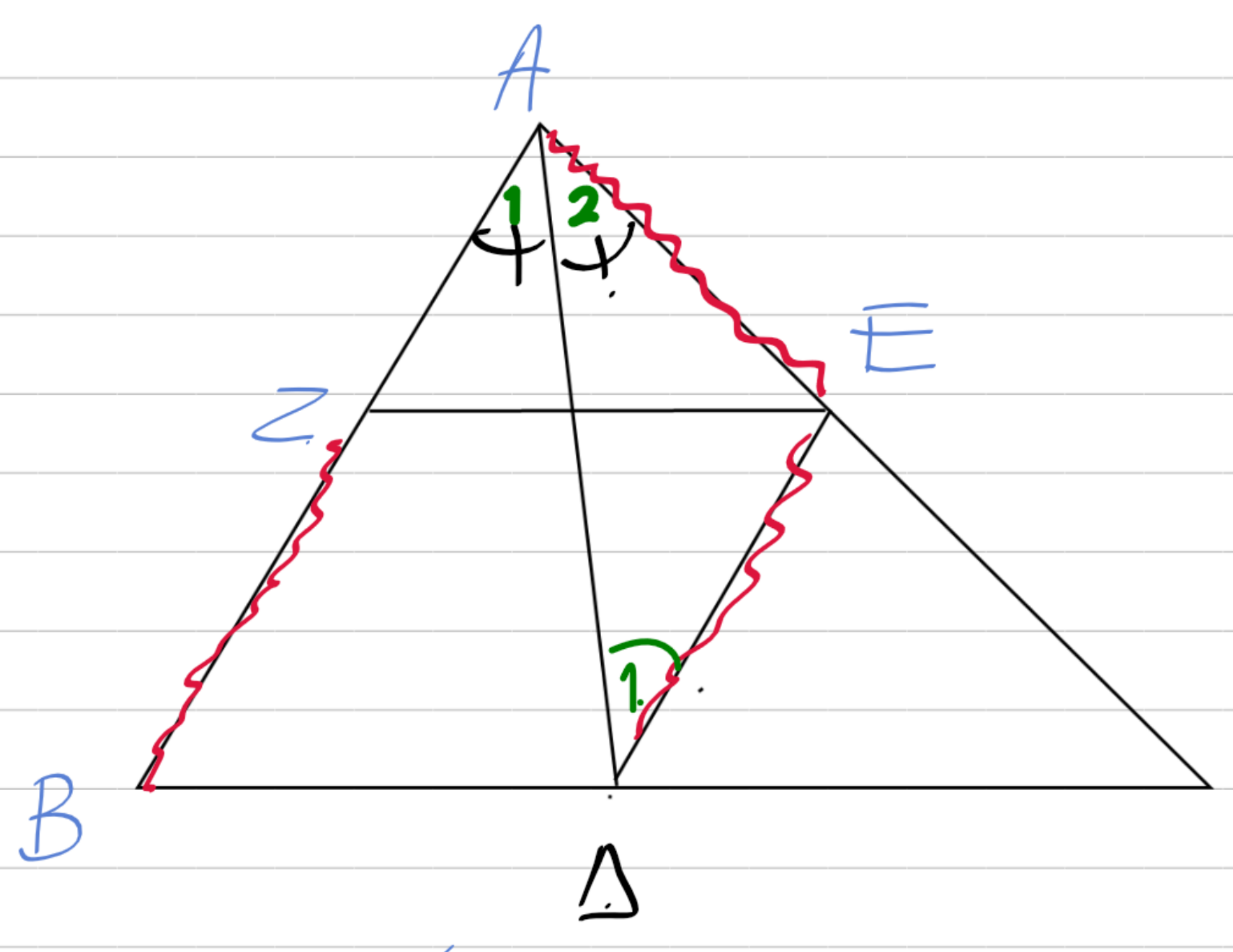


4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του AD . Η παράλληλη από το Δ προς την AB τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Αν η παράλληλη από το E προς τη $B\Gamma$ τέμνει την AB στο Z , να αποδείξετε ότι $AE = BZ$.



