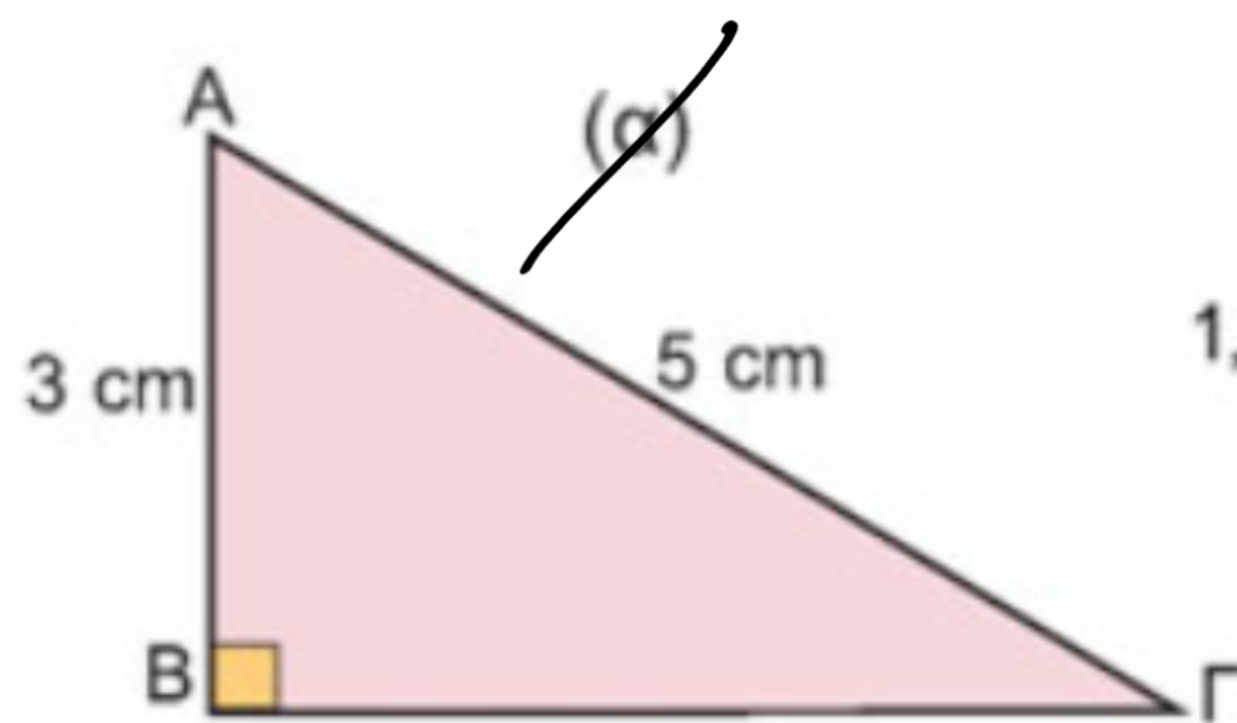
$$\tan \hat{\Gamma} = \frac{3}{4}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{4}{3}$$

1. Να υπολογίσετε τα ημίτονα και τα συνημίτονα των οξείων γωνιών στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.



$$\begin{array}{r} 1,5 \\ 1,5 \\ \hline 7,5 \\ + 1,5 \\ \hline 2,25 \end{array}$$

e) Αν ορθ. τ. με ΑΒΓ

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2$$

$$ΑΓ^2 = 2,25 + 16$$

$$ΑΓ^2 = 18,25$$

$$ΑΓ = \sqrt{18,25}$$

$$\psi \hat{A} = \frac{4}{\sqrt{18,25}}$$

$$\sigma \hat{A} = \frac{1,5}{\sqrt{18,25}}$$

$$\varepsilon \hat{A} = \frac{4}{1,5}$$

$$\psi \hat{\Gamma} = \frac{1,5}{\sqrt{18,25}}$$

$$\sigma \hat{\Gamma} = \frac{4}{\sqrt{18,25}}$$

$$\varepsilon \hat{\Gamma} = \frac{1,5}{4}$$

2. Να σχεδιάσετε μια γωνία ω με $\varepsilon\varphi\omega = 0,7$.

