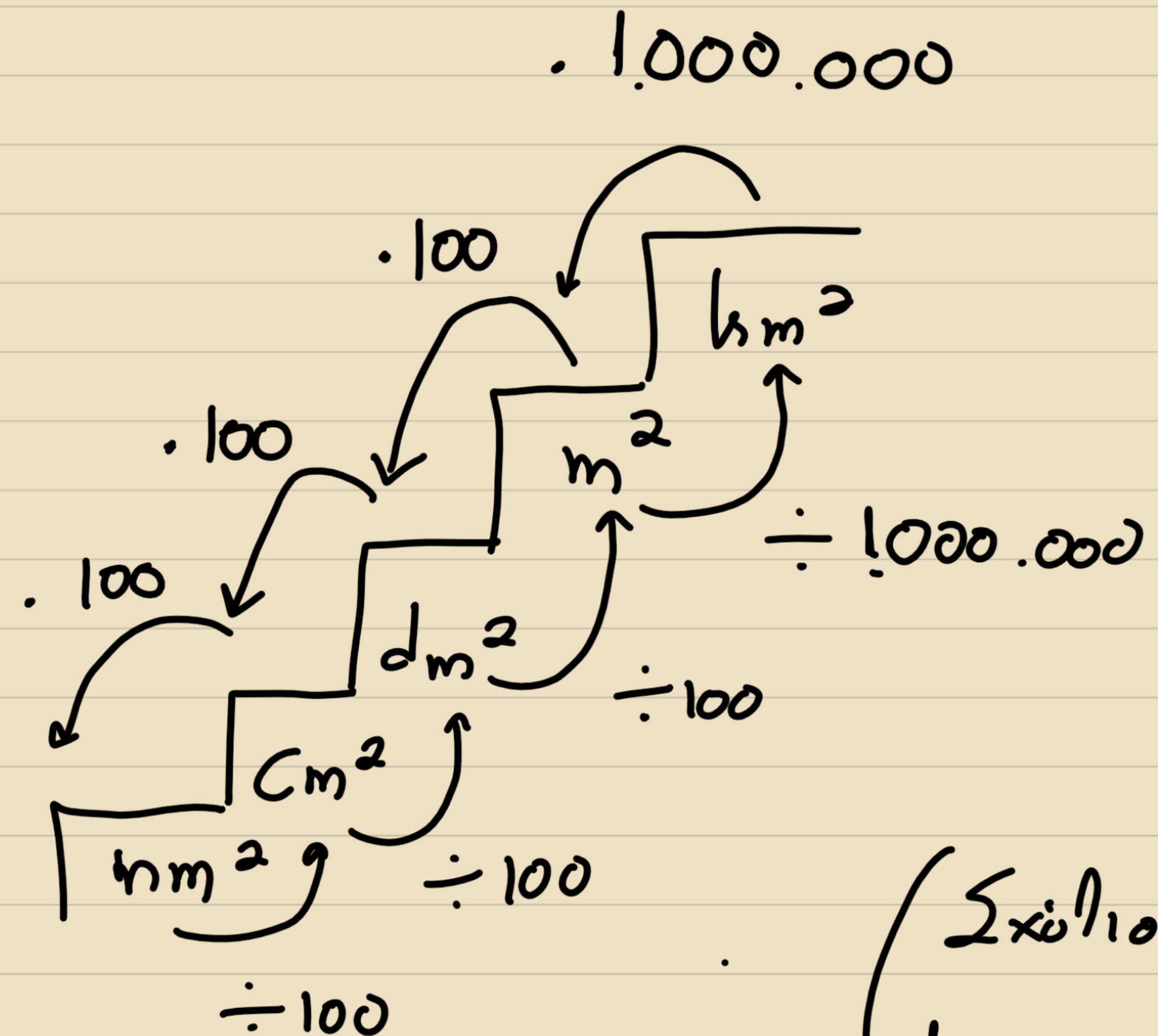


Μορφές μέτρησης

1) Μήκος (m)

2) Επιφάνεια / Εμβαδόν (m^2)

3) Χώρο / Όγκο (m^3)



π.χ

$$4 \text{ m}^2 = 400 \text{ dm}^2$$

$$0,75 \text{ dm}^2 = 0,75 \cdot 10.000$$

$$mm^2 = 7500 \text{ mm}^2$$

Σημείωση:

$$1 \text{ στρέμμα} = 1000 \text{ m}^2$$

Σ. Β σελ. 18

1. Να μετατρέψετε σε m^2 τα παρακάτω μεγέθη:

~~32~~ cm^2 , ~~312~~ cm^2 , ~~127~~ km^2 , 710 dm^2 ,

12720 mm^2 , 212 dm^2 , 1280 mm^2 ,

79 km^2 .

2. Να μετατρέψετε σε cm^2 τα παρακάτω μεγέθη:

~~12~~ m^2 , ~~175~~ dm^2 , 456 m^2 , 136 m^2 ,

3 km^2 , 1750 mm^2 , 256 km^2 .

3. Να μετατρέψετε σε mm^2 τα παρακάτω μεγέθη:

12 km^2 , 431 m^2 , 17 dm^2 , 236 cm^2 .

4. Να μετατρέψετε σε km^2 τα παρακάτω μεγέθη:

7233 mm^2 , 4321 cm^2 , 6322 dm^2 ,

14632 mm^2 , 560 m^2 .

$$1) \quad 32 \text{ cm}^2 = 32 \div 10.000 = 0,0032 \text{ m}^2$$

$$312 \text{ cm}^2 = 312 \div 10.000 = 0,0312 \text{ m}^2$$

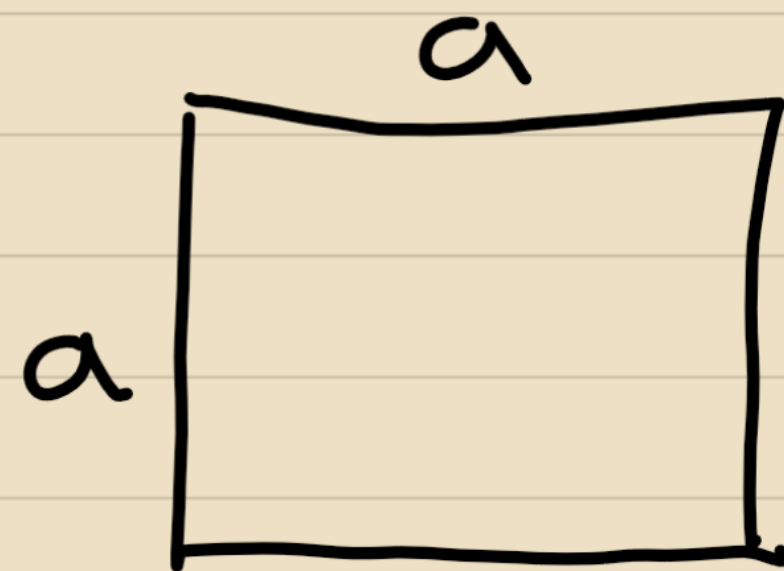
$$127 \text{ km}^2 = 127 \cdot 1.000.000 = 127.000.000 \text{ m}^2$$

$$2) \quad 12 \text{ m}^2 = 12 \cdot 10.000 = 120.000 \text{ cm}^2$$

$$175 \text{ dm}^2 = 175 \cdot 100 = 17.500 \text{ cm}^2$$

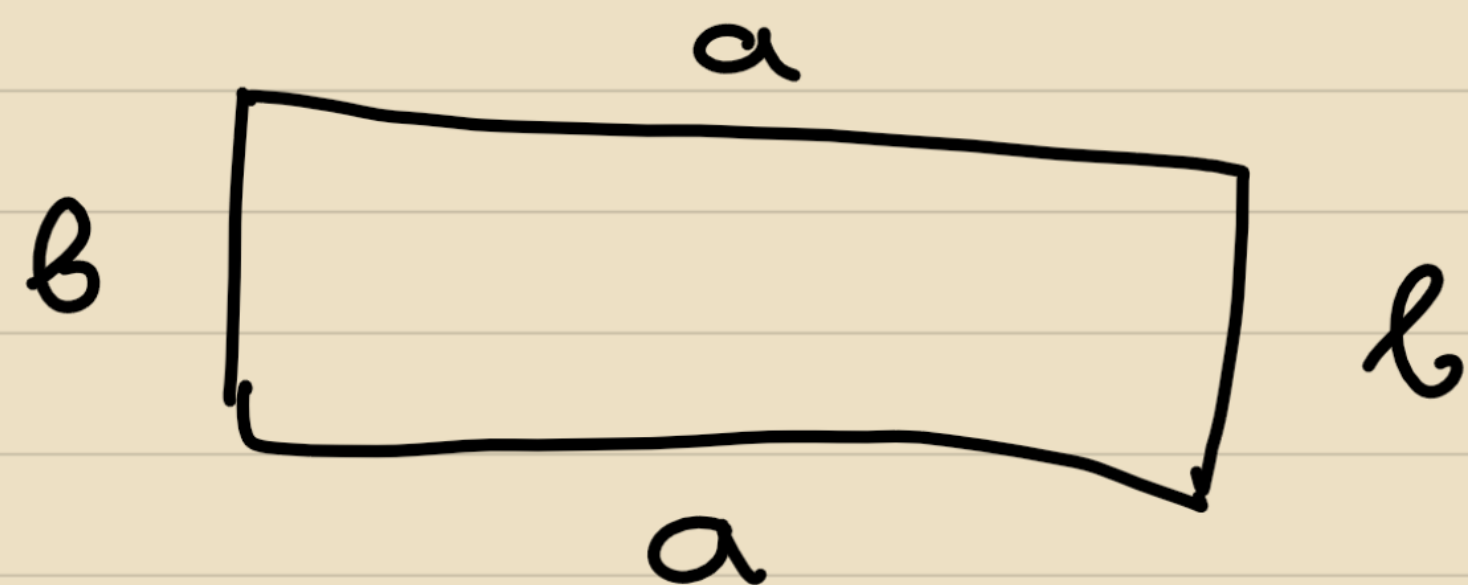
$$3) \quad 12 \text{ km}^2 = 12 \cdot 1.000.000 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 = \\ = 12 \cdot 1000000000000 = 12 \cdot 10^{12} \text{ mm}^2$$

➤ $\epsilon_{\text{πλαστικόν τετραγώνου}}$



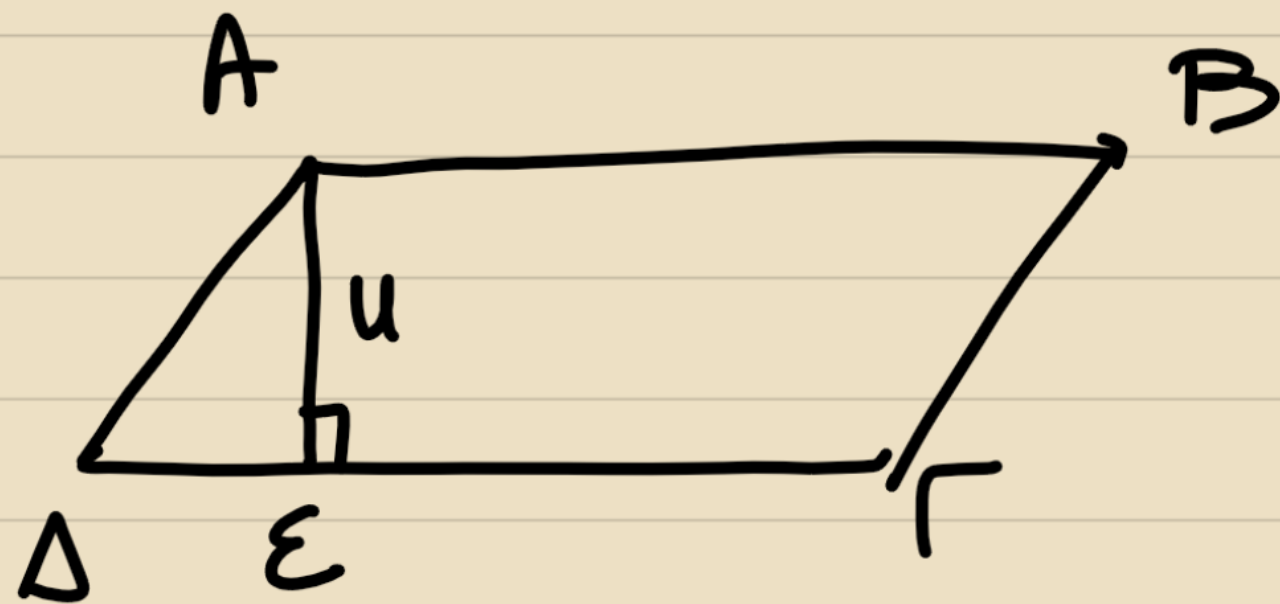
$$\epsilon = a^2$$

➤ $\epsilon_{\text{πλαστικόν ορθογώνιον παραλληλόν}}$



$$\epsilon = a.b$$

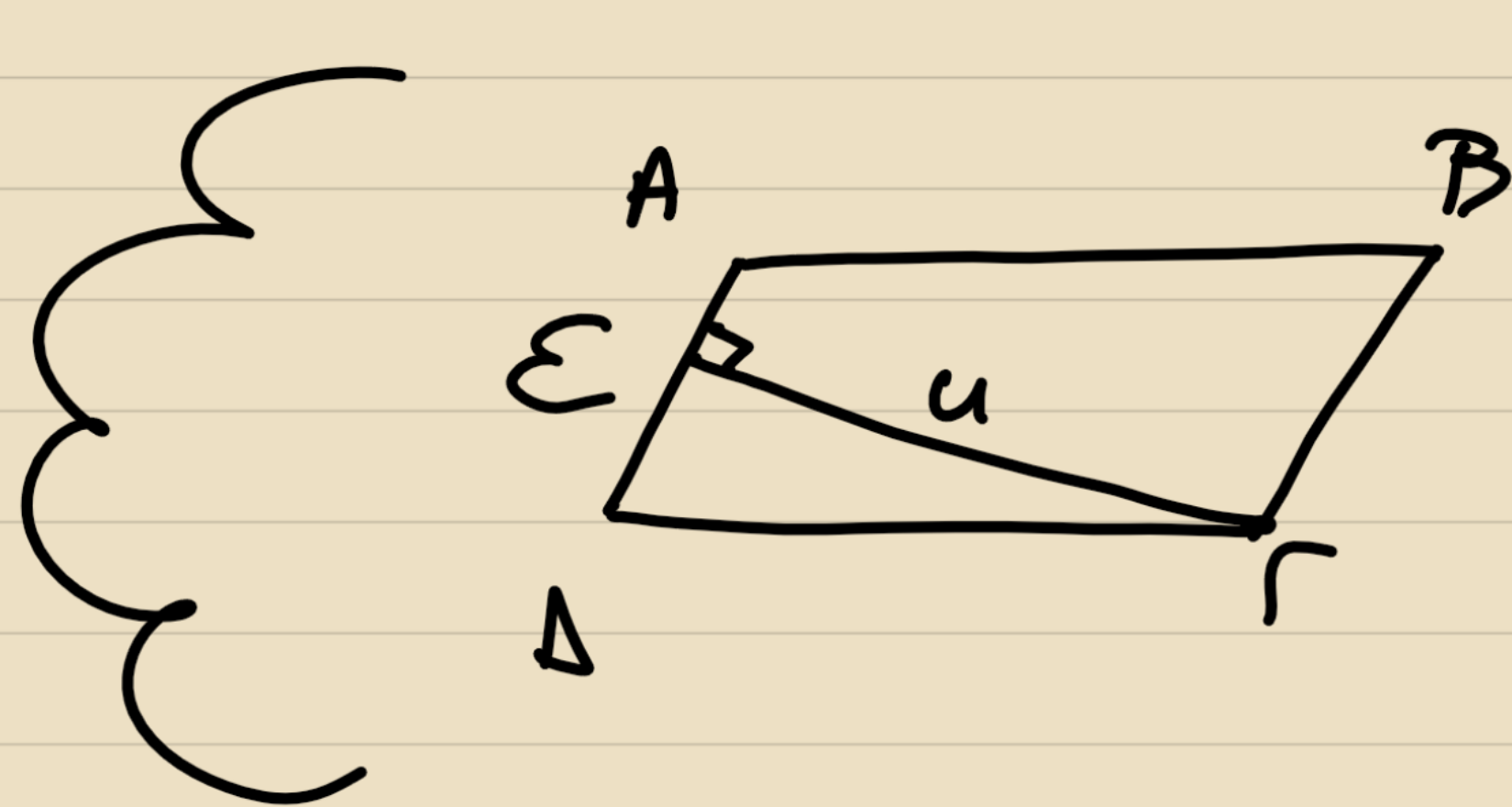
► Εμβαδόν Παράλληλογράμμου



$$Ε = β.υ$$

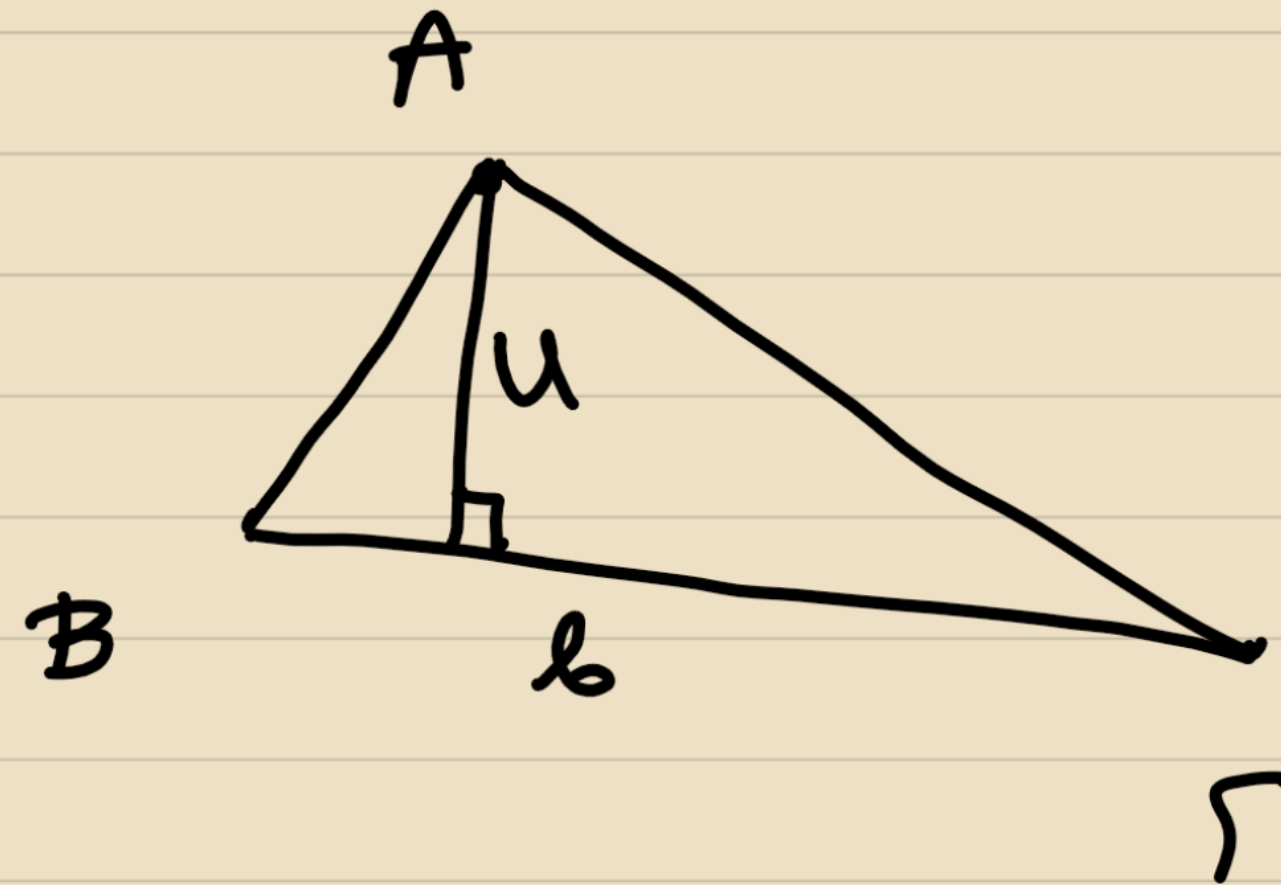
$$Ε = ΔΓ.ΑΕ$$

Το εμβαδόν παραλλ/του είναι ίσο με το διπλάσιο της λατιν, επί το ύψος της.