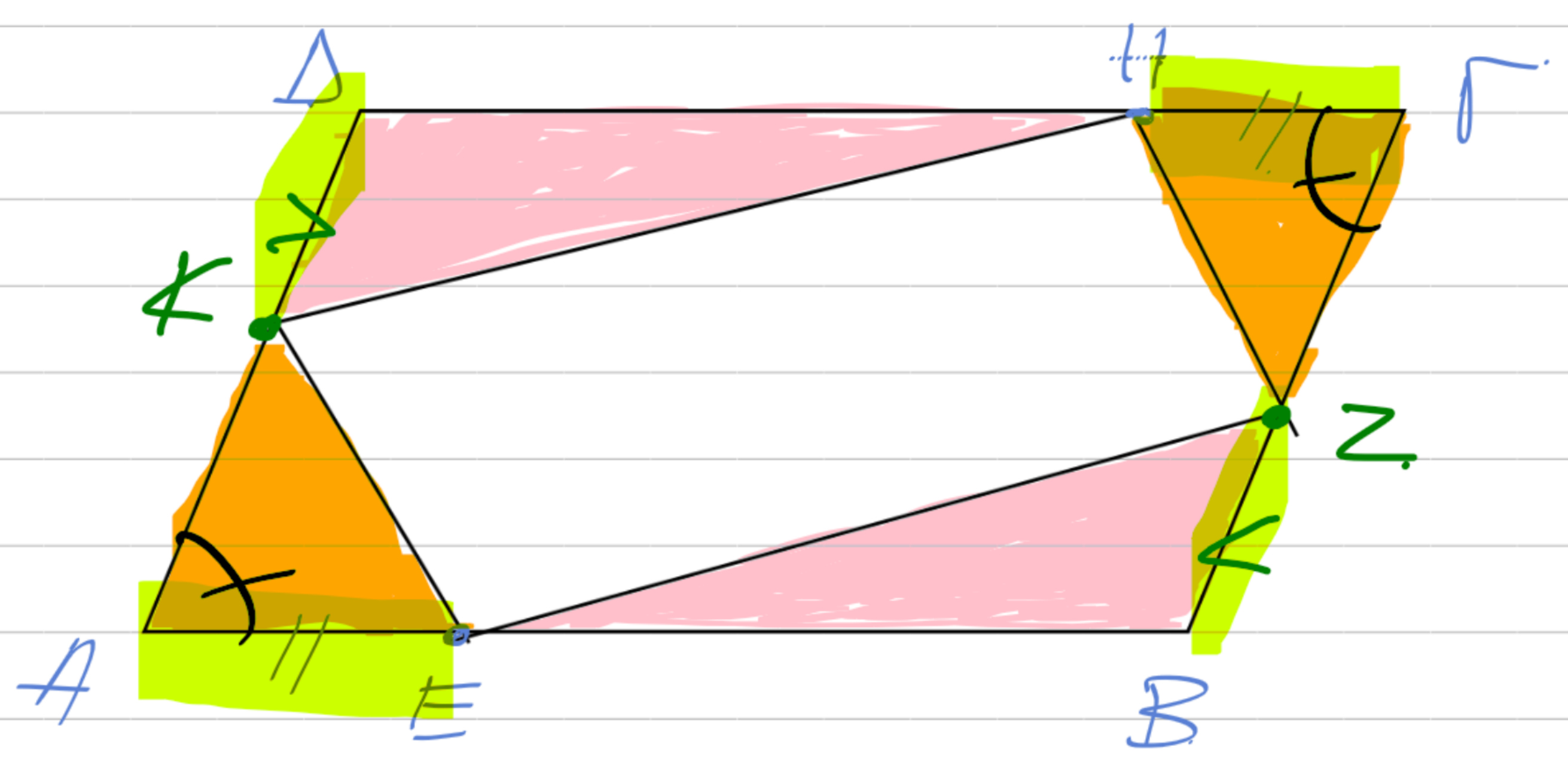
$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ αφού AD διχοτόμος

Αφού $ZE \parallel BD$ και $ED \parallel BZ$.
το $BZED$ είναι παρ/φο άρα
 $BZ = DE$ και $ZE = BD$

Αρκεί να δείξω ότι $AE = ED$
δηλαδή αρκεί να δείξω ότι
το $A\hat{E}D$ ισοσκελές. Ομως
 $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ως εντός εναλλάξ και $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
αφού AD διχοτόμος οπότε $\hat{A}_2 = \hat{B}_1$
δηλαδή $A\hat{E}D$ ισοσκελές.

Σύνθετα θέματα (6εσ.105)

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E, Z, H και K των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και AD αντίστοιχα, ώστε $AE = \Gamma H$ και $BZ = \Delta K$. Να αποδείξετε ότι
i) το τετράπλευρο $EZH\kappa$ είναι παραλληλόγραμμο,
ii) οι $A\Gamma, B\Delta, EH$ και KZ συντρέχουν.