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{7}{10}$$



• Παρατηρήσεις

1) Έστω $\hat{A}$ μια οξεία γωνία ορθογώνιου τριγώνου

$$\psi \hat{A} = \frac{\text{ανέναντι υποτείνουσα}}{\text{υποτείνουσα}} < 1 \quad \text{αρα} \quad \psi \hat{A} < 1$$

$$\phi \hat{A} = \frac{\text{πρόσκειμεν υποτείνουσα}}{\text{υποτείνουσα}} < 1 \quad \text{αρα} \quad \phi \hat{A} < 1$$

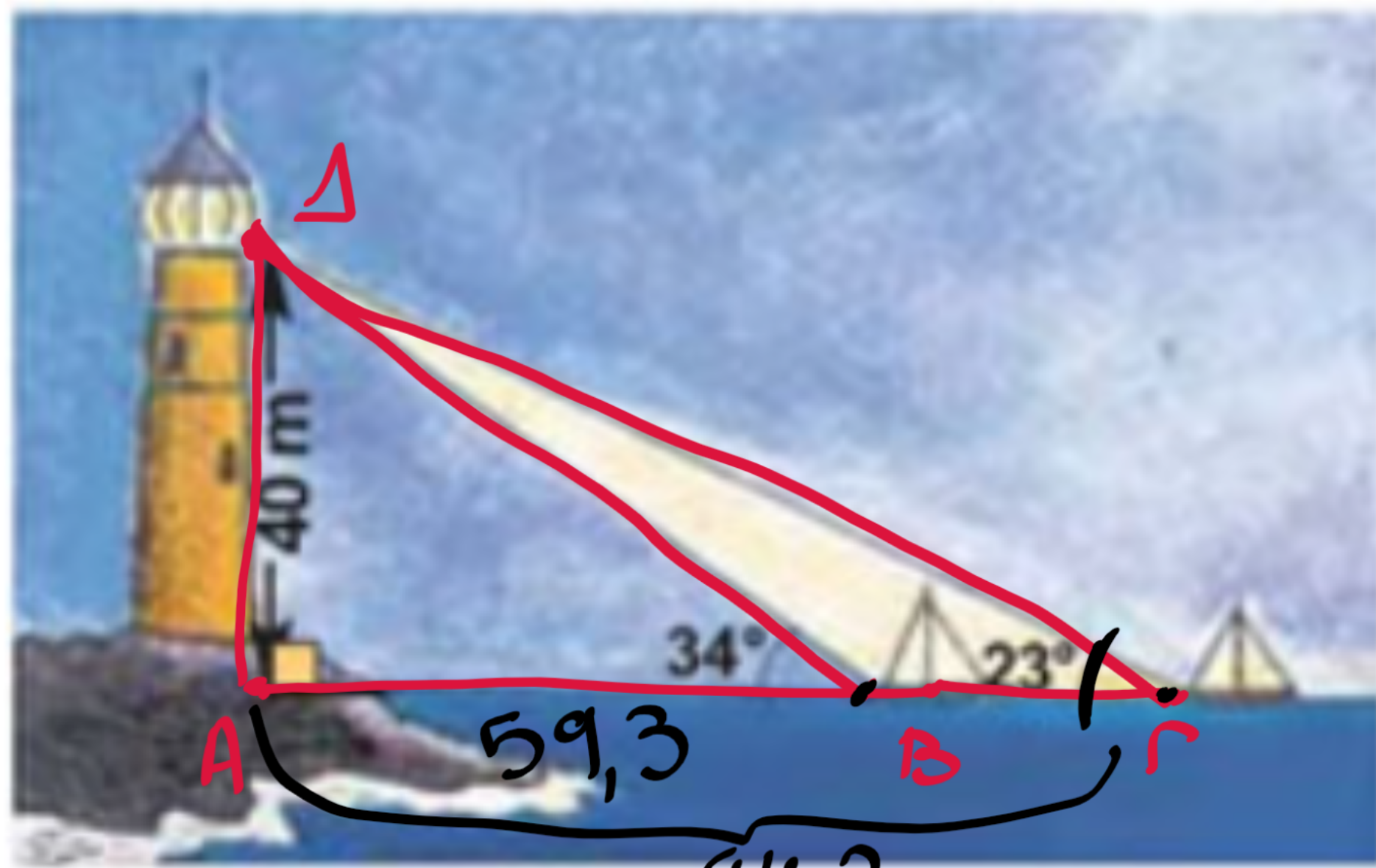
$$2) \quad \epsilon \phi \hat{A} = \frac{\text{ανέναντι υποτείνουσα}}{\text{πρόσκειμεν υποτείνουσα}} \quad / \quad \frac{\psi \hat{A}}{\phi \hat{A}} = \frac{\left(\frac{\text{ανέναντι υποτείνουσα}}{\text{υποτείνουσα}} \right)}{\left(\frac{\text{πρόσκειμεν υποτείνουσα}}{\text{υποτείνουσα}} \right)} =$$

