

Το τριώνυμο $ax^2+bx+c, a \neq 0$

Διακρινούσα	$ax^2+bx+c=0$	Παραγοντοποίηση	Πρόσημο																				
$\Delta > 0$	Δύο ανιστές ρίζες-λύσεις $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$	$a > 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table> $a < 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	ax^2+bx+c		+	-	+	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	ax^2+bx+c		-	+	-
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																			
ax^2+bx+c		+	-	+																			
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																			
ax^2+bx+c		-	+	-																			
$\Delta = 0$ (κρύβεται ταυτότητα)	Μία διπλή ρίζα-λύση $x_0 = -\frac{b}{2a}$	$ax^2+bx+c = a(x-x_0)^2 = a(x+\frac{b}{2a})^2$	$a > 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> </table> $a < 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	ax^2+bx+c		+	+	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	ax^2+bx+c		-	-				
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																				
ax^2+bx+c		+	+																				
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																				
ax^2+bx+c		-	-																				
$\Delta < 0$	Αδύνατον στο $\mathbb{R}$	Δεν παραγοντοποιείται	$a > 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>+</td> </tr> </table> $a < 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>ax^2+bx+c</td> <td></td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	ax^2+bx+c		+	x	$-\infty$	$+\infty$	ax^2+bx+c		-								
x	$-\infty$	$+\infty$																					
ax^2+bx+c		+																					
x	$-\infty$	$+\infty$																					
ax^2+bx+c		-																					

Να βρείτε για το παρακάτω τριώνυμο ρίζες, παραγοντοποίηση, πρόσημο

ΟΤΑΝ $\Delta > 0$

πλ 1 $3x^2+5x-8$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = b^2-4ac = 5^2-4 \cdot 3 \cdot (-8) = 25+96 = 121 > 0$

αρα έχει δύο ανιστές ρίζες $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm 11}{6}$

αρα $x_1 = 1$ και $x_2 = -\frac{8}{3}$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ: $3x^2+5x-8 = 3(x-1) \cdot (x+\frac{8}{3})$

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$-8/3$	1	$+\infty$
$3x^2+5x-8$		$+$	$-$	$+$

αρα $3x^2+5x-8 > 0$ για $x \in (-\infty, -\frac{8}{3}) \cup (1, +\infty)$

$3x^2+5x-8 < 0$ για $x \in (-\frac{8}{3}, 1)$

ΟΤΑΝ $\Delta = 0$

πλ 3 $4x^2+4x+1$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = b^2-4ac = 4^2-4 \cdot 4 \cdot 1 = 16-16 = 0$

αρα έχει μία διπλή ρίζα $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ: $4x^2+4x+1 = 4(x+\frac{1}{2})^2$

ο έλεγχος: $4x^2+4x+1 = (2x+1)^2$

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$4x^2+4x+1$		$+$	$+$

αρα $4x^2+4x+1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ΟΤΑΝ $\Delta < 0$

πλ 5 $x^2+3x+10$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = b^2-4ac = 3^2-4 \cdot 1 \cdot 10 = 9-40 = -31 < 0$

αρα η εξίσωση είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$

ΔΕΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2+3x+10$		$+$

αρα $x^2+3x+10 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

πλ 2 $-3x^2-5x+8$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = (-5)^2-4 \cdot (-3) \cdot 8 = 25+96 = 121 > 0$

αρα δύο ανιστές ρίζες $x_1 = 1$ και $x_2 = -\frac{8}{3}$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ: $-3x^2-5x+8 = -3(x-1)(x+\frac{8}{3})$

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$-8/3$	1	$+\infty$
$-3x^2-5x+8$		$-$	$+$	$-$

αρα $-3x^2-5x+8 > 0$ για $x \in (-\frac{8}{3}, 1)$

$-3x^2-5x+8 < 0$ για $x \in (-\infty, -\frac{8}{3}) \cup (1, +\infty)$

πλ 4 $-9x^2+12x-4$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = b^2-4ac = 12^2-4 \cdot (-9) \cdot (-4) = 144-144 = 0$

αρα έχει μία διπλή ρίζα $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{-18} = \frac{2}{3}$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ: $-9x^2+12x-4 = -9(x-\frac{2}{3})^2$

ο έλεγχος: $-9x^2+12x-4 = -(3x-2)^2$

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$2/3$	$+\infty$
$-9x^2+12x-4$		$-$	$-$

αρα $-9x^2+12x-4 \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

πλ 6 $-x^2+x-5$

ΠΙΣΕΣ: $\Delta = b^2-4ac = 1^2-4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -19 < 0$

αρα η εξίσωση είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$

ΔΕΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

ΠΡΟΣΗΜΟ:

x	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2+x-5$		$-$

αρα $-x^2+x-5 < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$