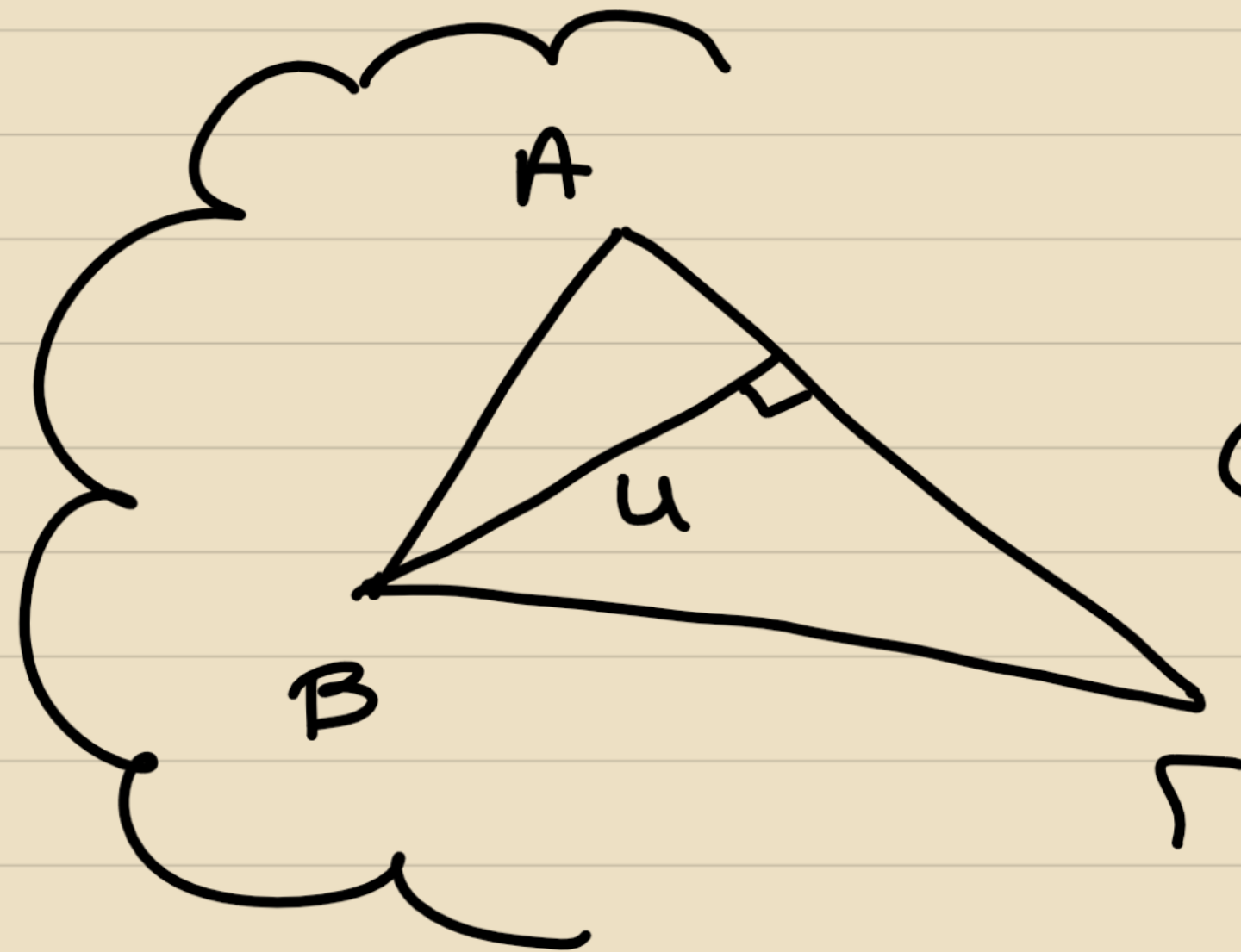


$$Ε = ΑΔ.ΓΕ$$

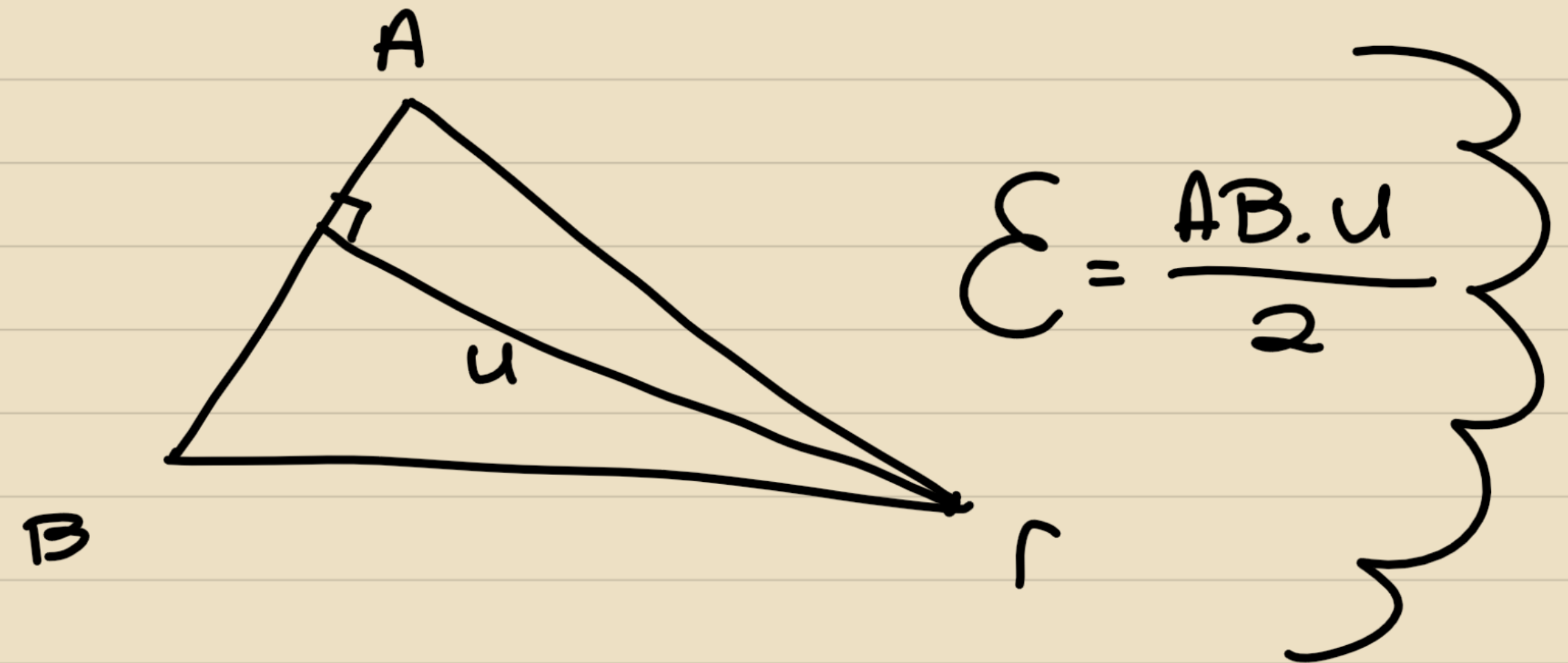
Εμβαδόν τριγώνου



$$E = \frac{b \cdot u}{2} = \frac{B\Gamma \cdot u}{2}$$

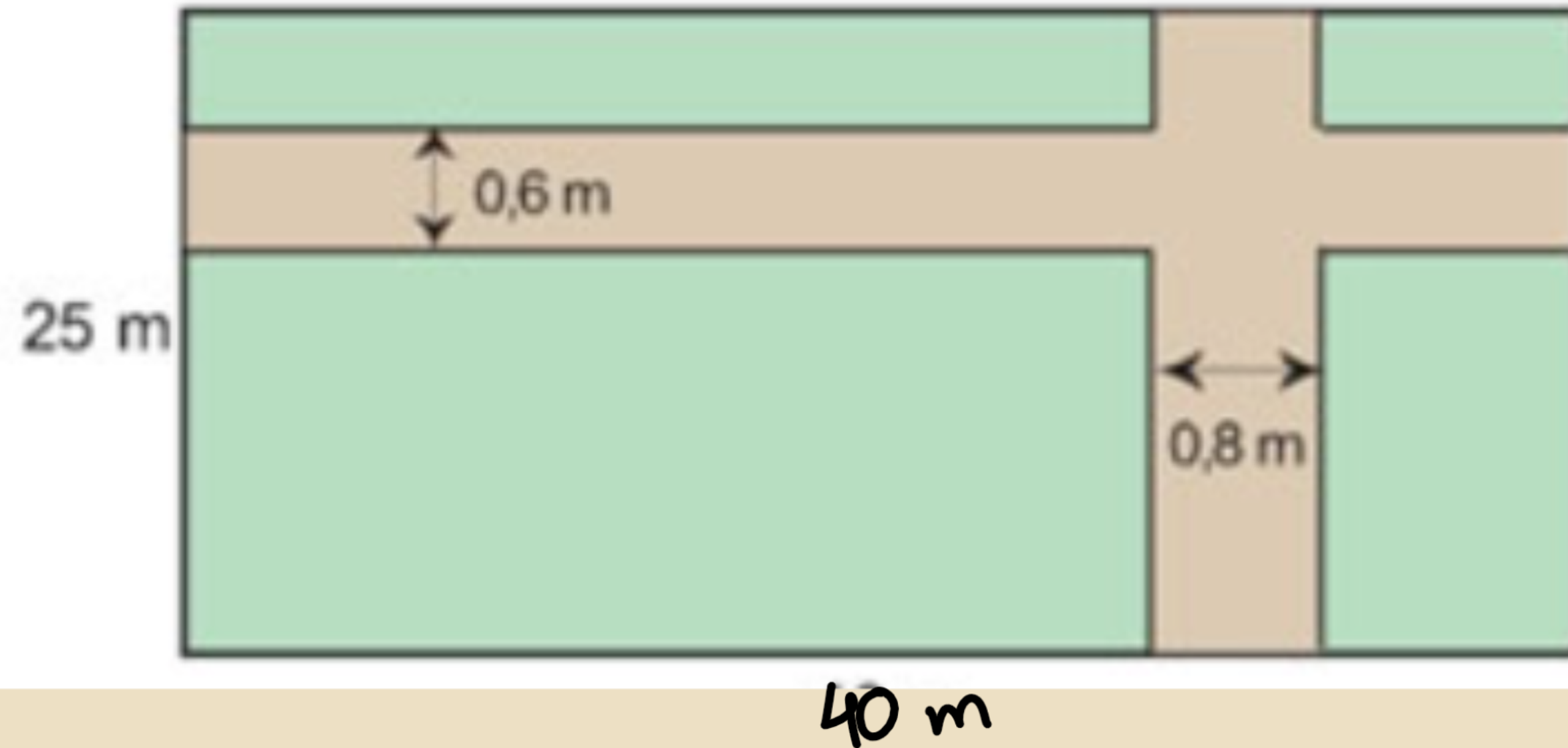


$$E = \frac{A\Gamma \cdot u}{2}$$



$$E = \frac{AB \cdot u}{2}$$

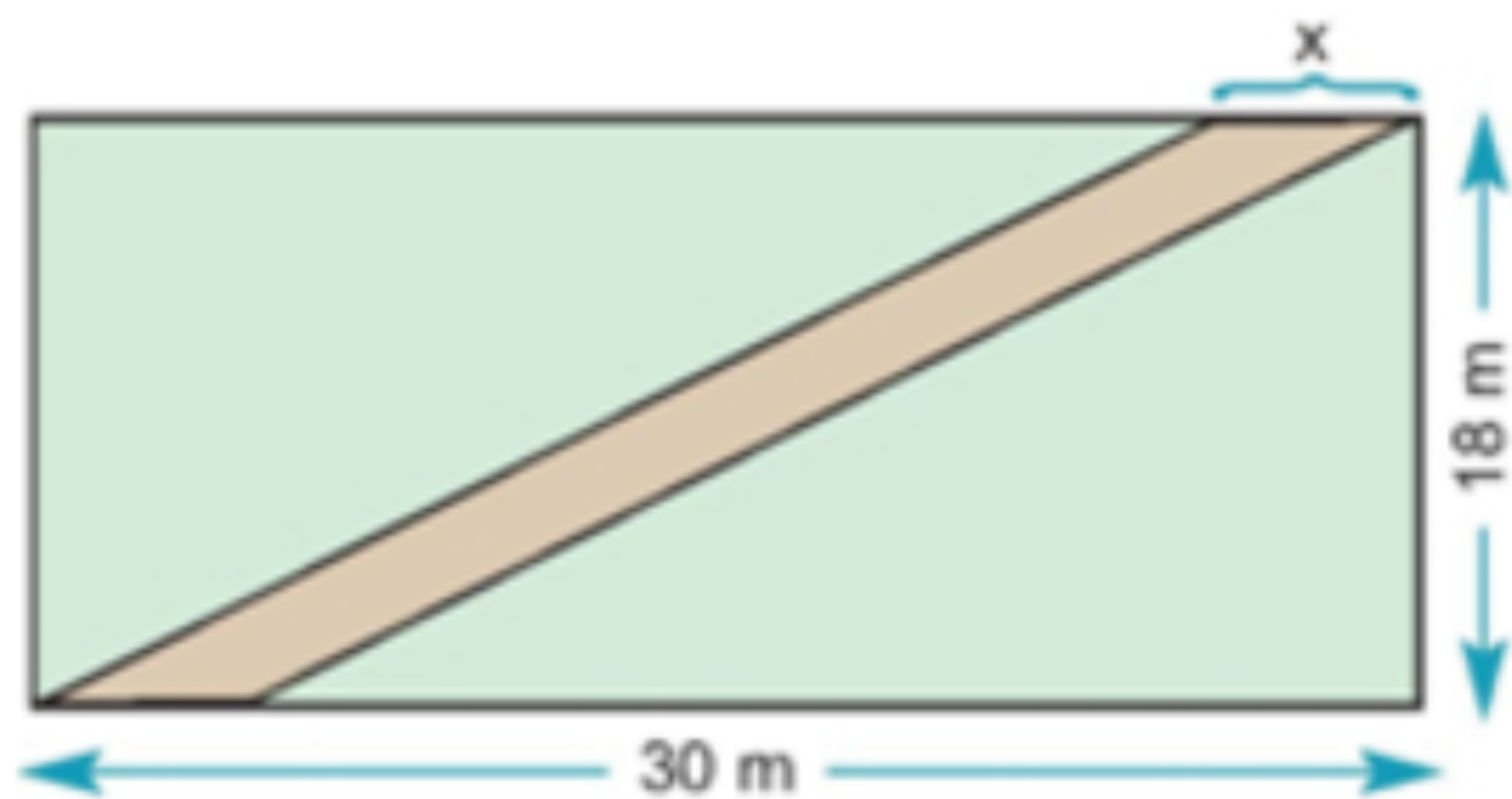
7. Ένας ορθογώνιος κήπος έχει διαστάσεις 40 m και 25 m. Τον κήπο διασχίζουν δύο κάθετα μεταξύ τους δρομάκια. Το ένα παράλληλο προς τη μεγάλη πλευρά του κήπου με πλάτος 0,6 m και το άλλο με πλάτος 0,8 m. Το υπόλοιπο τμήμα θα φυτευτεί με γκαζόν. Να υπολογίσετε το κόστος της κατασκευής του γκαζόν, αν ο γεωπόνος χρεώνει 12 € κάθε m^2 γκαζόν.



9. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου, το οποίο διασχίζει διαγώνια ένας δρόμος σταθερού πλάτους.

α) Να αποδείξετε ότι τα τριγωνικά οικόπεδα που απομένουν έχουν ίσα εμβαδά.