αρα

$$\boxed{\epsilon \phi \hat{A} = \frac{\psi \hat{A}}{\phi \hat{A}}} \quad \blacktriangledown$$

$$= \frac{(\text{ανέναντι υποτείνουσα}) \cdot \cancel{\text{υποτείνουσα}}}{\cancel{\text{υποτείνουσα}} \cdot (\text{πρόσκειμεν υποτείνουσα}} = \frac{\text{ανέν. υαθ.}}{\text{πρόσκει. υαθ.}}$$

4. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε την απόσταση των δύο πλοίων.



$$\begin{aligned} \text{Σω } \hat{A\Delta\Gamma} \text{ εκω} \\ \epsilon\varphi \hat{\Gamma}: \frac{A\Delta}{A\Gamma} \\ \epsilon\varphi 23^\circ = \frac{40}{A\Gamma} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,42 &= \frac{40}{A\Gamma} \\ A\Gamma &= \frac{40}{0,42} \\ A\Gamma &= 94,2 \end{aligned}$$

$$B\Gamma = ;$$

Ευρεία τα AB

Σω $\hat{A\Delta\Gamma}$ εκω

$$\epsilon\varphi \hat{B} = \frac{A\Delta}{AB}$$

$$\epsilon\varphi 34^\circ = \frac{40}{AB}$$

