

§ Πυνά-εις απειραιων

($\pi \cdot x \equiv 1$)

$$\cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$\cdot (-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$$

$$\cdot x^3 = x \cdot x \cdot x$$

$$\cdot x^v = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_{v - \text{πόρες}}$$

$$\cdot x^1 = x$$

► Ιδιότητες Δυνάμεων

$$1) a^v \cdot a^h = a^{v+h}$$

$$\stackrel{n.x}{=} 2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$(2^3 \cdot 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8)$$

$$2) a^v : a^h = a^{v-h}$$

$$\stackrel{n.x}{=} 2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$$

$$(2^5 : 2^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^2)$$

$$3) (a^v)^h = a^{v \cdot h}$$

$$\stackrel{n.x}{=} (2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

$$(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$$

ε' Διότι - Α' συλλαβή

✓ → βραχύς

α → πηλίς

n.x

$$(0,5)^2 = 0,25$$

$$(-3)^2 = 9 \quad / \quad -3^2 = -9$$

$$(-2)^3 = -8 \quad / \quad -2^3 = -8$$

Β' - γ' συλλαβή

✓ → ανέπαυς

α → πηλίς $\neq 0$

n.x

$$2^{-3}$$

Α' αριθμός

✓ → πηλίς

α → α>0

n.x

$$2^{3/5}$$

Β' αριθμός

✓ → ανέπαυς

α → α>0 n.x $2^{\sqrt{3}}$

$$4) \quad a^{\vee} \cdot b^{\vee} = (a \cdot b)^{\vee} \quad \underline{\underline{n.x}} \quad (2 \cdot x)^2 = 2^2 \cdot x^2 = 4x^2$$

$$5) \quad a^{\vee} : b^{\vee} = (a : b)^{\vee} \quad \underline{\underline{n.x}} \quad \left(\frac{2}{x}\right)^3 = \frac{2^3}{x^3} = \frac{8}{x}$$

$$6) \quad \text{!} (a \pm b)^{\vee} \neq a^{\vee} \pm b^{\vee} \quad \text{!}$$

2.

Βρες με ποιο στοιχείο της 2ης και της 3ης γραμμής αντίστοιχα είναι ίσο κάθε στοιχείο της 1ης γραμμής του παρακάτω πίνακα.

(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)	(ς)		
$3 + 5^2$	$(3 + 5)^2$	$3 \cdot 5^2$	$(3 \cdot 5)^2$	$3 - 5^2$	$(3 - 5)^2$	$\frac{3^2}{5}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2$
Διαφορά των 3 και 5^2	Άθροισμα των 3 και 5^2	Γινόμενο των 3 και 5^2	Πηλίκο των 3^2 και 5	Τετράγωνο της διαφοράς 3 πλην 5	Τετράγωνο του πηλίκου 3 δια 5	Τετράγωνο του αθροίσματος 3 και 5	Τετράγωνο του γινομένου 3 επί 5
75	4	28	64	0,36	225	1,8	-22
(γ)	(ς)	(α)	(δ)		(δ)		(ε)

$$\Rightarrow \frac{a^v}{a^h} = a^{v-h}$$

$$\underline{\underline{\text{ex}}} \quad \frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$$

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow 2^{3-5} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

apc

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v}$$

$$\underline{\underline{\text{ex}}} \quad 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\cdot a^h \cdot a^v = a^{h+v}$$

$$\underline{\underline{n.x}} \quad x^7 \cdot x^3 = x^{7+3} = x^{10}$$

$$\cdot a^h : a^v = a^{h-v}$$

$$\underline{\underline{n.x}} \quad x^4 : x^5 = x^{4-5} = x^{-1}$$

$$\cdot (a^h)^v = a^{h \cdot v}$$

$$\underline{\underline{n.x}} \quad (x^3)^5 = x^{3 \cdot 5} = x^{15}$$

$$a^v \cdot b^v = (ab)^v$$

$$7^3 \cdot 4^3 = (7 \cdot 4)^3 = 28^3$$

n.x

$$\frac{a^v}{b^v} = \left(\frac{a}{b}\right)^v$$

$$\underline{\underline{n.x}} \quad \frac{2^5}{3^5} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