β) Να υπολογίσετε το x , ώστε ο δρόμος να «αποκόπτει» από το οικόπεδο τμήμα του οποίου το εμβαδόν να είναι ίσο με $\frac{1}{4}$ του εμβαδού που απομένει στο οικόπεδο.



$$30 \cdot 18 = \Sigma \epsilon_{\text{αφ}}$$

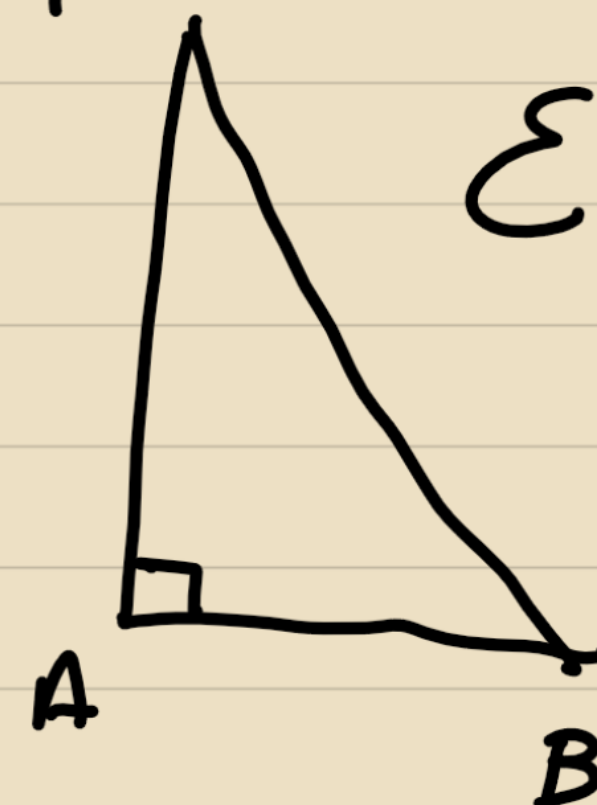
$$x \cdot 18 = \Sigma \epsilon_{\text{πφ}}$$

$$\frac{(30-x) \cdot 18}{2} = \Sigma \epsilon_{\text{πφ}}$$

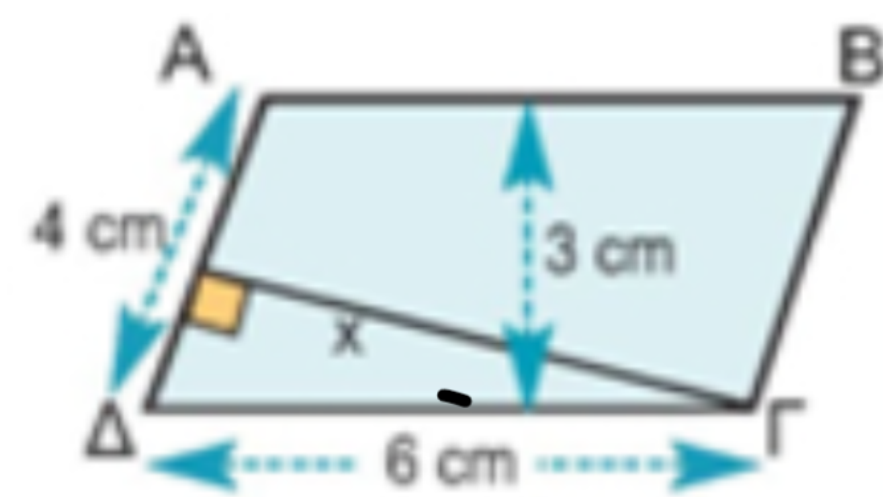
Εμβαδόν
ορθογωνίου

φίχτινα

$$\epsilon = \frac{A \cdot B \cdot \Gamma A}{2}$$

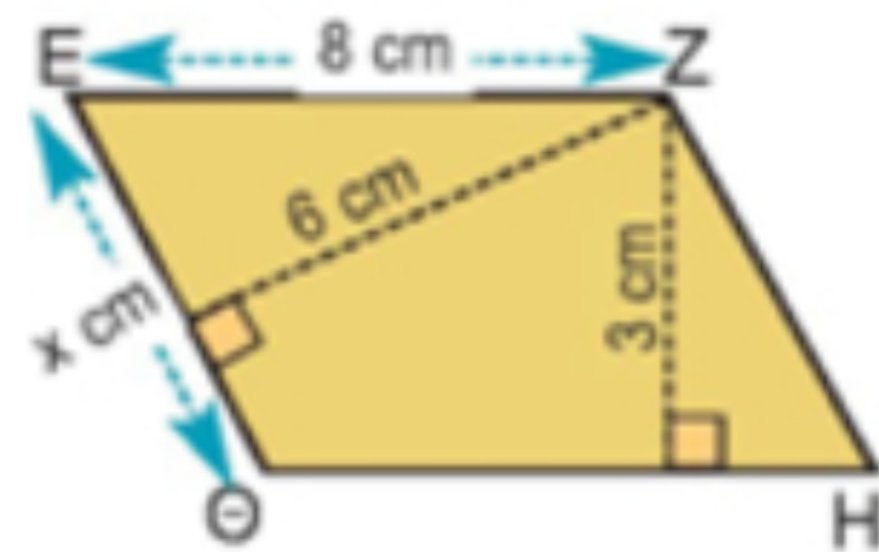


		A	B	Γ
1	Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι:	24	9	18
2	Το ύψος x που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΔ είναι:	5,5	9	4,5
3	Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΕΖΗΘ είναι:	24	12	32
4	Η πλευρά x = ΕΘ είναι:	4	6	5

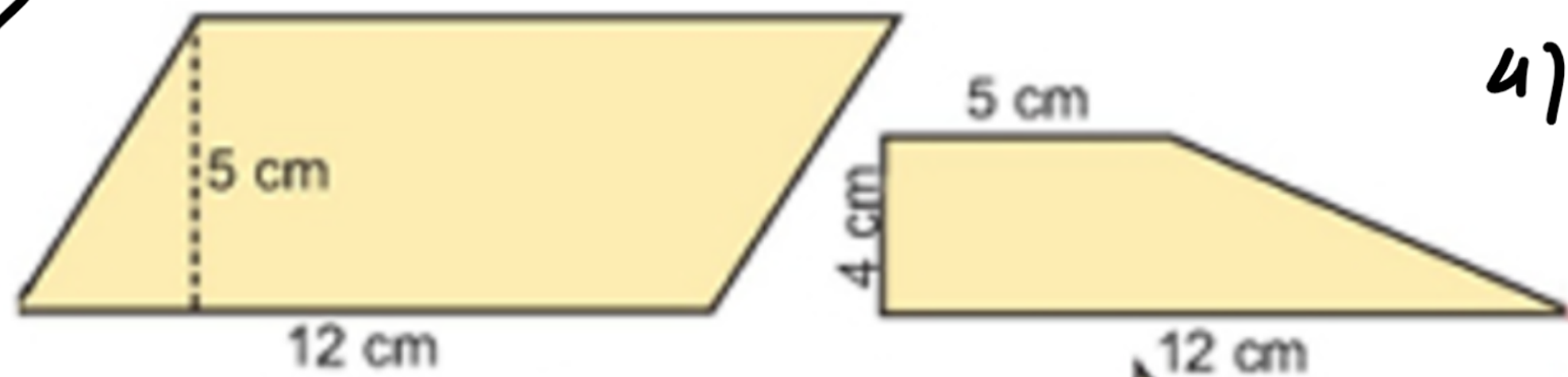


1) $\Delta r. 3 =$
 $6 \cdot 3 = 18$

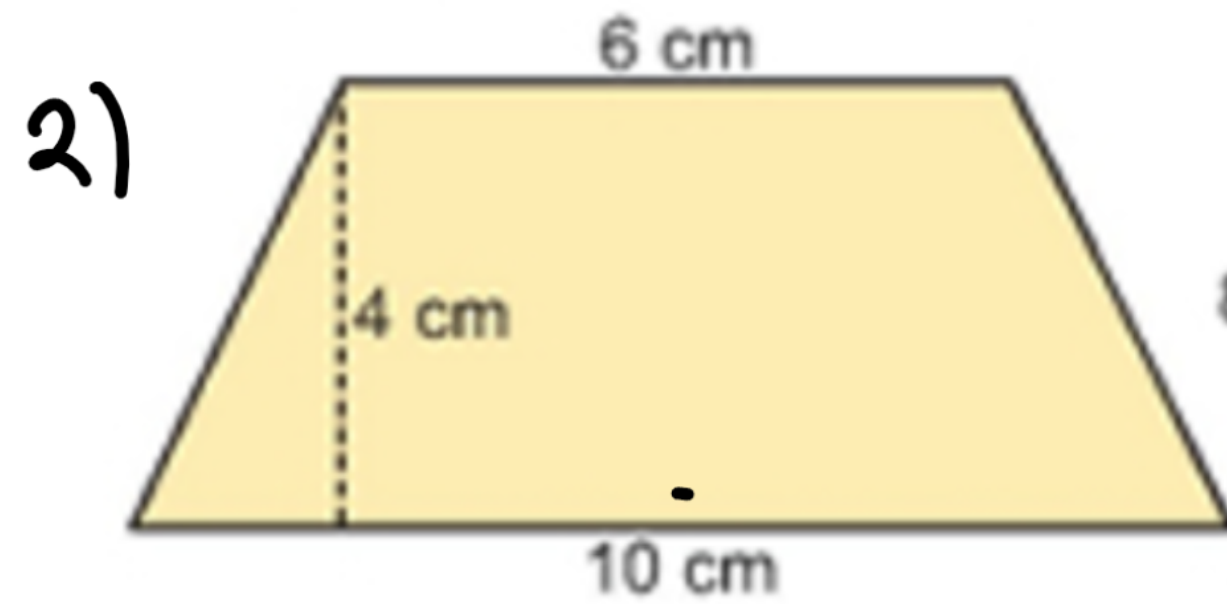
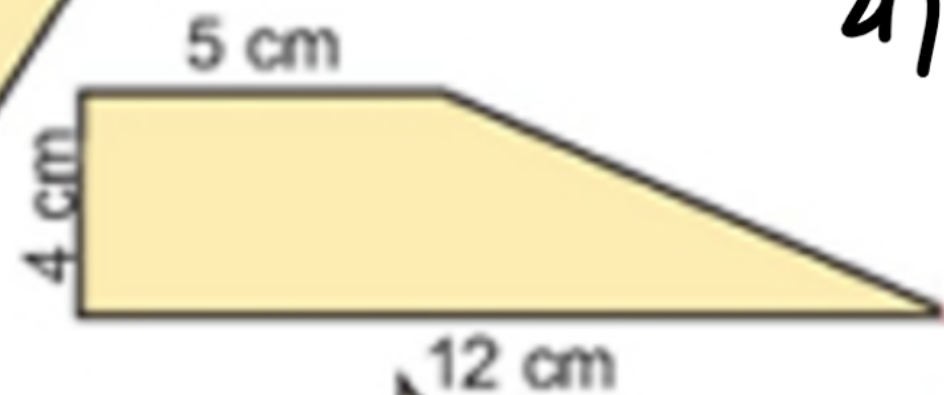
2)



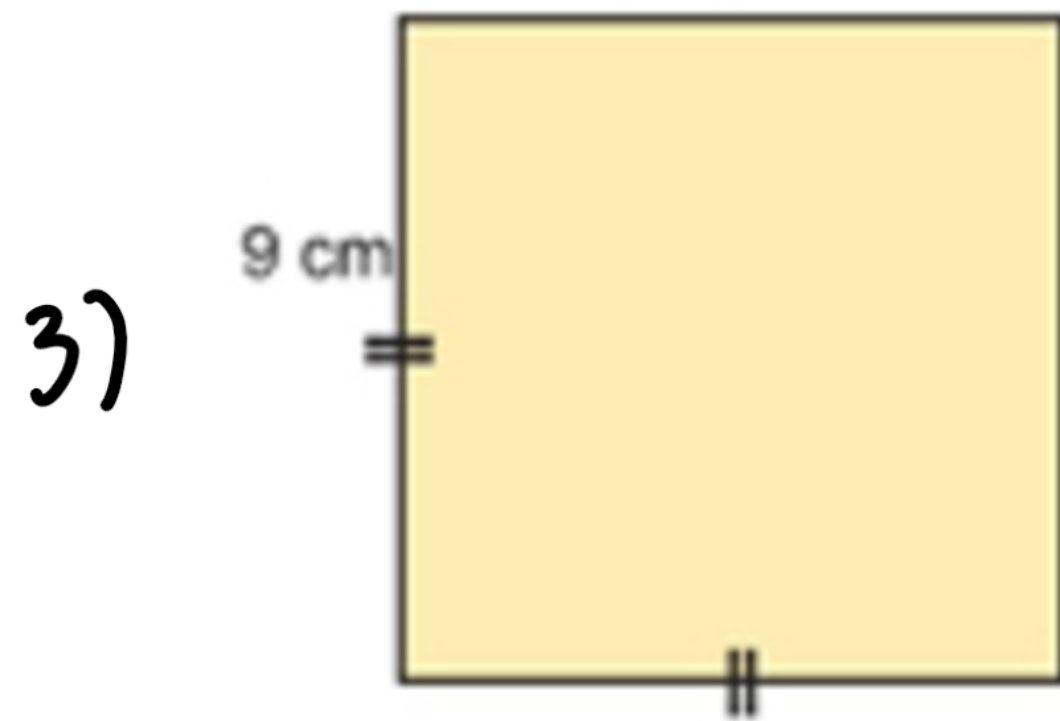
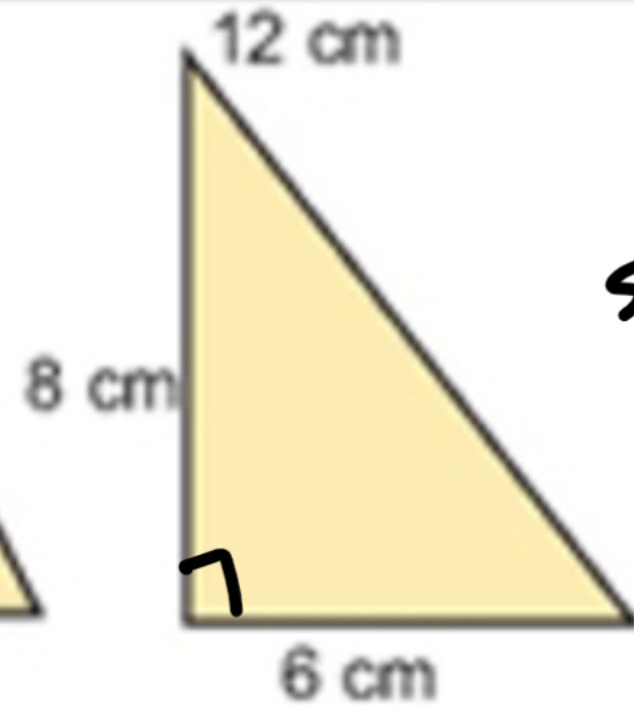
14. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των παρακάτω σχημάτων:



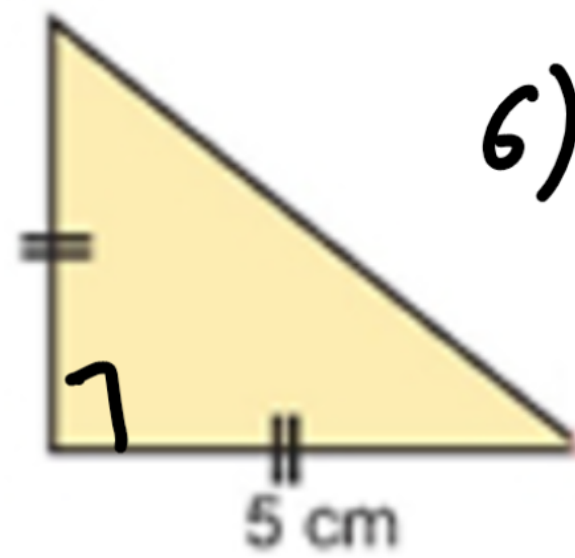
4)



5)



6)



$$1) \quad E = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$3) \quad E = 9 \cdot 9 = 81 \text{ cm}^2$$

$$5) \quad E = \frac{8 \cdot 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

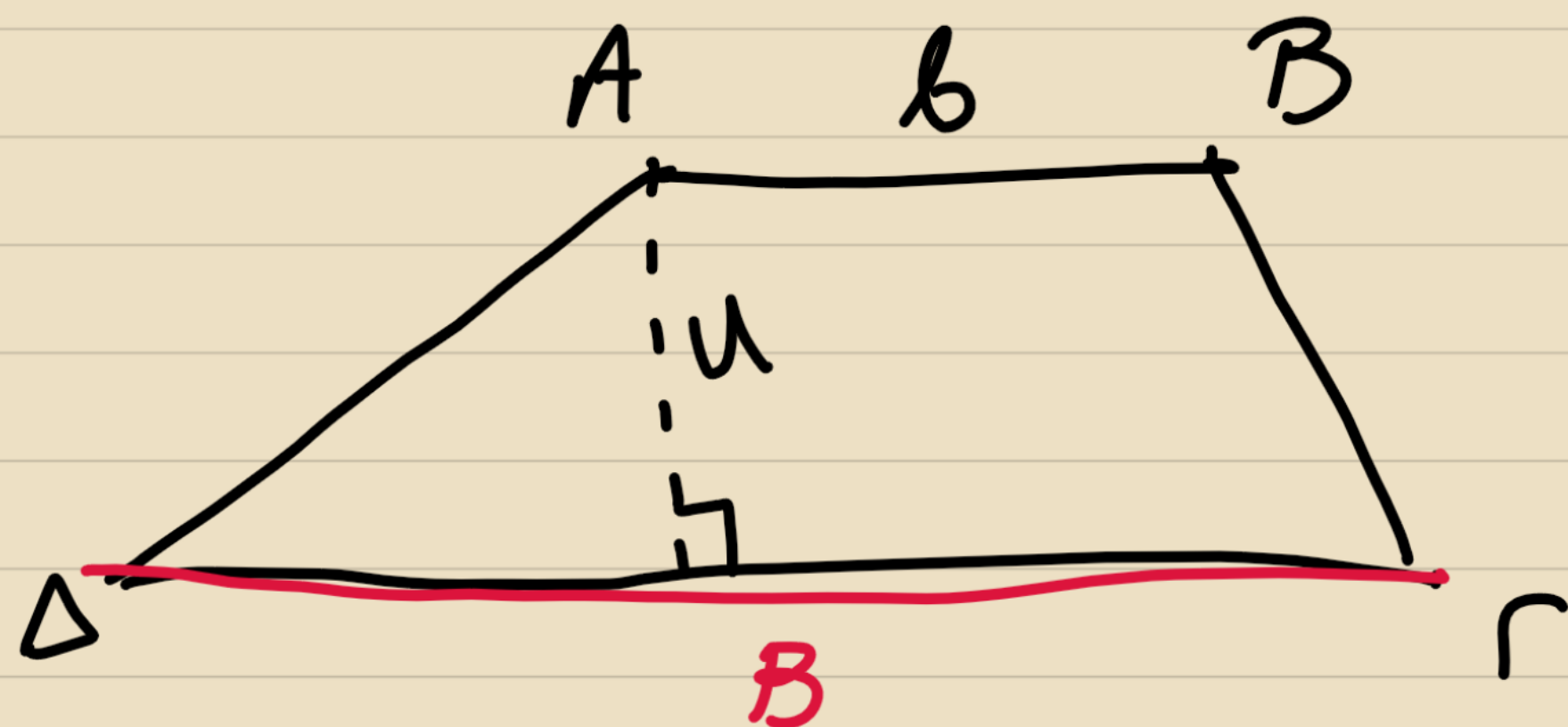
$$6) \quad E = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} \text{ cm}^2$$

$$2) \quad E = \frac{(10+6) \cdot 4}{2} = \frac{16 \cdot 4}{2} = 32 \text{ cm}^2$$

$$4) \quad E = \frac{(12+5) \cdot 4}{2} = \frac{17 \cdot 4}{2} = 34 \text{ cm}^2$$