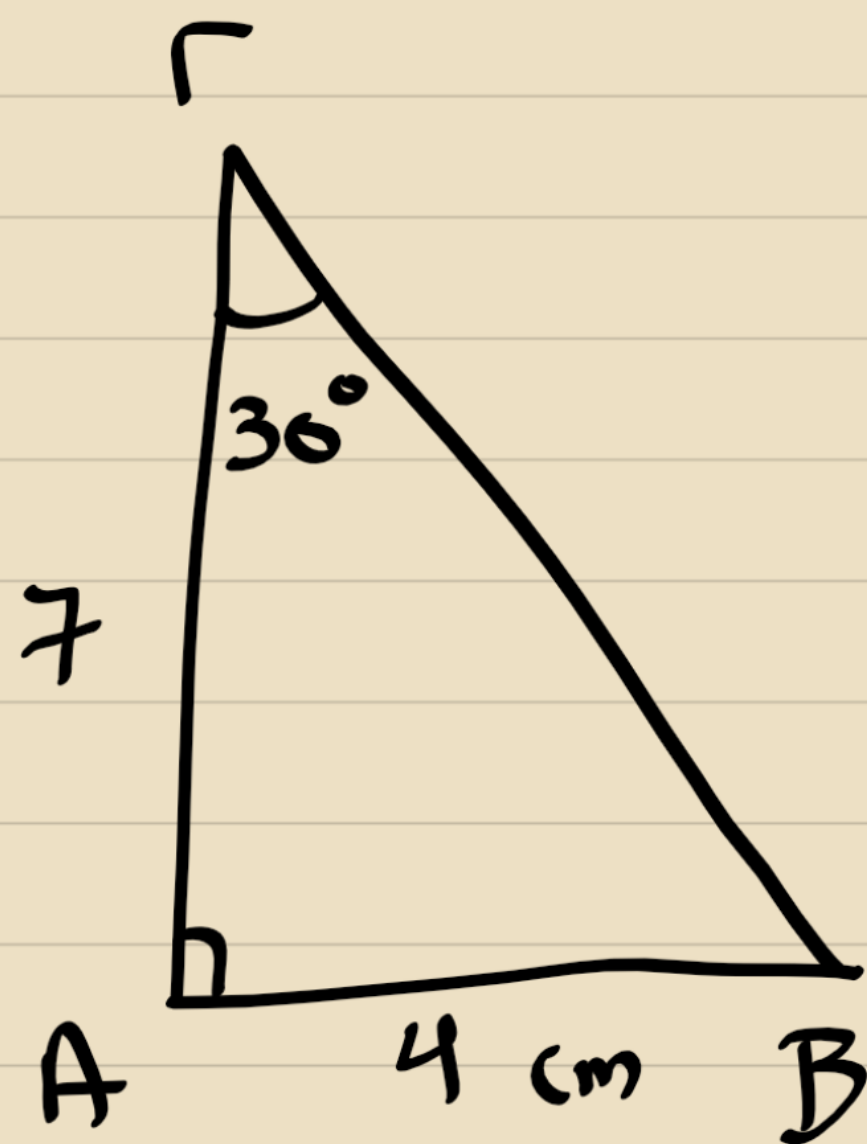
$$0,67 = \frac{40}{AB}$$

$$AB = \frac{40}{0,67}$$

$$AB = 59,3$$

$$\begin{aligned} \text{με} \\ B\Gamma &= 94,2 - 59,3 = \\ &= 34,9 \end{aligned}$$

3. Ποια στοιχεία μπορείτε να υπολογίσετε σε ορθογώνιο τρίγωνο με μια οξεία γωνία 30° , αν η απέναντι κάθετη πλευρά έχει μήκος 4 cm;



$$\begin{aligned} \text{ΑΓ} \cdot 0,57 &= 4 \\ \text{ΑΓ} &= \frac{4}{0,57} \end{aligned}$$

Βρες $\hat{B}$, ΑΓ, ΒΓ

Ισχύει οι $\hat{B} = 60^\circ$ ως συμπληρωματική της $\hat{C}$

Επίσης $\text{Εφ } \hat{C} = \frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$

$$\text{Εφ } 30^\circ = \frac{4}{\text{ΑΓ}}$$

$$0,57 = \frac{4}{\text{ΑΓ}}$$

$$\text{ΑΓ} = \frac{4}{0,57} \approx 7$$

Από Π.Θ στο $\triangle \text{ΑΒΓ}$

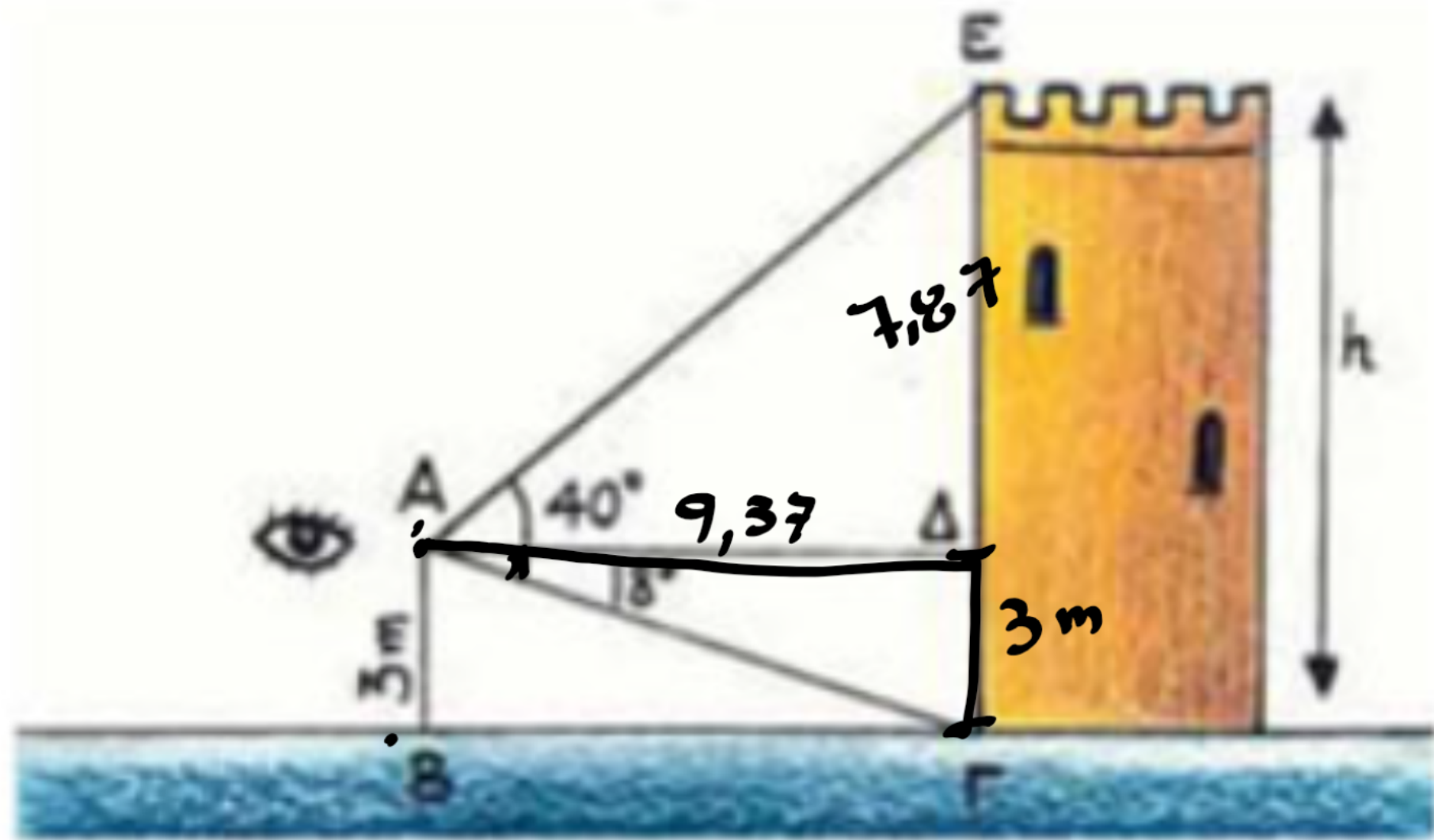
$$\Gamma \text{Β}^2 = \text{ΑΒ}^2 + \text{ΑΓ}^2$$