(i) Συγκρίνω $\triangle KAE, \triangle H\Gamma Z$

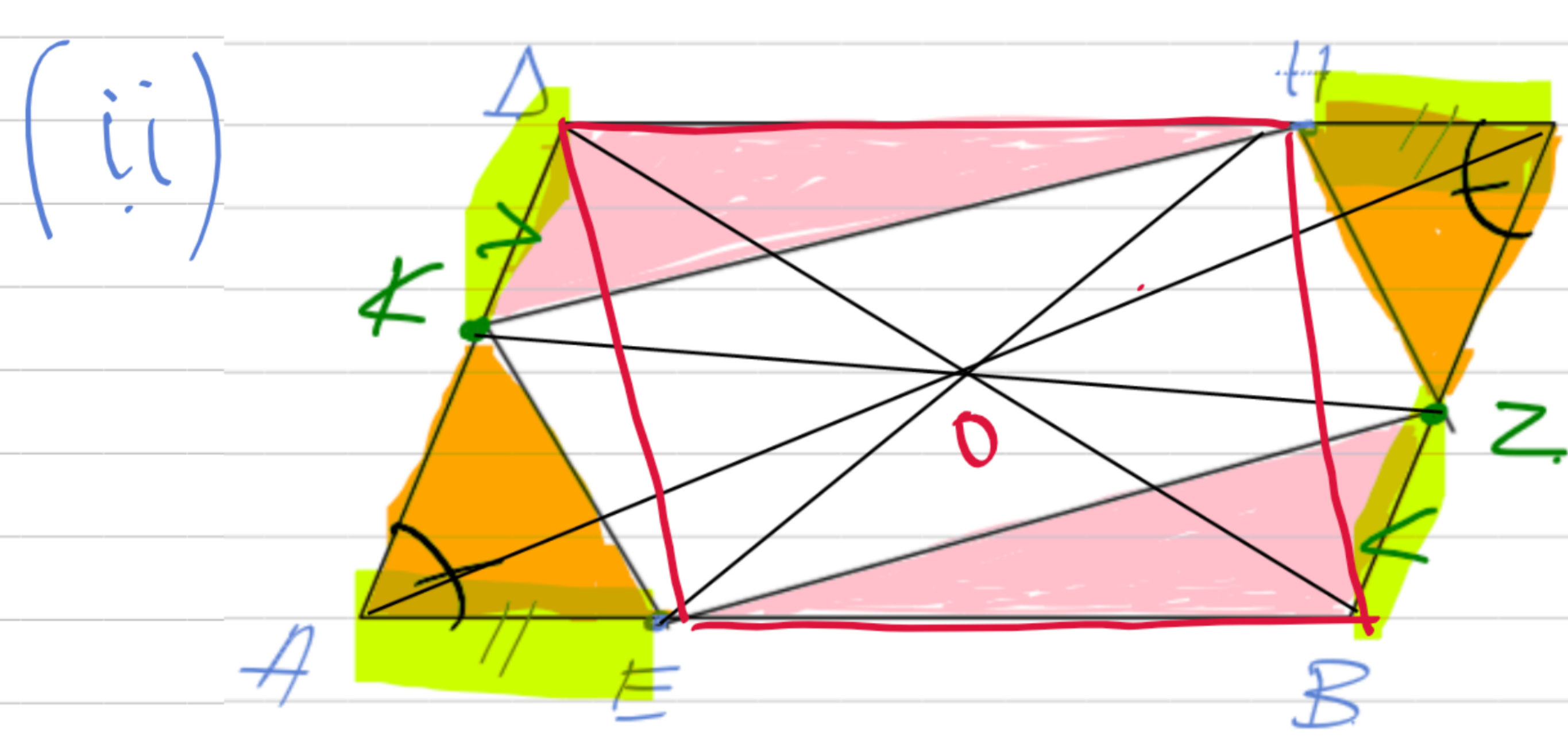
- $AE = \Gamma H$
- $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ ($AB\Gamma\Delta \#$)
- $KA = \Gamma Z$ (ως διαφορά ίσων πλευρών $AK = AD - DK = B\Gamma - BZ = \Gamma Z$)

Άρα $\triangle KAE = \triangle H\Gamma Z$ (αφού $AK = H\Gamma Z$)

Συγκρίνω $\triangle H\kappa E, \triangle BZ$

- $\Delta H = EB$ ($\Delta H = \Delta\Gamma - \Gamma H = AB - AE = EB$)
 - $\Delta K = ZB$
 - $\hat{K} = \hat{B}$ (αντίστοιχες γωνίες παρ/φου)
- αφού $\triangle K\kappa H = \triangle EBZ$
αφού $KH = EZ$ (2)

Αφού $K\kappa = HZ$ και $KH = EZ$ τότε $K\kappa ZH \#$



Νό $A\Gamma, B\Delta, EH, KZ$
συντρέχουν δηλαδή
όλες διέρχονται από το
ίδιο σημείο

$A\Gamma$ και $B\Delta$ (συντρέχουν στο O ως διαγώνιες $AB\Gamma\Delta$)
 KZ και EH (συντρέχουν ως διαγώνιες $K\kappa ZH$)

γιατί και αυτές συντρέχουν στο O ?

το $\Delta EBH \#$ αφού $\Delta H \parallel EB$ άρα.

$B\Delta$ και H EH συντρέχουν στο O

Άρα όλες συντρέχουν στο O