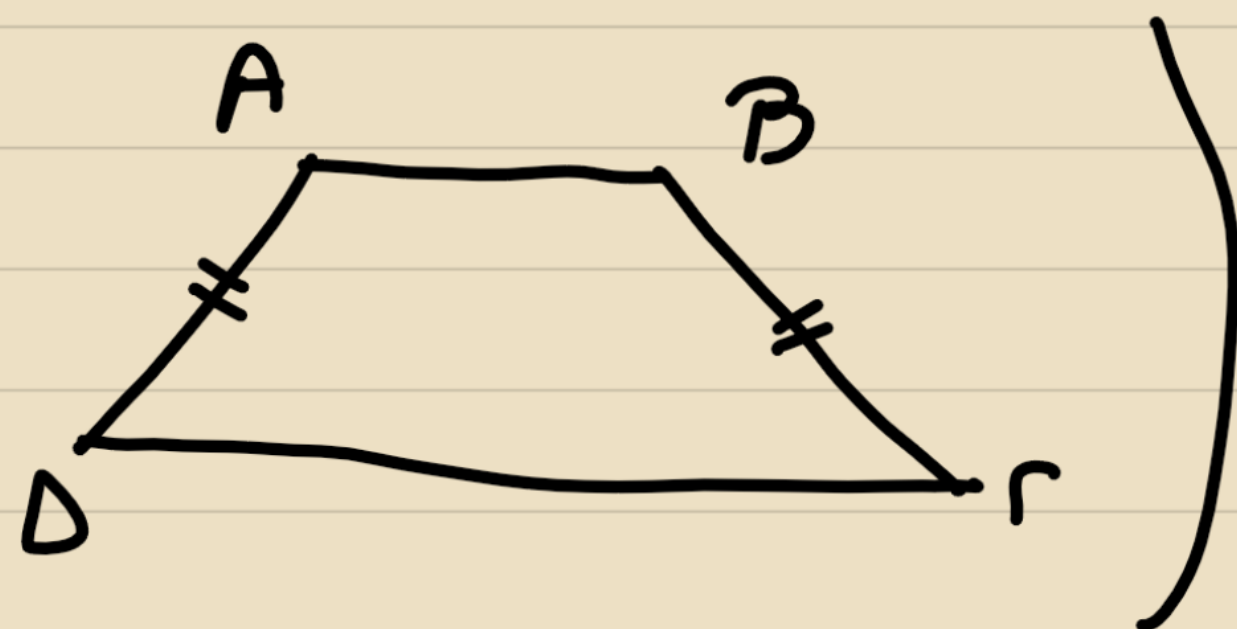
► Εμβαδόν τραπέζιου

Τραπέζιο είναι το τετραπλευρό
 που έχει δύο παράλληλες πλευρές



$$E = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

(Ισοσκελές τραπέζιο :



1. Αν η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 60 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

2. Οι διαστάσεις ενός φύλλου στο εικοσάφυλλο τετράδιο του Σταύρου είναι 21 cm και 30 cm.

Να υπολογίσετε πόση επιφάνεια χαρτιού έχει όλο το τετράδιο.

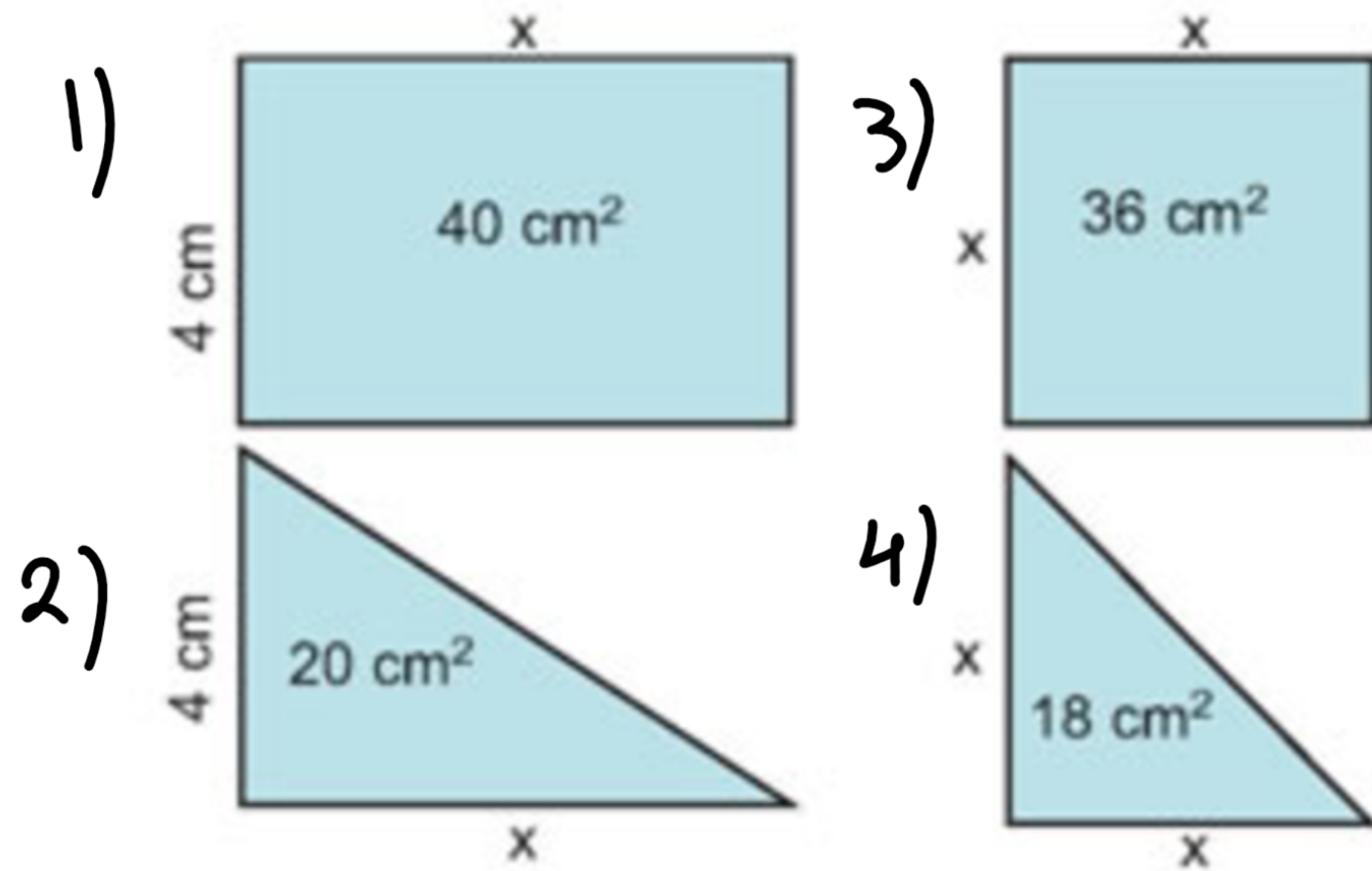
$$1) \quad \frac{60}{4} = 15 \text{ cm}$$

$$E = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

$$2) \quad E_{\text{χαρτ}} = 30 \cdot 21 = 630 \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{τετ}} = 630 \cdot 20 = \\ = 12600 \text{ cm}^2$$

13. Να υπολογίσετε το x σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα.



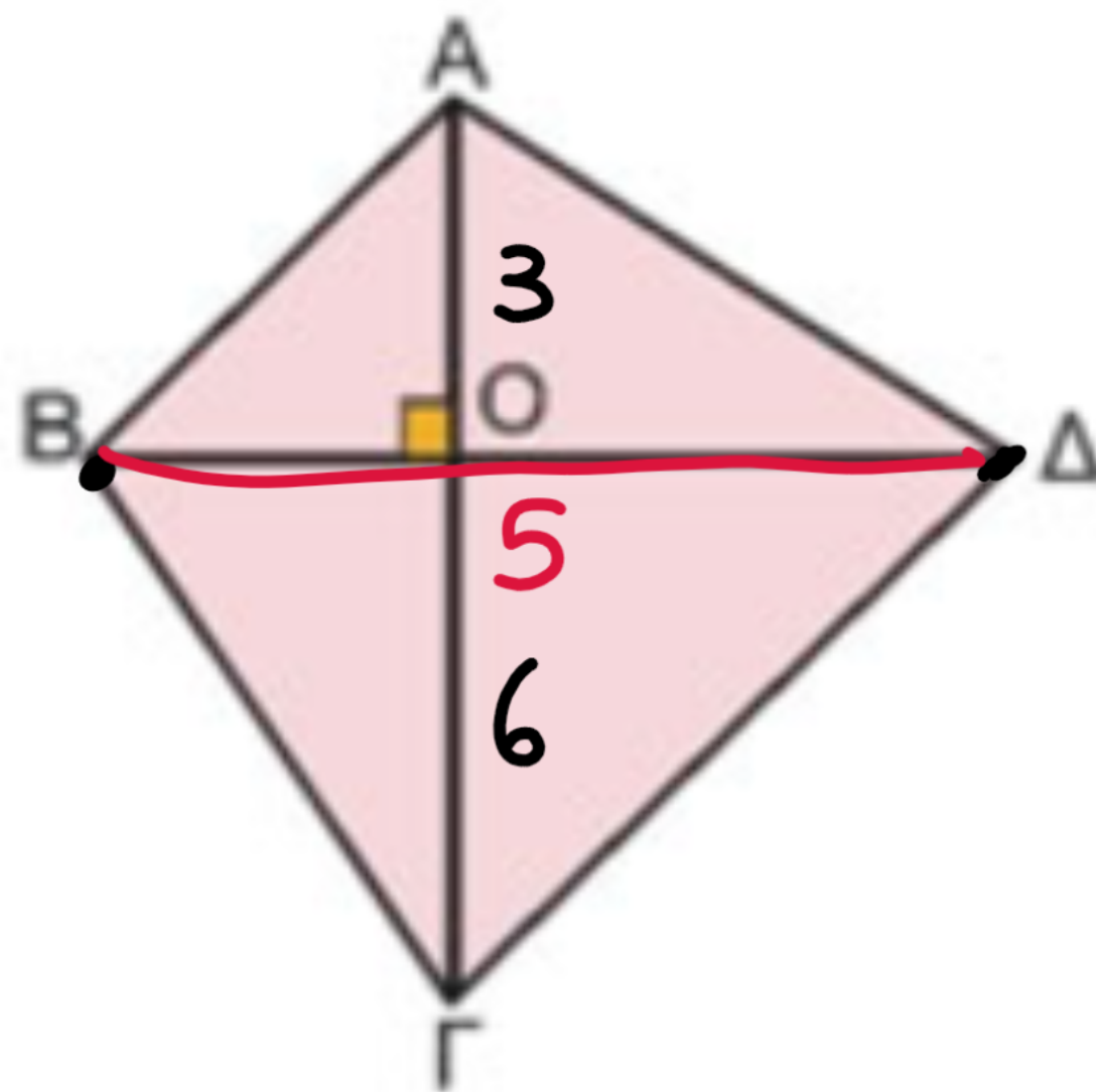
1)
$$4 \cdot x = 40$$
$$x = \frac{40}{4}$$
$$x = 10 \text{ cm}$$

4)
$$\frac{x \cdot x}{2} = 18$$
$$x^2 = 36$$
$$x = 6$$

Σχ. Β. σελ 125

12. Στο τετράπλευρο του διπλανού σχήματος οι διαγώνιες είναι κάθετες.

Αν $BD=5$ CM, $OA=3$ CM και $OG=6$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετράπλευρου.



$$E_{BOD} = \frac{BD \cdot OG}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = \frac{30}{2} \text{ cm}^2$$

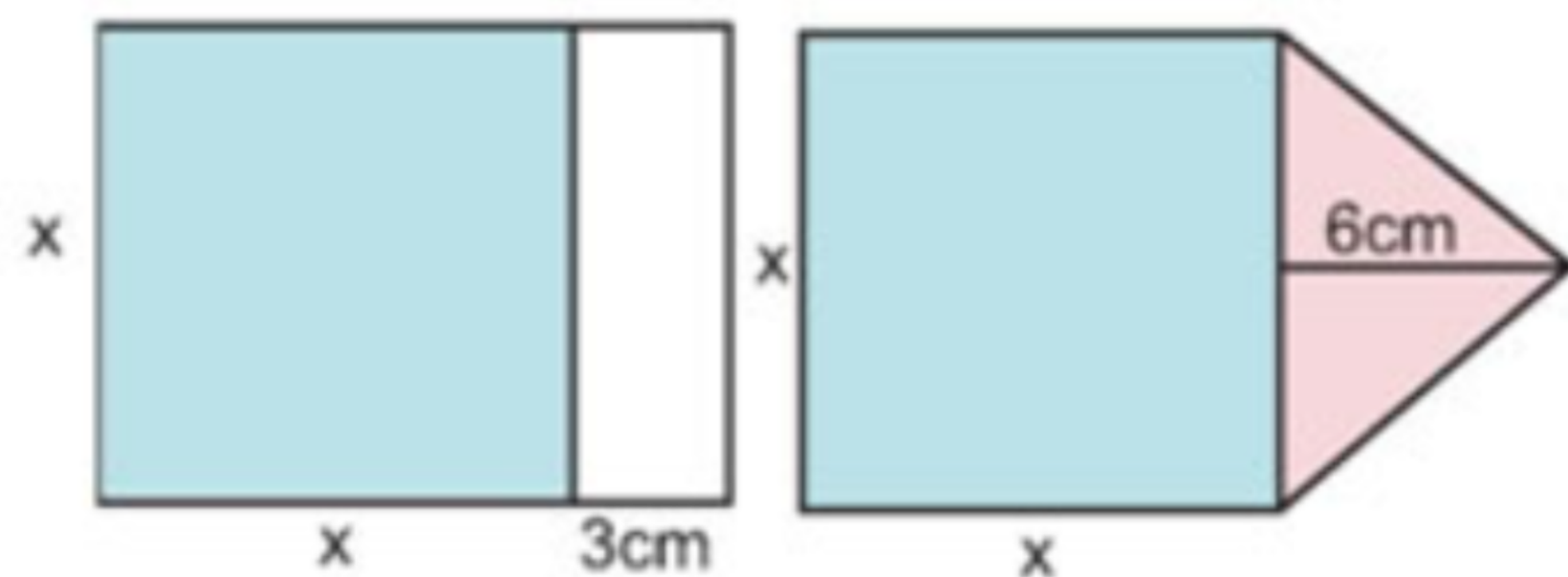
$$E_{ABD} = ;$$

$$\text{αυ } E_{ABD} = \frac{30}{2} + \frac{15}{2} = \frac{45}{2}$$

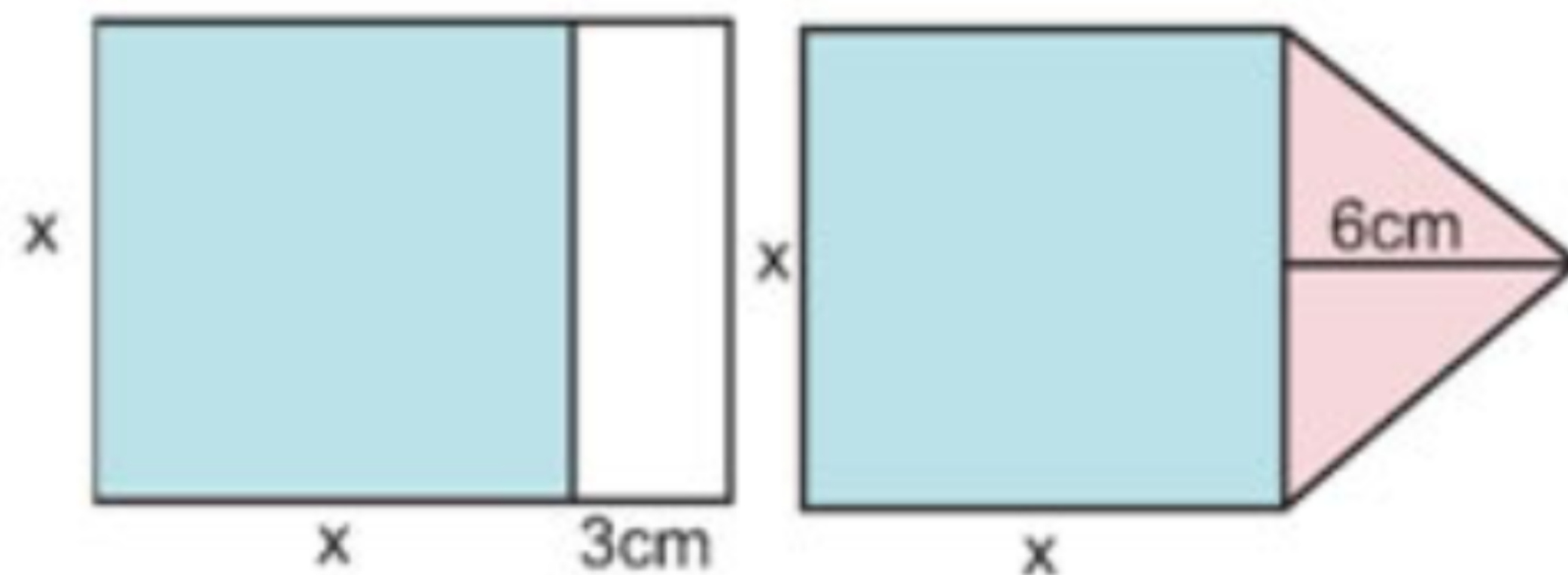
$$E_{ABD} = \frac{BD \cdot AO}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} \text{ cm}^2$$

Σχόλιο: Πολλές φορές μας συμβαίνει να "σπαίτε" ένα σχήμα σε τμήματα δια να το λύσουμε.

5. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο σχημάτων στο παρακάτω σχήμα, αν $x = 5$ cm. Στη συνέχεια, να εξηγήσετε γιατί αυτά είναι ίσα για οποιαδήποτε τιμή του x .



5. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο σχημάτων στο παρακάτω σχήμα, αν $x = 5$ cm. Στη συνέχεια, να εξηγήσετε γιατί αυτά είναι ίσα για οποιαδήποτε τιμή του x .



6. Ένα τετράγωνο και ένα τραπέζιο έχουν ίσα εμβαδά. Αν οι βάσεις του τραπέζιου είναι 12 cm και 20 cm και το ύψος του είναι 4 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου.

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{τετ}} &= x \cdot x = x^2 \\ \epsilon_{\text{ατρ}} &= 3x \\ \epsilon &= x^2 + 3x \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \epsilon_{\text{τετ}} &= x \cdot x = x^2 \\ \epsilon_{\text{τρ}} &= \frac{6 \cdot x}{2} = 3x \\ \epsilon &= x^2 + 3x \end{aligned} \right.$$

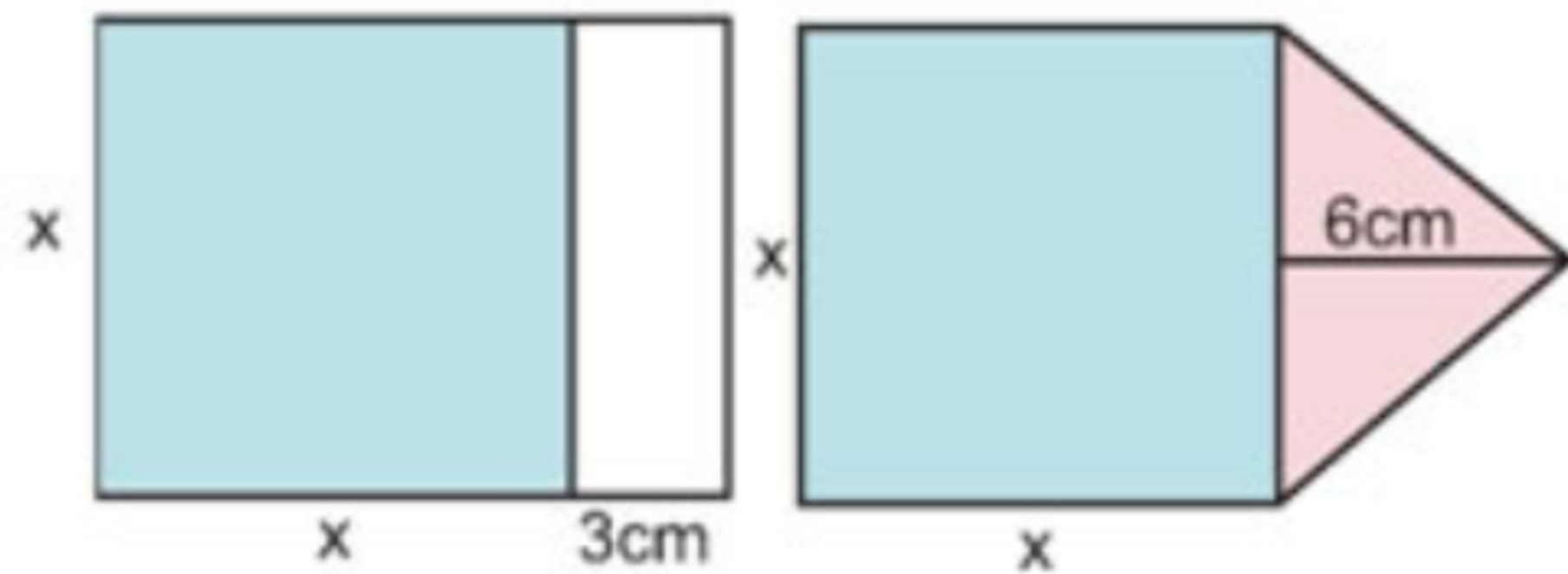
$$\begin{aligned} 5) \quad \epsilon_{\text{τετ}} &= 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2 \\ \epsilon_{\text{ατρ}} &= 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2 \\ \text{και} \quad \epsilon &= 25 + 15 = 40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\epsilon_{\text{τετ}} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2$$

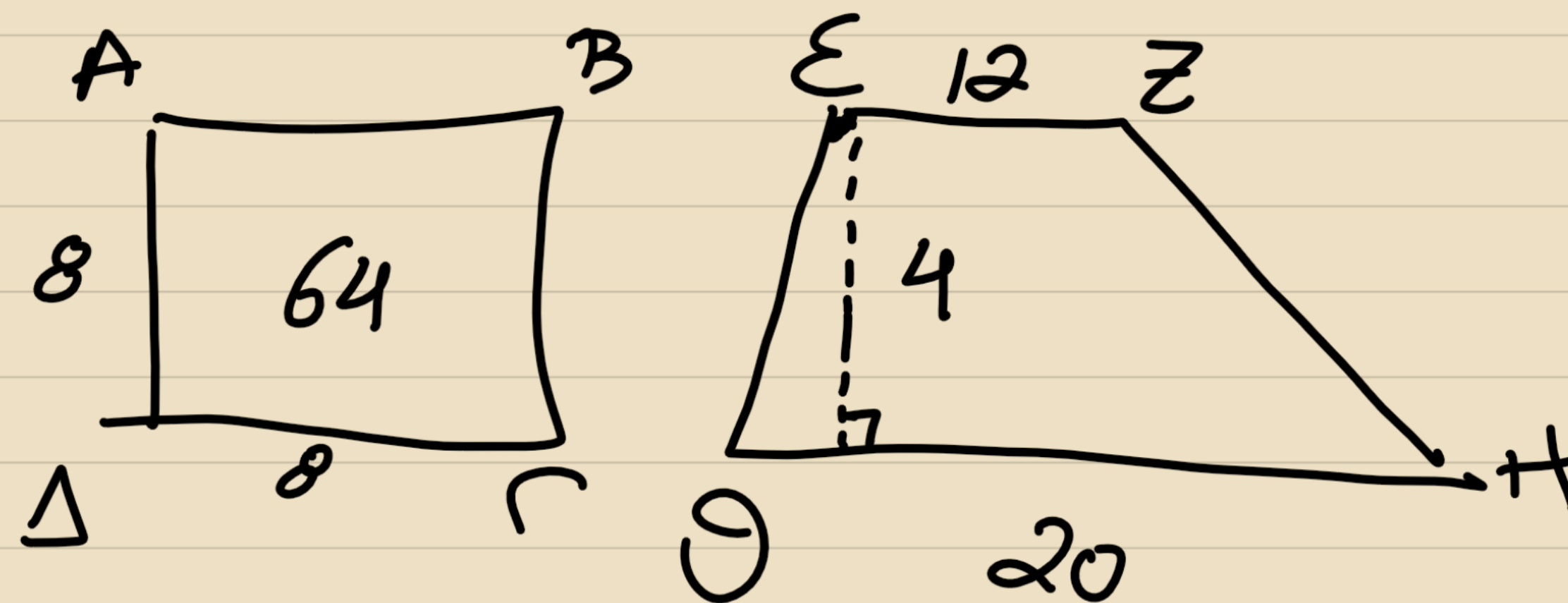
$$\epsilon_{\text{τρ}} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{και} \quad \epsilon = 25 + 15 = 40 \text{ cm}^2$$

5. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο σχημάτων στο παρακάτω σχήμα, αν $x = 5$ cm. Στη συνέχεια, να εξηγήσετε γιατί αυτά είναι ίσα για οποιαδήποτε τιμή του x .



6. Ένα τετράγωνο και ένα τραπέζιο έχουν ίσα εμβαδά. Αν οι βάσεις του τραπεζίου είναι 12 cm και 20 cm και το ύψος του είναι 4 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου.



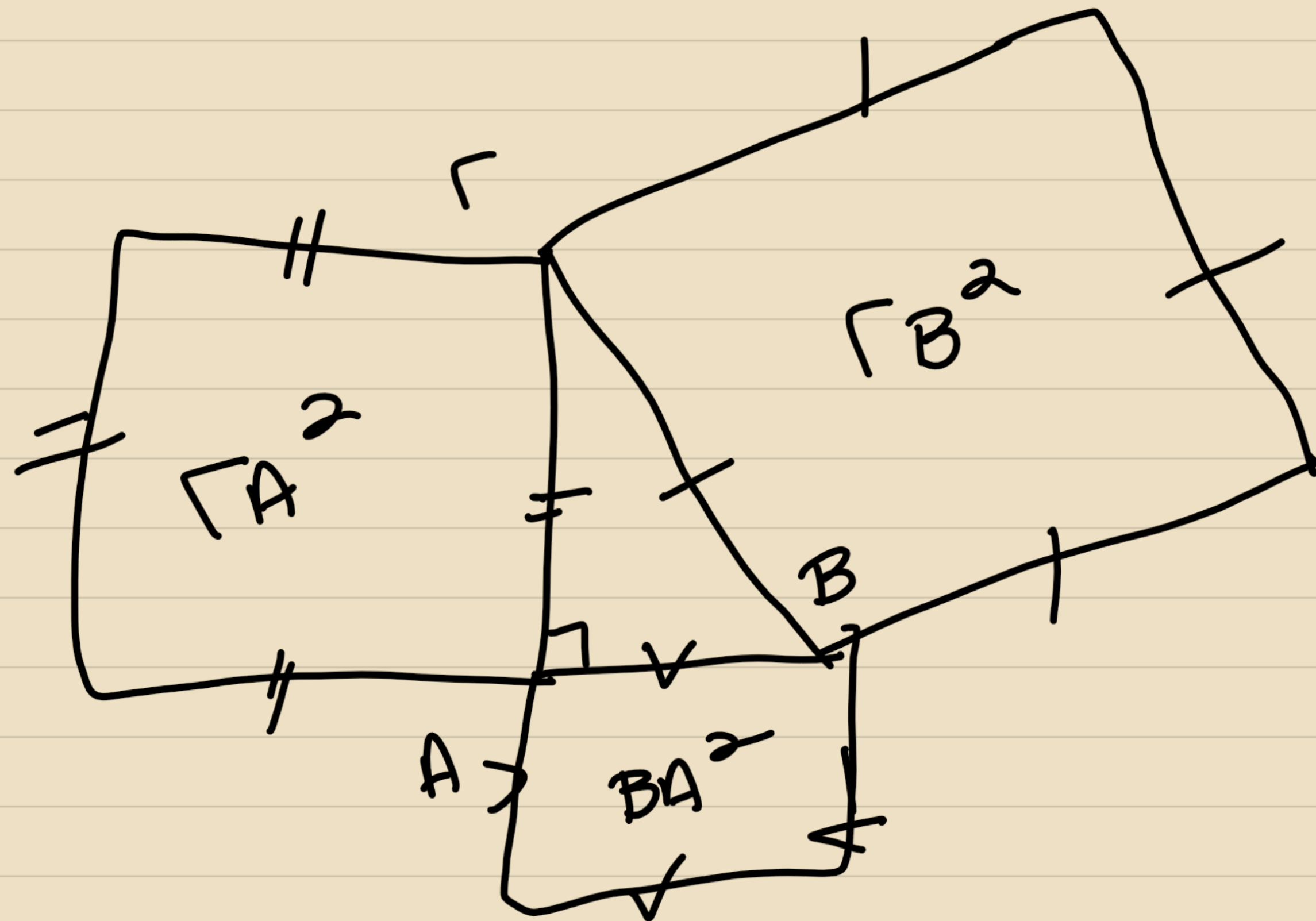
$$E = \frac{(12 + 20) \cdot 4}{2}$$

$$E = \frac{32 \cdot 4}{2} = 32 \cdot 2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$\text{και } E_{\text{τερ}} = 64 \text{ cm}^2$$

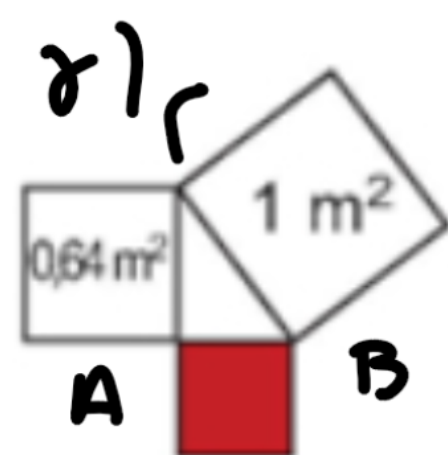
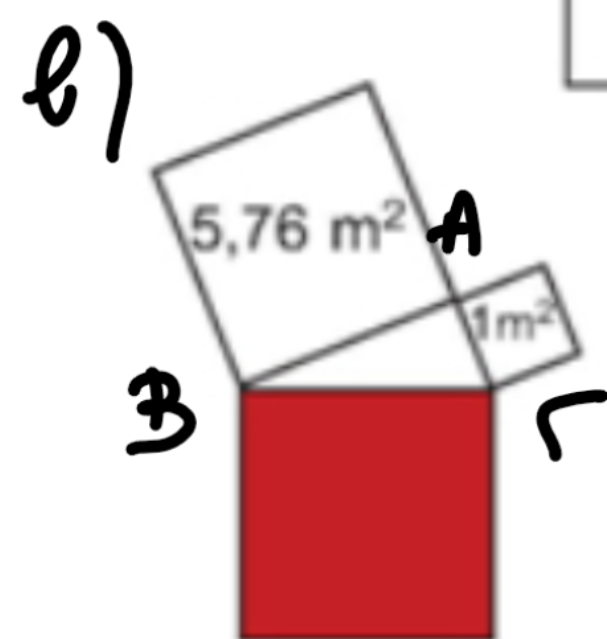
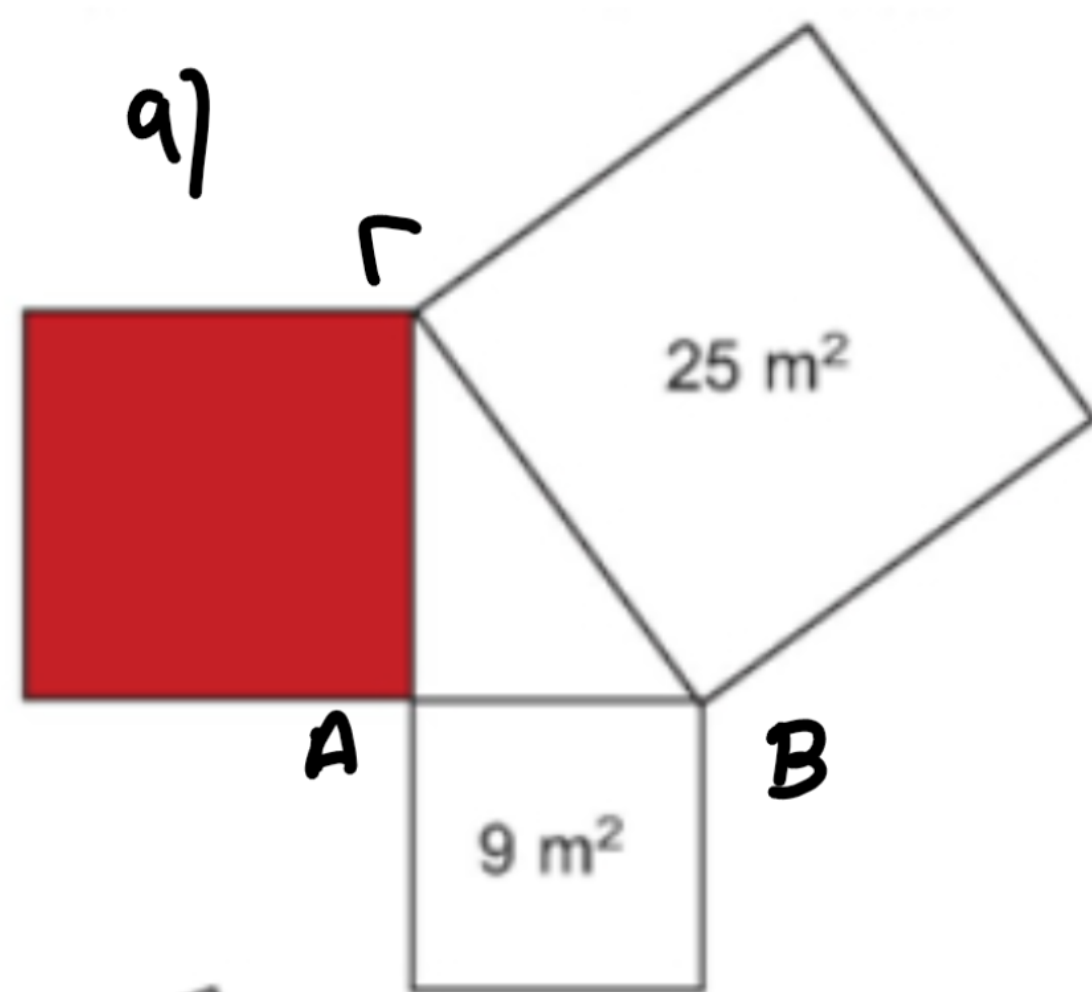
§ Πωταγίες Γεωμετρίας