$$\Gamma \text{Β}^2 = 16 + 49$$

$$\Gamma \text{Β}^2 = 65$$

$$\Gamma \text{Β} = \sqrt{65}$$

5. Ένας τουρίστας βλέπει την κορυφή ενός πύργου από σημείο A με γωνία 40° και τη βάση του πύργου με γωνία 18° . Αν γνωρίζετε ότι $AB = 3 \text{ m}$, να υπολογίσετε το ύψος h του πύργου.



ωρ $h = 7,87 + 3 = 10,87 \text{ m}$

Ας ω $AB = 3 \text{ m}$, τότε να $ΔΓ = 3 \text{ m}$

Επίπν, $ω$ $\hat{A}ΔΓ$

$$\epsilon\phi 18^\circ = \frac{ΔΓ}{ΑΔ}$$

$$0,32 = \frac{3}{ΑΔ}$$

$$ΑΔ = \frac{3}{0,32} = 9,37$$

Επίπν, $ω$ $\hat{A}ΔΕ$

$$\epsilon\phi 40^\circ = \frac{ΕΔ}{ΑΔ}$$

$$0,84 = \frac{ΕΔ}{9,37}$$

$$ΕΔ = 0,84 \cdot 9,37 = 7,87$$

ΘΕΜΑ 2^ο

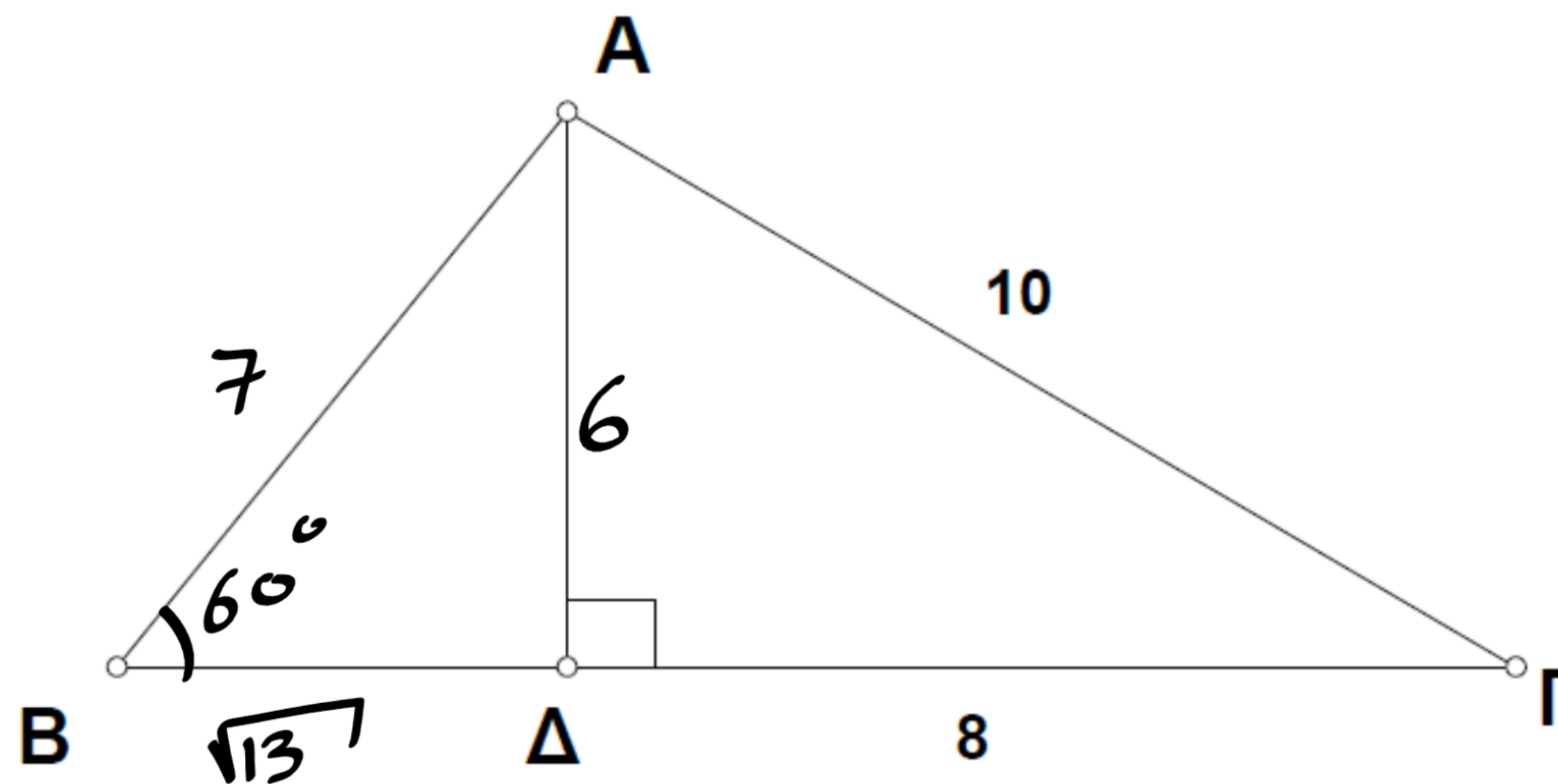
Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν τα AD , AB και BD . Δίνεται ότι γωνία $B=60^\circ$