Να κάνετε τις πράξεις :

$$1. (-1)^1 + (-1)^{-2} + (-1)^{-3} + (-1)^4 + (-1)^5 = -1 + \frac{1}{(-1)^2} + \frac{1}{(-1)^3} + 1 - 1 = \cancel{1} + \cancel{1} - \cancel{1} + \cancel{1} = -1$$

$$2. 1^{15} \cdot 1^{16} \cdot 1^{17} = 1^{15+16+17} = 1^{48} = 1$$

$$3. 1^{15} - 2^2 \cdot 3^2 = 1 - 4 \cdot 9 = 1 - 36 = -35$$

$$4. 3^3 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-5} \cdot 2^7 = 3^3 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3^5} \cdot 2^7 = \frac{3^3 \cdot 2^7}{2^3 \cdot 3^5} = 3^{3-5} \cdot 2^{7-3} = 3^{-2} \cdot 2^4 = \frac{2^4}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$$5. (-2)^3 \cdot (-2)^2 \cdot (-2) = (-2)^{3+2+1} = (-2)^6 = 64$$

$$6. \frac{4^2 \cdot 2^{-7} \cdot 7^{10}}{7^{10} \cdot 5^2 \cdot 4^{-3} \cdot 2^5} =$$

$$\boxed{a^{-v} = \frac{1}{a^v}}$$

3.

Υπολόγισε τις τιμές των παραστάσεων: $A = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5$, $B = 32 \cdot 5^4 - 25 \cdot 4^5 + 87,5 \cdot 4^3$,
 $\Gamma = -\frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3}$

$$A = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 \quad \begin{array}{l} \text{n.x} \\ (-2)^5 = -2^5 \\ (-3)^6 = 3^6 \end{array}$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 - 1 = -1$$

Σχόλιο:

Αν έχω το $(-a)^n$ τότε:

• αν n είναι άρτιος $(2, 4, 6, \dots)$ τότε $(-a)^n = a^n$

• αν n είναι περιττός $(1, 3, 5, \dots)$ τότε $(-a)^n = -a^n$

$$\cdot a^v \cdot a^k = a^{v+k}$$

$$\cdot a^v : a^k = a^{v-k}$$

$$\cdot (a^v)^k = a^{v \cdot k}$$

$$\cdot (a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v$$

$$\cdot (a : b)^v = a^v : b^v$$

$$\frac{5^3}{5^3} = 1$$

$$5^{33} = 5^0$$

$$\cdot a^{-v} = \frac{1}{a^v}$$

$$a^0 = 1$$

$$, a \neq 0$$

$$\text{ex} \quad (-2)^0 = 1, \quad 5^0 = 1$$

$$(1850)^0 = 1$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{-v} = \left(\frac{b}{a} \right)^v$$

Να κάνετε τις πράξεις :

1. $(-1)^1 + (-1)^{-2} + (-1)^{-3} + (-1)^4 + (-1)^5$

2. $1^{15} \cdot 1^{16} \cdot 1^{17}$

3. $1^{15} - 2^2 \cdot 3^2$

4. $3^3 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-5} \cdot 2^7$

5. $(-2)^3 \cdot (-2)^2 \cdot (-2)$

6. $\frac{4^2 \cdot 2^{-7} \cdot 7^{10}}{7^{10} \cdot 5^2 \cdot 4^{-3} \cdot 2^5} = \frac{4^{2-(-3)} \cdot 2^{-7-5} \cdot 7^{10-10}}{5^2} = \frac{4^5 \cdot 2^{-12} \cdot 1}{5^2} = \frac{4^5}{5^2 \cdot 2^{12}}$

$\frac{4^5 \cdot 2^{-12} \cdot 1}{5^2} = \frac{4^5}{5^2 \cdot 2^{12}}$