→ Λίστηκες σε πινάκους ←



$$\Gamma B^2 = \Gamma A^2 + BA^2$$

1. Να βρείτε το εμβαδόν του κόκκινου τετραγώνου στα επόμενα σχήματα.



$$\begin{aligned} \beta) \quad & BA^2 + \Gamma A^2 = B\Gamma^2 \\ & 5,76 + 1 = B\Gamma^2 \\ & 6,76 \text{ m}^2 = B\Gamma^2 \end{aligned}$$

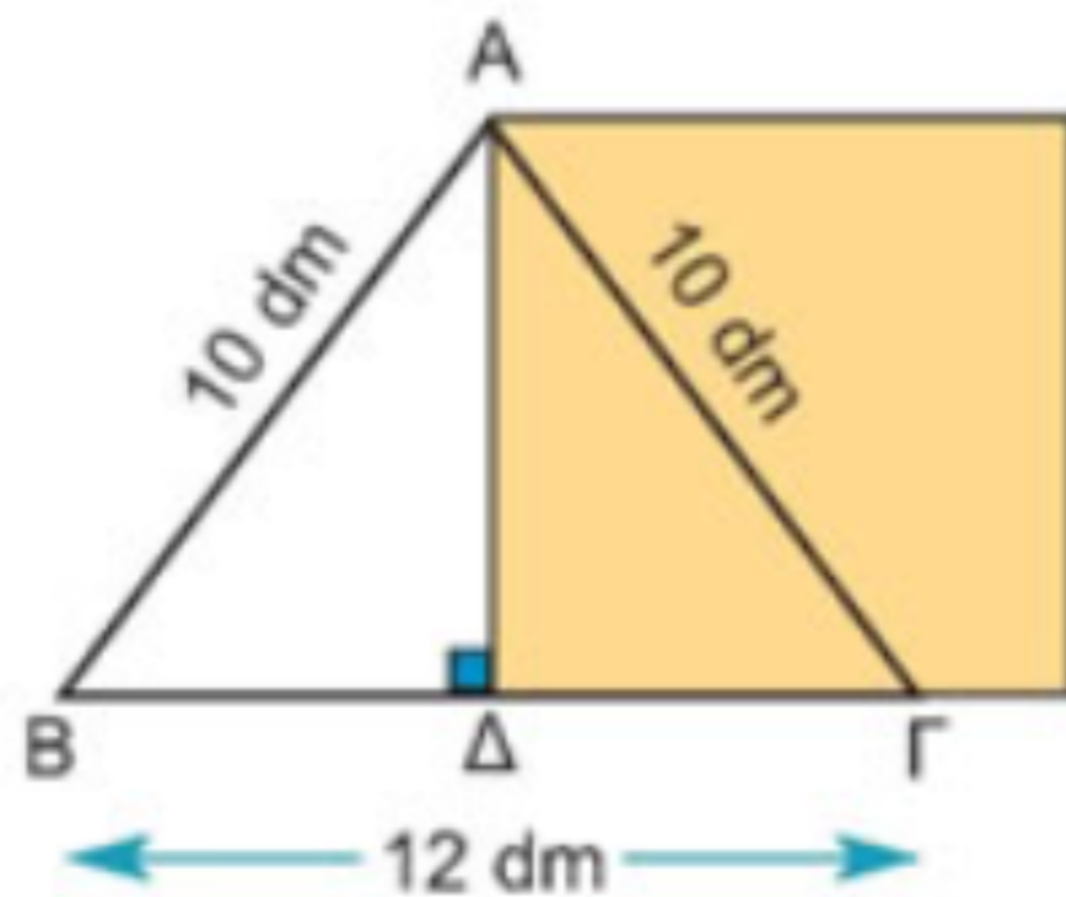
$$\begin{aligned} \alpha) \quad & B\Gamma^2 = 25 & AB^2 = 9 \\ & B\Gamma = 5 & AB = 3 \\ & B\Gamma^2 = \Gamma A^2 + AB^2 \\ & 25 = \Gamma A^2 + 9 \\ & 25 - 9 = \Gamma A^2 \\ & 16 = \Gamma A^2 \\ & \Gamma A^2 = 16 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma) \quad & \Gamma B^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \\ & 1 = 0,64 + AB^2 \\ & 1 - 0,64 = AB^2 \\ & AB^2 = 0,36 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

4. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος είναι ισοσκελές με

$AB = A\Gamma = 10 \text{ dm}$ και $B\Gamma = 12 \text{ dm}$.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά ίση με το ύψος AD του τριγώνου.



Αναζητώ το σφαιδω το

τετραπεδίου

$$AD^2 = ;$$

Ανο πω. διαρ. το $AB\Delta$

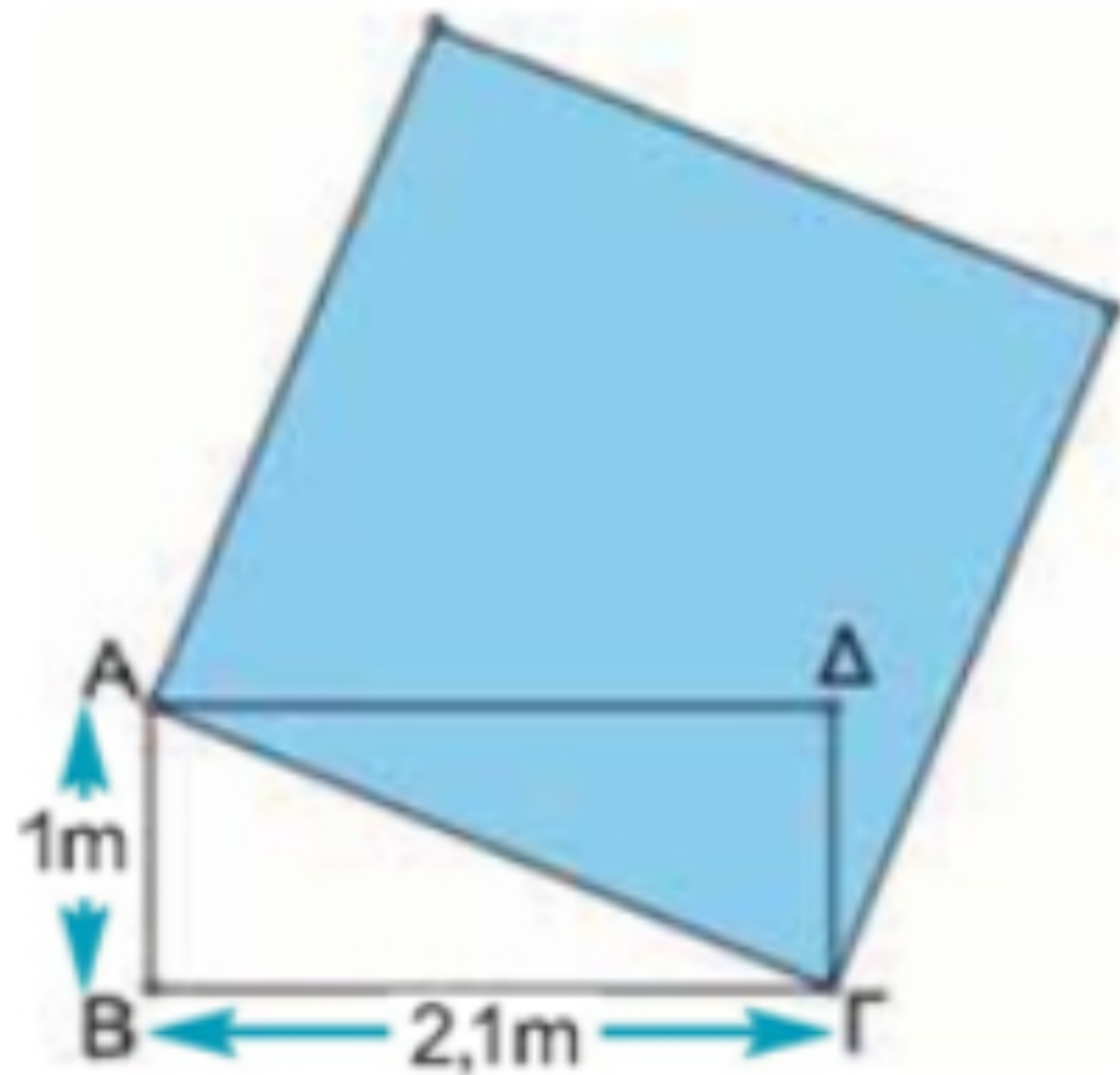
έχω $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$$10^2 = AD^2 + 6^2$$

$$AD^2 = 100 - 36$$

$$AD^2 = 64 \quad \text{dm}^2$$

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μπλε τετραγώνου το οποίο έχει πλευρά ίση με τη διαγώνιο του ορθογώνιου ΑΒΓΔ.



Στο τρίγωνο ABD από Π.Θ. έχω

οτι $AD^2 = AB^2 + BD^2$

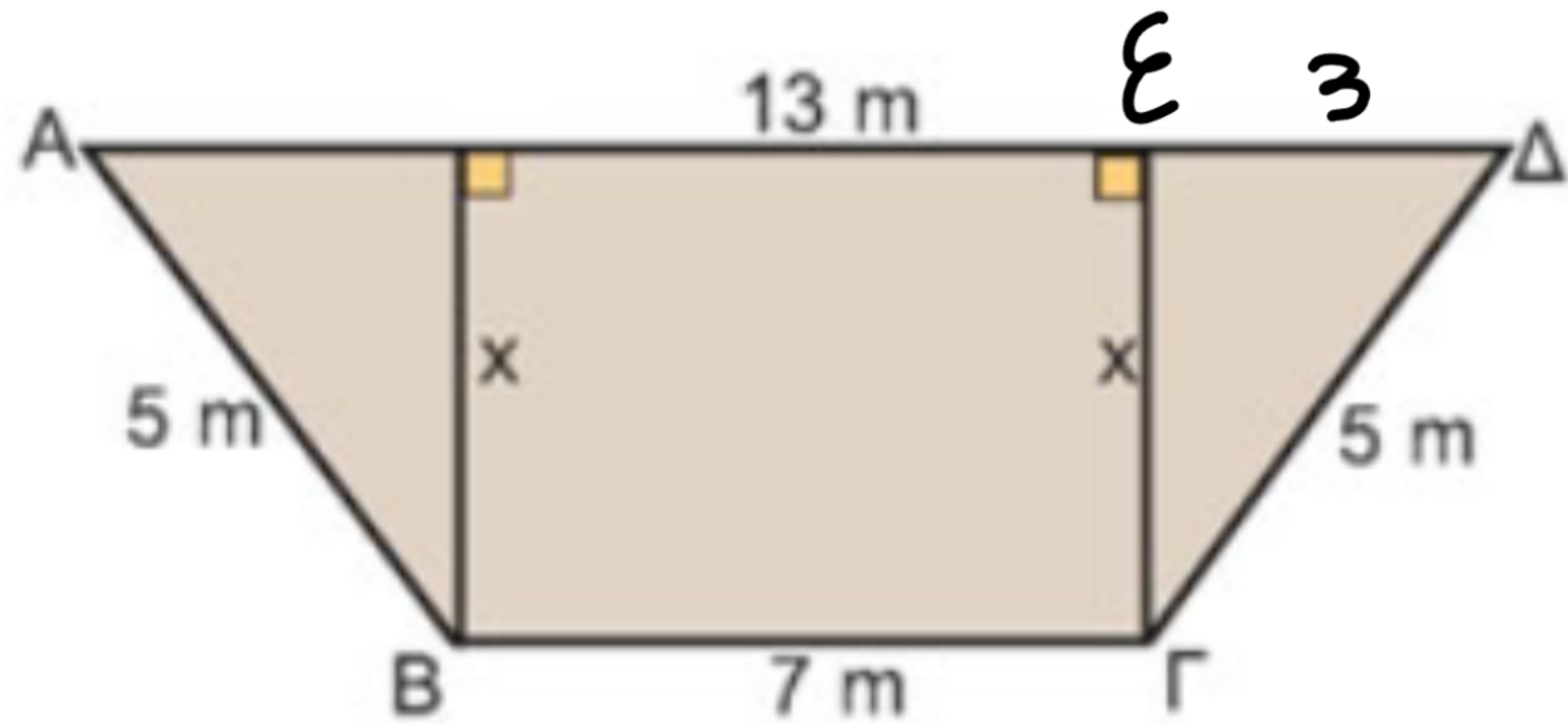
$$AD^2 = 1^2 + 2,1^2$$

$$AD^2 = 1 + 4,41$$

$$AD^2 = 5,41 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{r} 2,1 \\ \times 2,1 \\ \hline 21 \\ + 42 \\ \hline 4,41 \end{array}$$

8. Η διατομή ενός καναλιού είναι σχήματος ισοσκελούς τραπεζίου με πλευρές: $\Gamma\Delta = AB = 5 \text{ m}$, $B\Gamma = 7 \text{ m}$ και $A\Delta = 13 \text{ m}$. Να υπολογίσετε το ύψος x του καναλιού



$$\Gamma\epsilon = 3$$

Ανω Π.Θ. στο $\triangle \epsilon \Gamma \Delta$ έχω

$$\Delta\Gamma^2 = \epsilon\Gamma^2 + \epsilon\Delta^2$$

$$5^2 = x^2 + 3^2$$

$$x^2 = 5^2 - 3^2$$

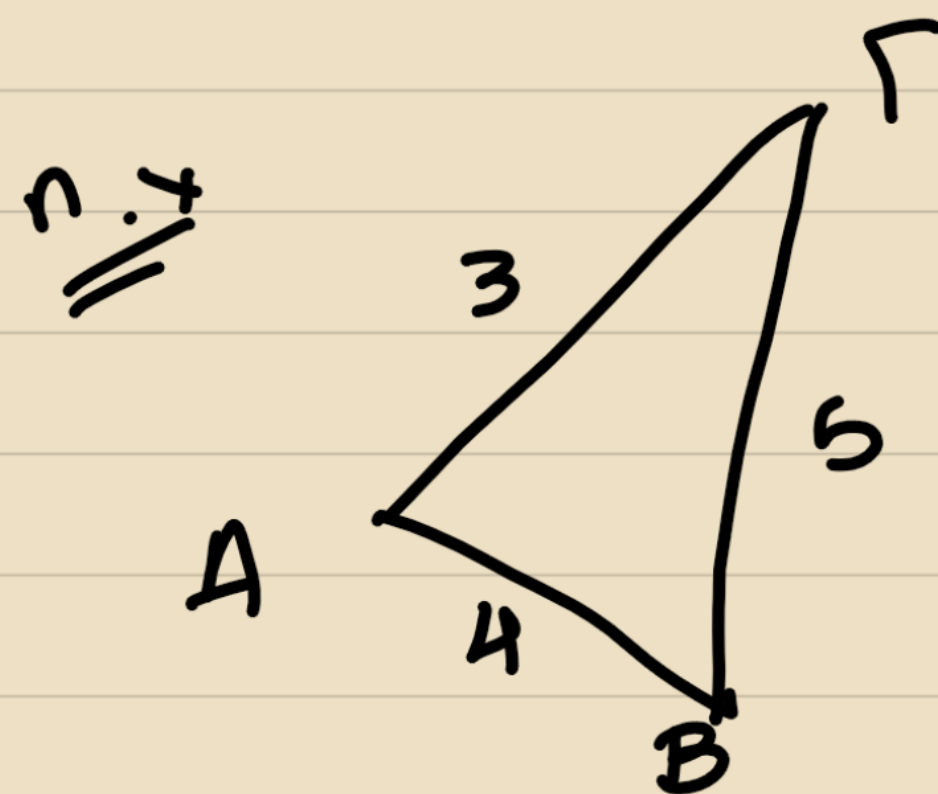
$$x^2 = 25 - 9$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ m}$$

► Το οριζότιο του Πωλυγώνου Γεωμετρίας

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο του
Λεγαλτήρη η ύψους είναι ίσο με το αλφάτο
 του τετραγώνου του δύο α'γων η ύψους
 του τρίγωνο είναι αλφάτο.



$$5^2 = 25$$

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

αφού $5^2 = 3^2 + 4^2$
 το $\triangle ABC$ είναι
 ορθογώνιο.