Δίνεται ότι

$$\cos 60^\circ = 0,86$$

$$\sin 60^\circ = 0,5$$

$$\tan 60^\circ = 1,73$$



Σω $\triangle ADG$ από Π.Θ. έχουμε

$$AG^2 = GD^2 + AD^2$$

$$100 = 64 + AD^2$$

$$AD^2 = 100 - 64$$

$$AD^2 = 36$$

$$AD = 6$$

Σω $\triangle ABD$
 $\cos \hat{B} = \frac{AD}{AB}$

$$\cos 60^\circ = \frac{6}{AB}$$

$$0,86 = \frac{6}{AB}$$

$$AB = \frac{6}{0,86} \approx 7$$

Σω $\triangle ABD$ από Π.Θ. έχουμε

$$BA^2 = BD^2 + AD^2$$

$$49 = BD^2 + 36$$

$$BD^2 = 49 - 36$$

$$BD^2 = 13$$

$$BD = \sqrt{13}$$

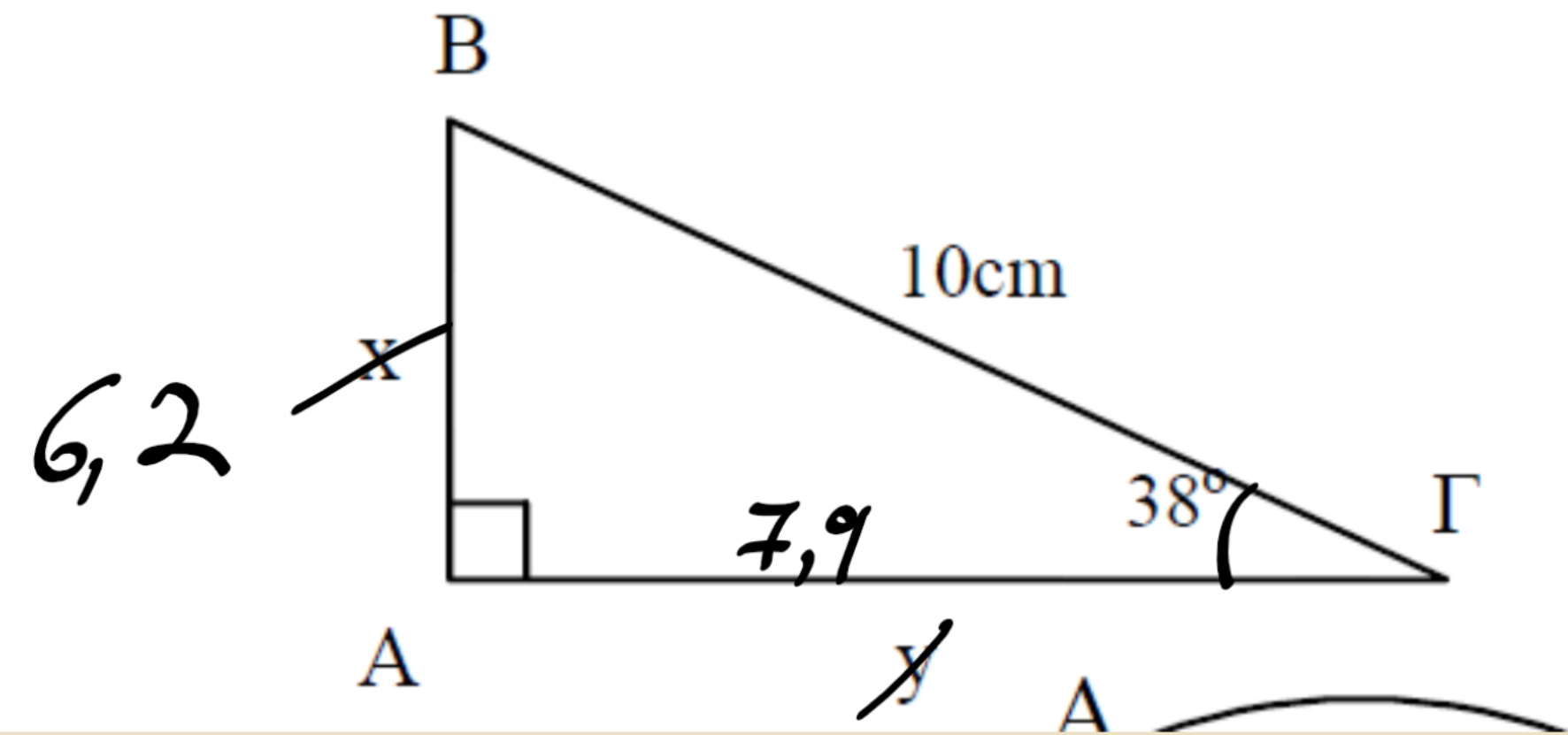
ΘΕΜΑ 4^ο

Στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος $B\Gamma=10\text{cm}$ $\hat{\Gamma}=38^\circ$

Να υπολογίσετε τις άγνωστες πλευρές x, y

Δίνονται $\eta\mu 38^\circ \approx 0,62$ $\eta\mu 52^\circ \approx 0,79$

$\sigma\upsilon\nu 38^\circ \approx 0,79$ $\sigma\upsilon\nu 52^\circ \approx 0,62$



$$\eta\mu \hat{\Gamma} = \frac{AB}{B\Gamma}$$

$$\eta\mu 38^\circ = \frac{x}{10}$$

$$0,62 = \frac{x}{10}$$

$$x = 0,62 \cdot 10$$

$$x = 6,2$$

$$\sigma\upsilon\nu \hat{\Gamma} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