3. α) Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών 6 cm, 8 cm και 10 cm. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο που έχει διπλάσιες πλευρές από τις πλευρές του ΑΒΓ, καθώς και το τρίγωνο που έχει τις μισές πλευρές από τις πλευρές του ΑΒΓ, είναι επίσης ορθογώνιο.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\theta) 12, 16, 20$$

$$20^2 = 400$$

$$12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

αρα $\hat{\Delta} \Gamma \alpha$ ορθογώνιο.

$$a) 10^2 = 100$$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{αρα } 10^2 = 6^2 + 8^2$$

το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

$$3, 4, 5$$

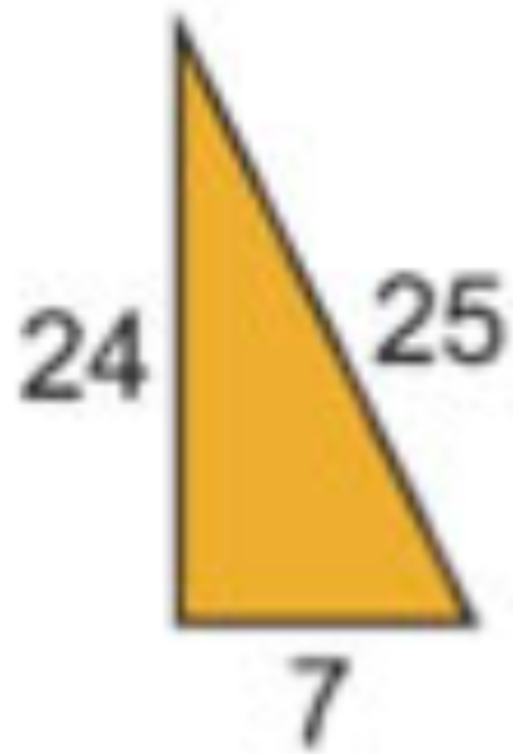
$$5^2 = 25$$

$$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

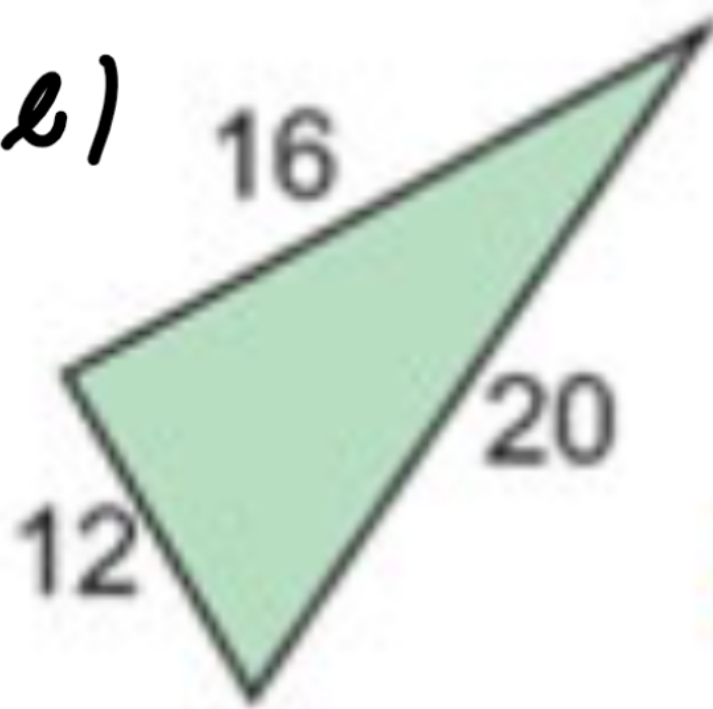
αρα ορθογώνιο

2. Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω τρίγωνα είναι ορθογώνια.

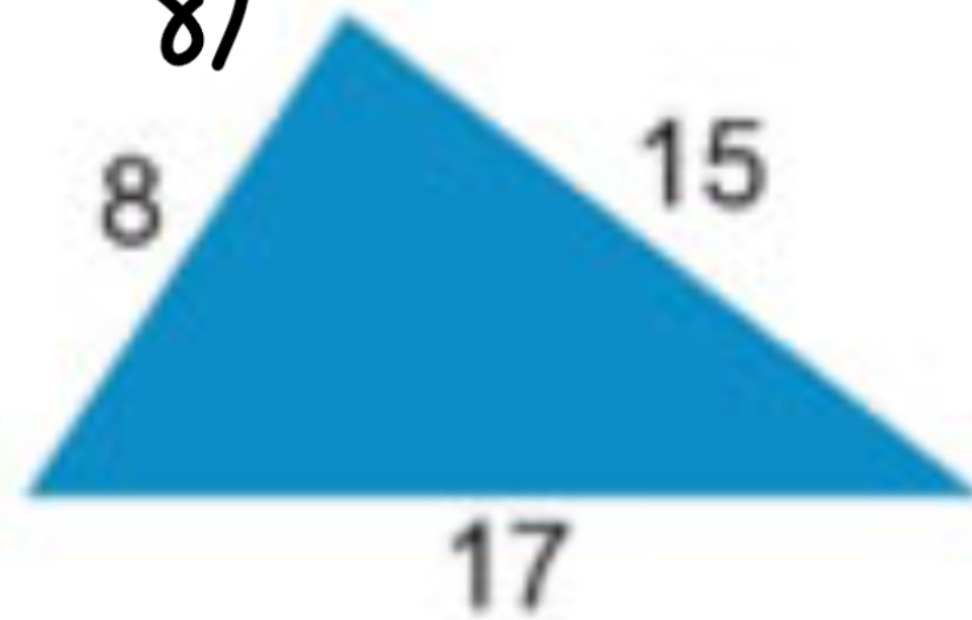
α)



β)



γ)



δ) Όχι

α)

$$25^2 = 625$$

$$24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$$

αρα $25^2 = 24^2 + 7^2$

Είναι ορθογώνιο

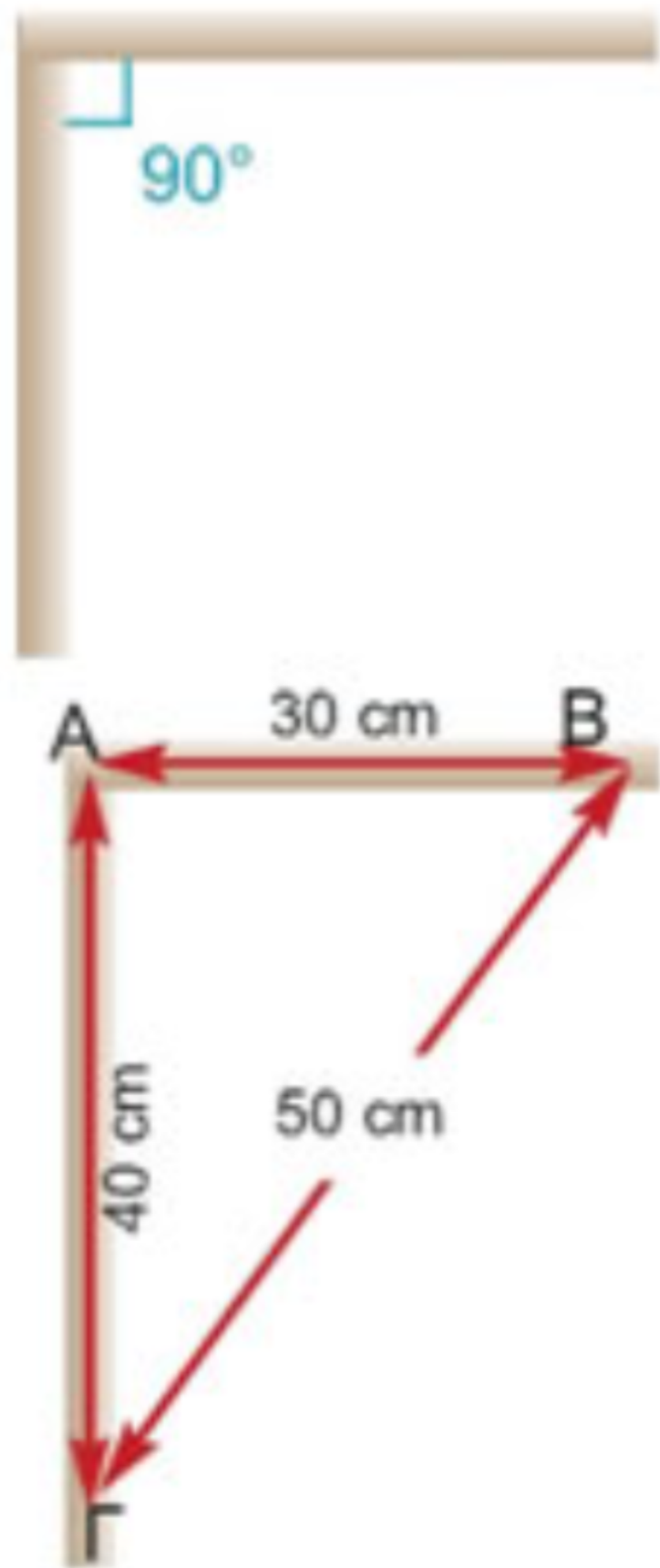
β) $20^2 = 400$

$$12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

αρα $20^2 = 12^2 + 16^2$

Είναι ορθογώνιο

6. Για να σχηματίσει ορθή γωνία με δύο ξύλινα δοκάρια (όπως λέμε για να «γωνιάσει» τα δοκάρια), ένας τεχνίτης μετράει στο ένα δοκάρι $AB = 30 \text{ cm}$ και στο άλλο $AG = 40 \text{ cm}$. Στη συνέχεια, τα τοποθετεί κατάλληλα, ώστε να είναι $BG = 50 \text{ cm}$. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί είναι σίγουρος ότι η γωνία που σχηματίζουν τα δοκάρια είναι ορθή;

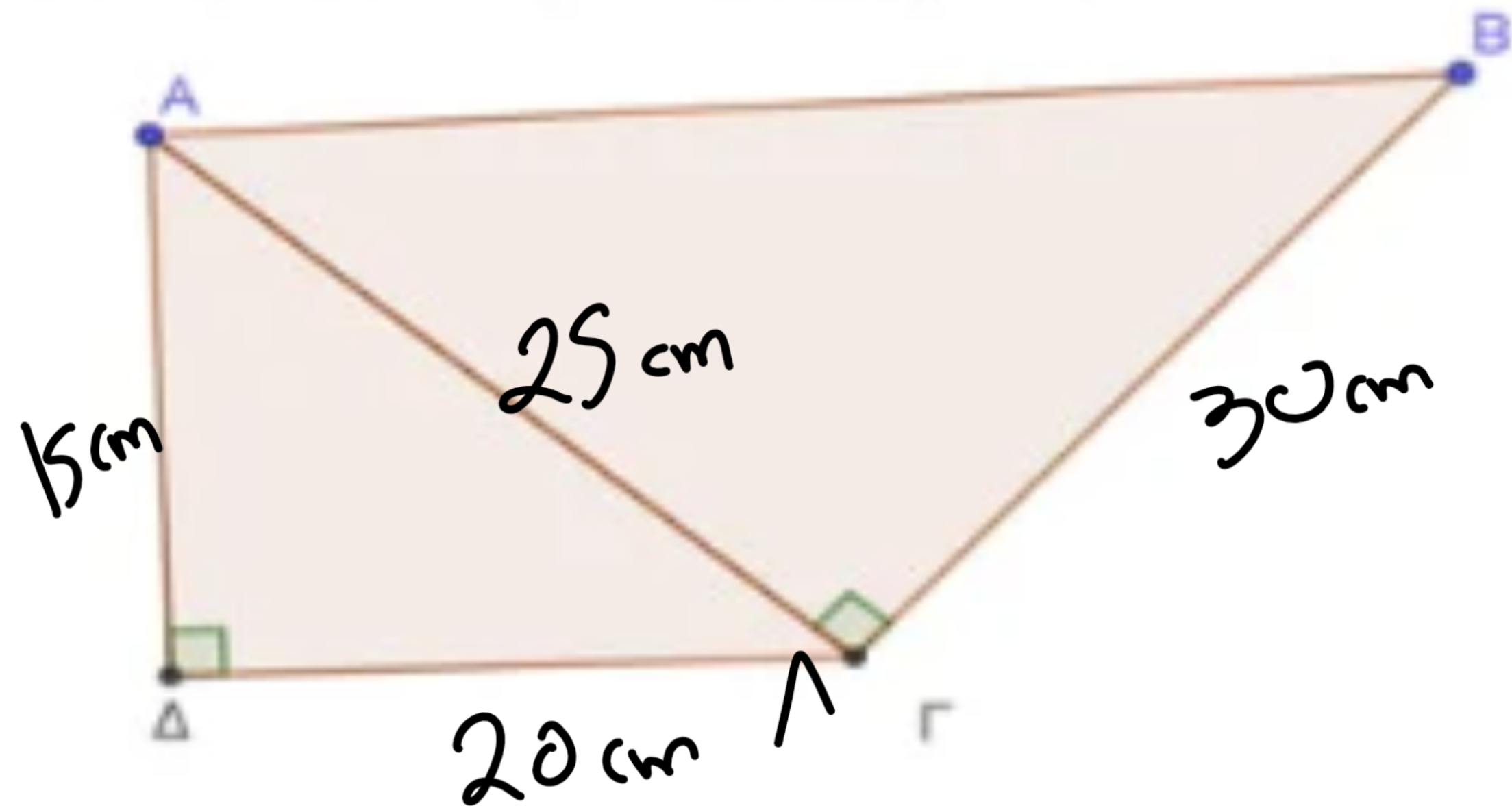


$$50^2 = 2500 \text{ cm}^2$$

$$40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500 \text{ cm}^2$$

αρα $50^2 = 40^2 + 30^2$ είναι αληθινό.

4. Στο παρακάτω σχήμα είναι $AD = 15\text{cm}$, $GD = 20\text{cm}$ και $BG = 30\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος.



$$S_{A\hat{D}G} = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

Σωφιστικά $A\hat{D}G$ ανω

Π.Θ. έχω ότι

$$AG^2 = AD^2 + DG^2$$

$$AG^2 = 15^2 + 20^2$$

$$AG^2 = 225 + 400$$

$$AG^2 = 625$$

$$AG = 25$$

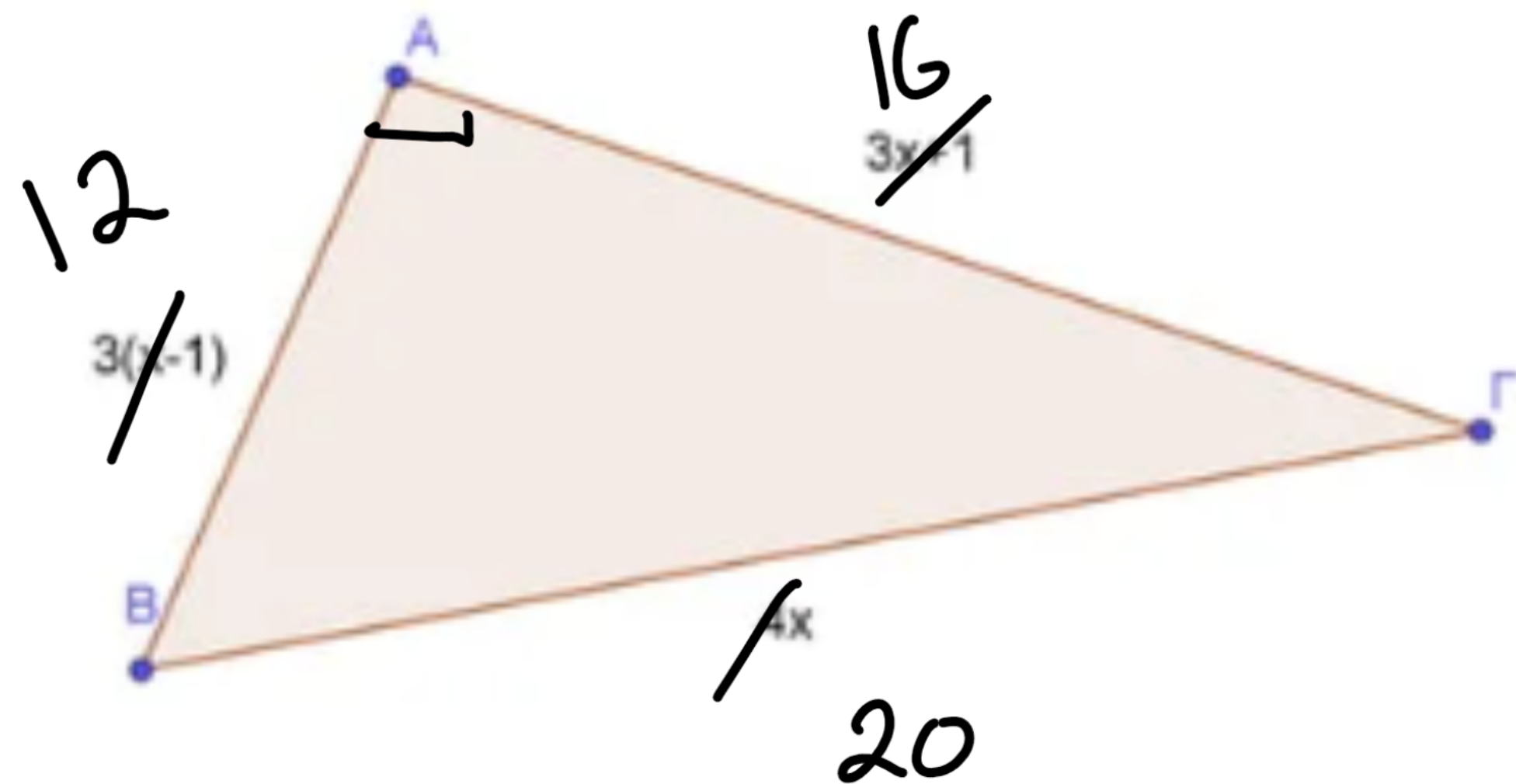
Τι Πικρα

$$S = 375 + 150$$

$$= 525 \text{ cm}^2$$

αρχ $S_{A\hat{G}B} = \frac{25 \cdot 30}{2} = 25 \cdot 15$
 $= 375 \text{ cm}^2$

5. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 48cm, να δείξετε : Α) ότι είναι ορθογώνιο, Β) να βρείτε το εμβαδόν του και Γ) να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.