$$\sigma\upsilon\nu 38^\circ = \frac{y}{10}$$

$$0,79 = \frac{y}{10}$$

$$y = 0,79 \cdot 10$$

$$y = 7,9$$

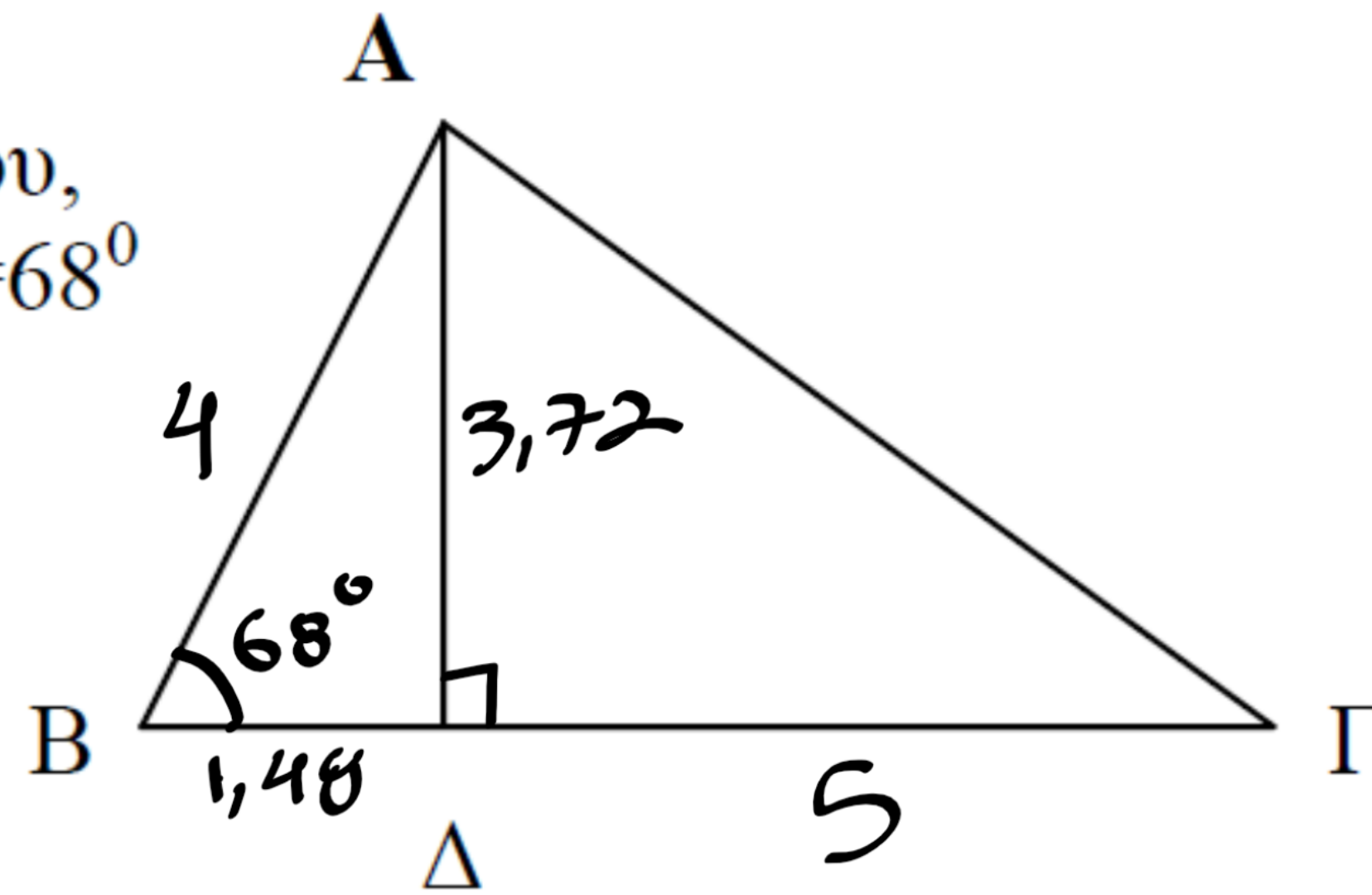
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ όπου ΑΔ ύψος του,
δίνονται $AB=4\text{ cm}$, $\Delta\Gamma=5\text{ cm}$ και γωνία $B=68^\circ$
να υπολογίσετε:

1) Τα μήκη ΒΔ και ΑΔ

2) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

Δίνεται $\eta\mu 68^\circ = 0,93$ και $\sigma\upsilon\nu 68^\circ = 0,37$



$$1) \quad \sin B = \frac{BD}{AB}$$

$$0,37 = \frac{BD}{4}$$

$$BD = 1,48$$

$$\cos B = \frac{AD}{AB}$$

$$0,93 = \frac{AD}{4}$$

$$AD = 3,72$$

$$2) \quad BC = BD + DC = 1,48 + 5 = 6,48$$

$$AD = 3,72$$

$$E = \frac{6,48 \cdot 3,72}{2} =$$