$$e) \quad E = \frac{16 \cdot 12}{2} = 16 \cdot 6 :$$

$$a) \quad 3(x-1) + 3x + 1 + 4x = 48$$

$$3x - 3 + 3x + 1 + 4x = 48$$

$$3x + 3x + 4x = 48 + 3 - 1$$

$$10x = 50$$

$$x = \frac{50}{10}$$

$$x = 5$$

$$20^2 = 400$$

$$16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$$

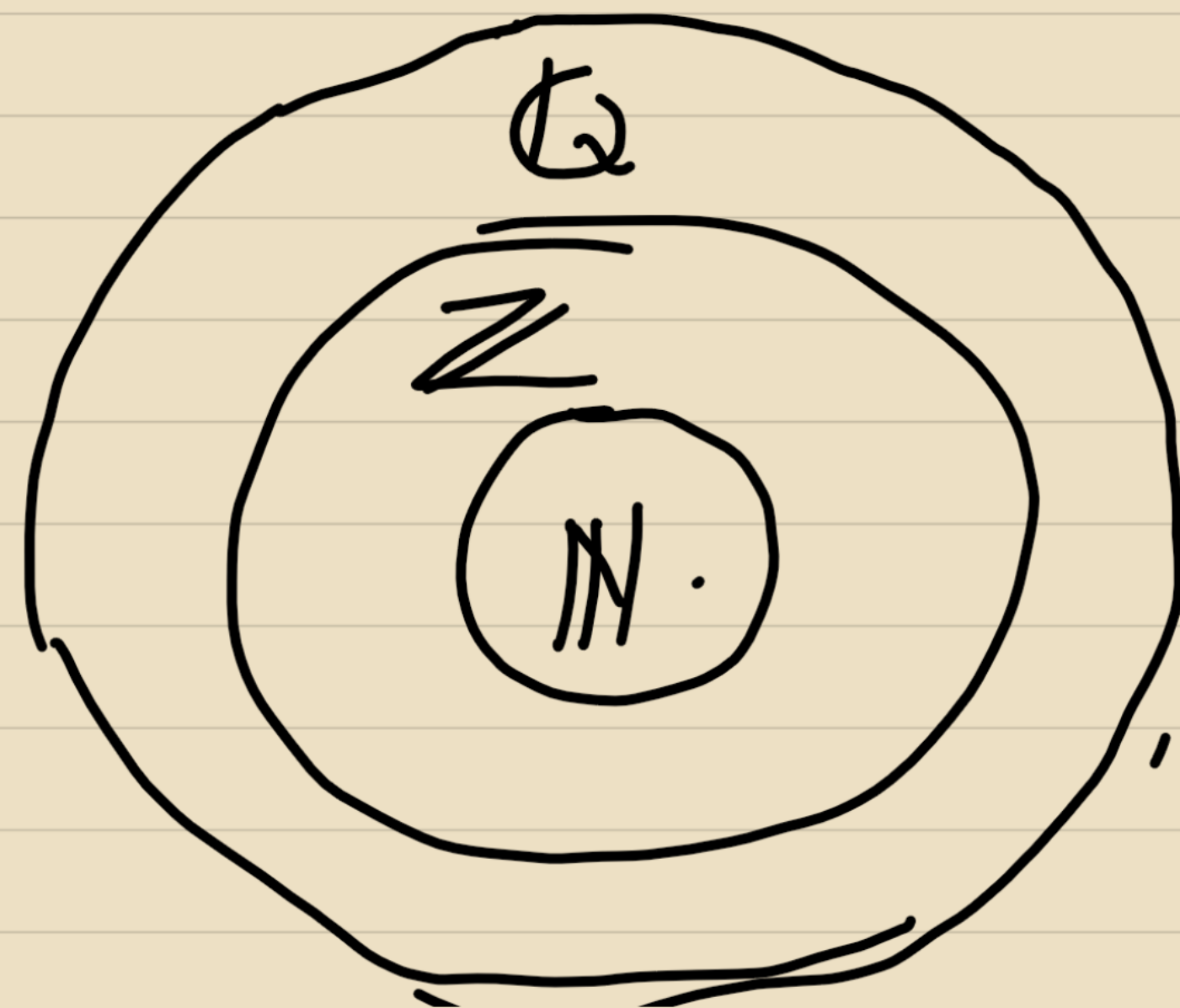
αρα είναι ορθογώνιο

§ Αριθμοί

1) Φυσικοί : $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ ($\mathbb{N}$)

2) Ακέραιοι: $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ ($\mathbb{Z}$)

3) Ρητοί : ($\mathbb{Q}$) $3,7$, $2,1$
 $-5,8$, $1,16$
 $\frac{5}{10}$, $-8,1008$



Πώς ονομάζεται η διαδικασία της διαίρεσης $\frac{a}{b}$
 1-ε a, b ακέραιοι και $b \neq 0$

Είδατε ότι το θεματικό αναπτύχτα ενός πηζου:

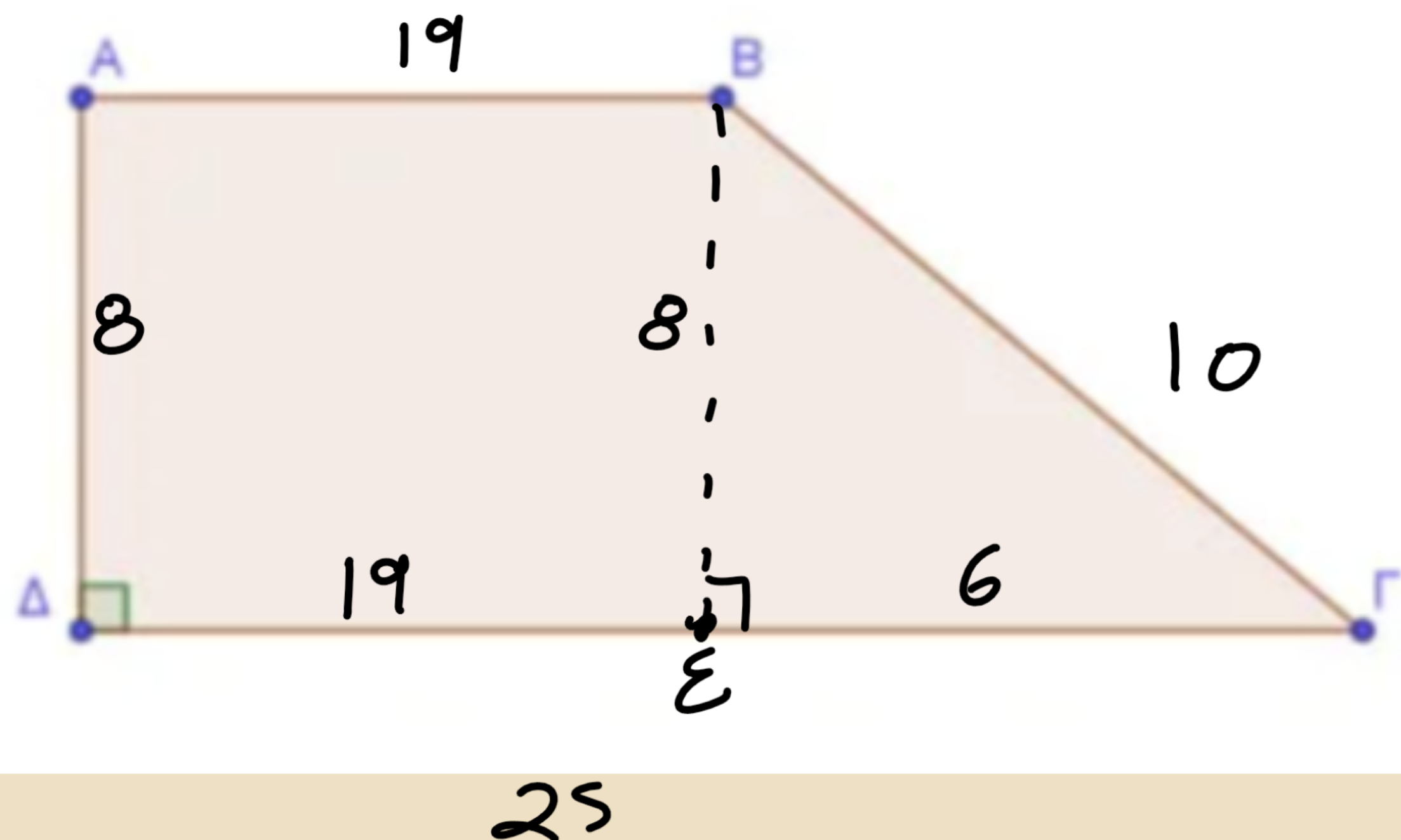
- Ια σιχαζα'ε (νενεπαρτείνω)

.. Θα είναι απειρο αλη θα έχει λέγα τω
twilio

$$\underline{\underline{n.x}} \quad \frac{77}{56} = 1,375$$

$$\frac{66}{35} = 1, \underbrace{08571428}_{\text{first 8 digits}}, \underbrace{571428}_{\text{next 6 digits}}, \underbrace{571428}_{\text{next 6 digits}} \dots$$

3. Στο ορθογώνιο τραπέζιο είναι $AB = 19\text{cm}$, $BF = 10\text{cm}$ και $GD = 25\text{cm}$.
Να υπολογίσετε την περίμετρό του και το εμβαδόν του.



για $\Pi = 19 + 10 + 25 + 8 = 62 \text{ cm}$

$$E = \frac{(25 + 19) \cdot 8}{2} = 44 \cdot 4 = 176 \text{ cm}^2$$

$$FE = 25 - 19 = 6$$

Στο τρίγωνο BEF ορθ.
Πυθ. Θεωρ. 11κεν να:

$$BE^2 + EF^2 = BF^2$$

$$BE^2 + 6^2 = 10^2$$

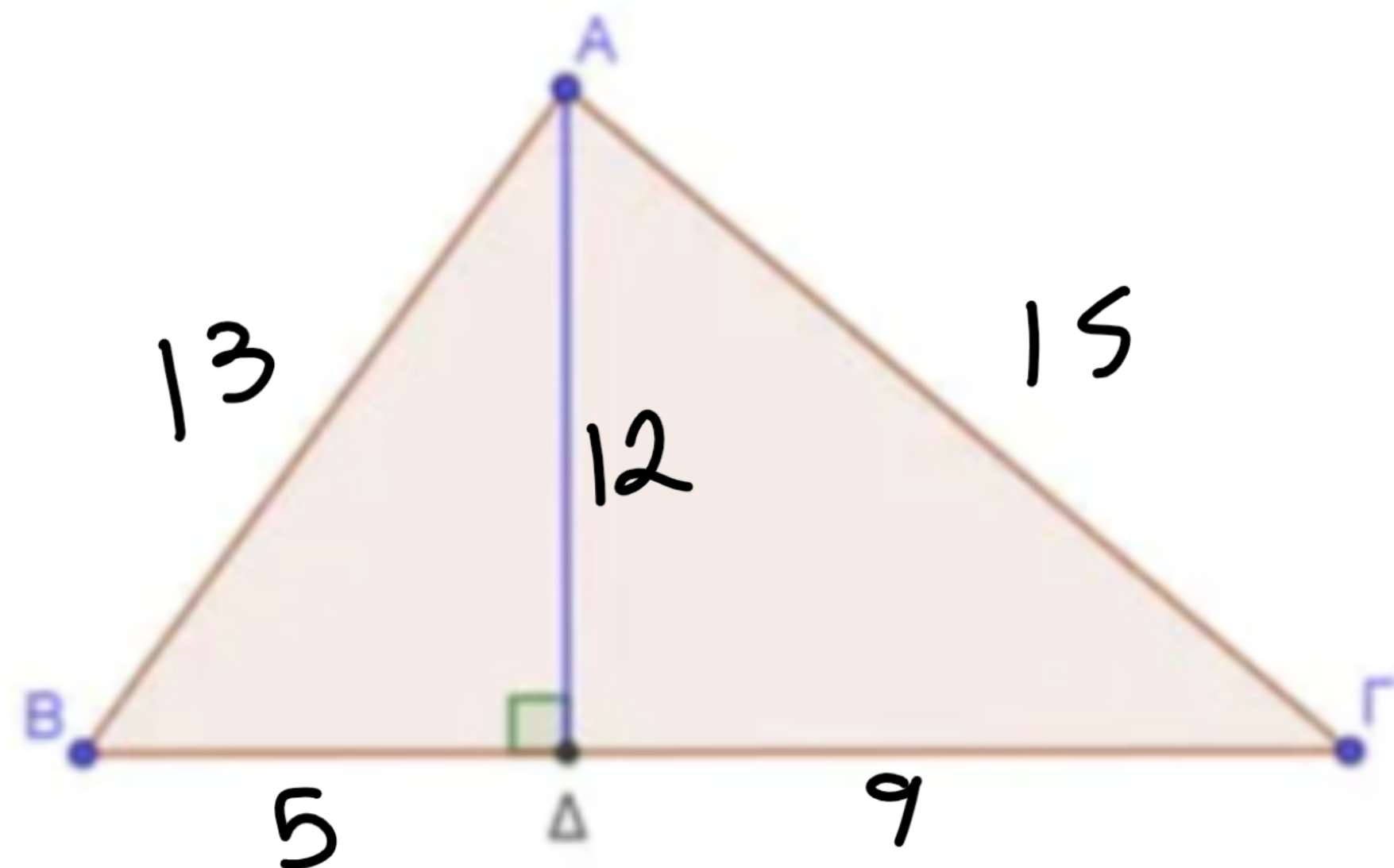
$$BE^2 + 36 = 100$$

$$BE^2 = 100 - 36$$

$$BE^2 = 64$$

$$BE = 8$$

2. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του παρακάτω τριγώνου $AB\Gamma$ που έχει $AB = 13\text{cm}$, $A\Gamma = 15\text{cm}$ και $AD = 12\text{cm}$.



Στο $\triangle ABD$ ανω Π.Θ. έχω

$$AB^2 = BD^2 + AD^2$$

$$13^2 = BD^2 + 12^2$$

$$169 = BD^2 + 144$$

$$169 - 144 = BD^2$$

$$25 = BD^2$$

$$5 = BD$$

$$\begin{aligned} \Pi &= 13 + 5 + 9 + 15 \\ &= 42 \text{ cm} \end{aligned}$$

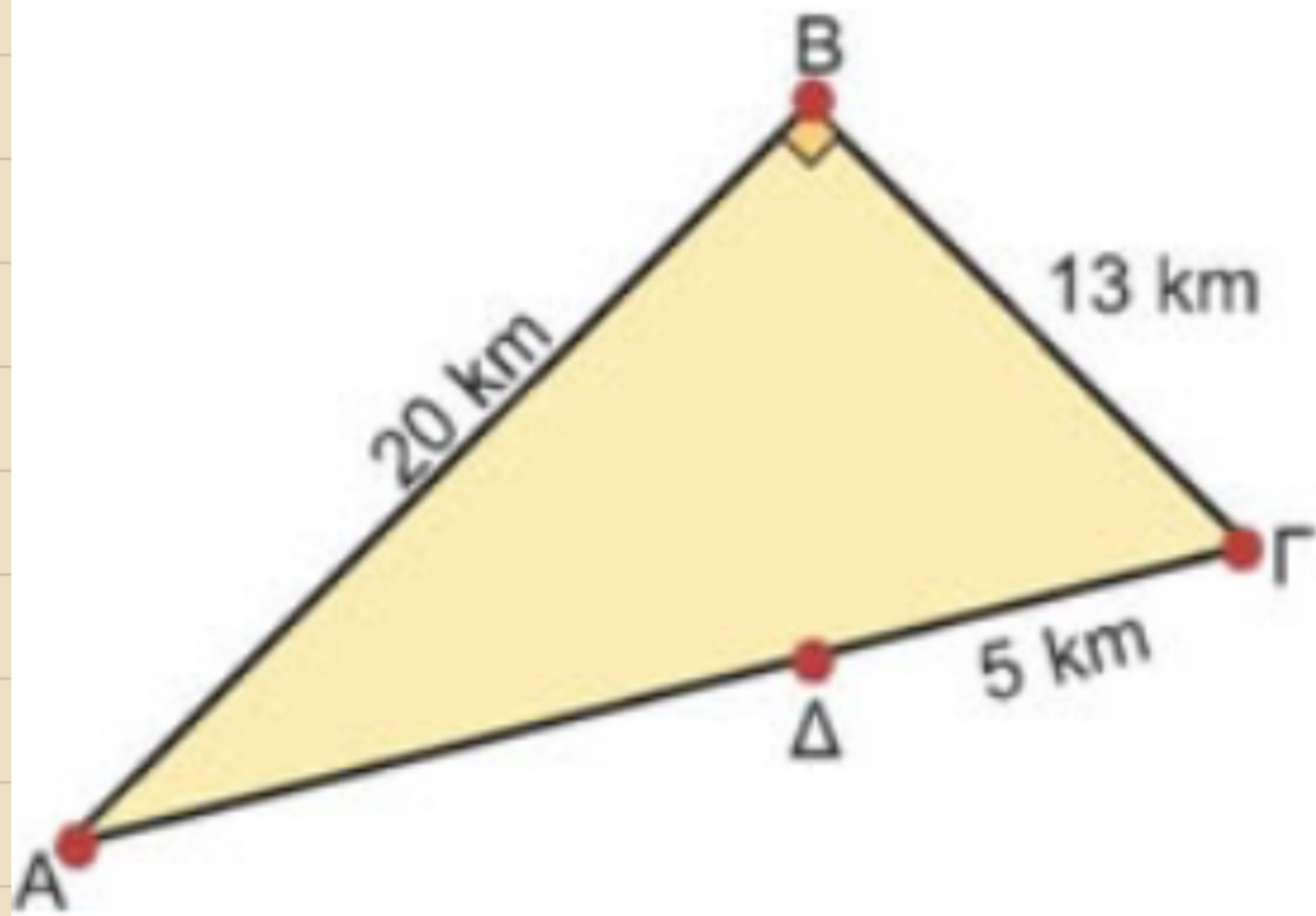
$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{14 \cdot 12}{2} = 7 \cdot 12 = \\ &= 84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Στο $\triangle A\Delta\Gamma$ ανω Π.Θ. έχω

$$\left. \begin{aligned} A\Gamma^2 &= AD^2 + \Delta\Gamma^2 \\ 15^2 &= 12^2 + \Delta\Gamma^2 \\ 225 &= 144 + \Delta\Gamma^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 225 - 144 &= \Delta\Gamma^2 \\ 81 &= \Delta\Gamma^2 \\ 9 &= \Delta\Gamma \end{aligned}$$

Πρόβλημα 1

Κατά τη μετακίνηση από την πόλη Α στην πόλη Β, μετά στο χωριό Γ και από το χωριό Γ στο χωριό Δ, ο μετρητής του αυτοκινήτου κατέγραψε τις αποστάσεις $AB = 20 \text{ km}$, $B\Gamma = 13 \text{ km}$ και $\Gamma\Delta = 5 \text{ km}$. Ποια είναι η απόσταση από το χωριό Δ στην πόλη Α;



$$\Delta A = ;$$

Στο $\triangle AB\Gamma$ αν
π.δ. έχω

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2$$

$$A\Gamma^2 = 20^2 + 13^2$$

$$A\Gamma^2 = 400 + 169$$

$$A\Gamma^2 = 569$$

$$A\Gamma = \sqrt{569}$$