

2. Ροπή δύναμης - Ισορροπία στερεού σώματος

Ερωτήσεις Θεωρίας

Θ2.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Το φυσικό μέγεθος το οποίο περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα ονομάζεταιτης..... και συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα ...
- β. Ροπή δύναμης F , ως προς άξονα περιστροφής ονομάζεται τομέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της επί την απόσταση της δύναμης από τον περιστροφής.
- γ. Η ροπή έχει τη διεύθυνση του και η φορά της δίνεται από τον κανόνα του κοχλία.
- δ. Μονάδα μέτρησης της ροπής είναι το 1.....
- ε. Αν η δύναμη F δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, η ροπή της είναι ίση με τη ροπή που δημιουργεί η της που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο.

Θ2.2 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Στις περιπτώσεις που δεν υπάρχει σταθερός άξονας περιστροφής χρησιμοποιείται η έννοια της ροπής δύναμης ως προς
- β. Ροπή δύναμης F , ως προς σημείο O ονομάζεται τομέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της επί την απόσταση της δύναμης από το Σημείο O .
- γ. Αν σε ένα σώμα ελεύθερο να κινηθεί ασκηθεί δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας το σώμα θα εκτελέσει μόνο κίνηση.
- δ. Αν ο φορέας της δύναμης δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας το σώμα θα εκτελέσει μαζί και κίνηση.

Θ2.3 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Δύο δυνάμεις F_1, F_2 μεμέτρα που στρέφουν το σώμα κατά την ίδια, αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.
- β. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναιως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
- γ. Αν το ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δυνάμεις μέτρου F των οποίων οι φορείς απέχουν απόσταση d , το μέτρο της ροπής του ζεύγους είναι ίσο με, $\tau=.....$
- δ. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις θα πρέπει η συνισταμένη δύναμη να είναι και το αλγεβρικό άθροισμα των ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι

Θ2.4 Δώστε σύντομη αιτιολογημένη απάντηση στις ερωτήσεις που ακολουθούν:

- α. Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων είναι πιο αποτελεσματική από τη ροπή μιας δύναμης προκειμένου να βιδώσουμε μια βίδα;
- β. Γιατί τα φορτηγά έχουν τιμόνι μεγάλης διαμέτρου;
- γ. Αν θέλουμε να ξεβιδώσουμε μια πολύ σφιγμένη βίδα με παξιμάδι θα χρησιμοποιήσουμε κλειδί μικρού ή μεγάλου μήκους;
- δ. Αν πρόκειται να ξεβιδώσουμε μια βίδα με κλειδί ορισμένου μήκους τι πρέπει να κάνουμε ώστε η ροπή που θα ασκήσουμε να είναι η μεγαλύτερη δυνατή;
- ε. Αν ένα σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση 3 δυνάμεων θα πρέπει οι φορείς αυτών να διέρχονται από το ίδιο σημείο.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A2.1 Μια δύναμη $\vec{F}$ έχει απόσταση d από ένα σημείο O . Η ροπή της δύναμης, ως προς το O είναι

- α. μονόμετρο μέγεθος ίσο με $\tau = F \cdot d$.
- β. διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F \cdot d$, σημείο εφαρμογής ίδιο με της δύναμης F , διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν η F και η d και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου.
- γ. διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F \cdot d$, σημείο εφαρμογής το σημείο O , διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν η F και η d και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου.
- δ. κανένα από τα παραπάνω.

A2.2 Η ροπή δύναμης ως προς άξονα είναι

- α. μηδέν, αν ο φορέας της δύναμης δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα.
- β. μέγιστη, αν ο άξονας είναι παράλληλος με το φορέα της δύναμης.
- γ. μηδέν, αν ο φορέας της δύναμης τέμνει τον άξονα.
- δ. μηδέν μόνο αν ο φορέας της δύναμης τέμνει κάθετα τον άξονα.

A2.3 Η ροπή δύναμης περιγράφει την ικανότητα

- α. ενός σώματος να στρέφεται.
- β. μιας δύναμης να στρέφεται.
- γ. μιας δύναμης να μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της.
- δ. μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα.

A2.4 Δύναμη F ασκείται σε σώμα που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.

- α. Αν ο φορέας της δύναμης περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει μόνο στροφική κίνηση.
- β. Αν ο φορέας της δύναμης δεν περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει μόνο στροφική κίνηση.
- γ. Αν ο φορέας της δύναμης δεν περνά από το κέντρο μάζας το σώμα κάνει στροφική και μεταφορική κίνηση.
- δ. Αν ο φορέας της δύναμης περνά από το κέντρο μάζας, το σώμα ισορροπεί.

A2.5 Αν η δύναμη F δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, η ροπή της είναι

- α. ίση με τη ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα της που βρίσκεται πάνω στο κάθετο επίπεδο.
- β. ίση με το μηδέν
- γ. ίση με τη ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα της που διέρχεται από τον άξονα περιστροφής.
- δ. αδύνατον να υπολογιστεί.

! A2.6 Ένα ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δύο

- α. αντίθετες δυνάμεις.
- β. ίσες δυνάμεις με παράλληλους φορείς.
- γ. δυνάμεις με ίσα μέτρα, αντίθετη κατεύθυνση και παράλληλους φορείς.
- δ. δυνάμεις με ίσα μέτρα και με συνολική ροπή μηδέν.

A2.7 Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων, $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ των οποίων οι φορείς απέχουν απόσταση d :

- α. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F_1 \cdot d$ και διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των δυνάμεων.
- β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου του επιπέδου τους ως προς το οποίο υπολογίζεται.

- γ. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $F_1 \cdot d$ και φορέα πάνω στο επίπεδο των δυνάμεων.
 δ. είναι διανυσματικό μέγεθος με μέτρο $(F_1 + F_2) \cdot d$ και διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των δυνάμεων.

A2.8 Όταν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς άξονα είναι ίση με

- α. μηδέν.
 β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς τον ίδιο άξονα.
 γ. το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς τον ίδιο άξονα.
 δ. κανένα από τα παραπάνω.

! A2.9 Ικανή και αναγκαία συνθήκη για να ισορροπεί ένα σώμα είναι

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν.
 β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν.
 γ. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το κέντρο μάζας να είναι μηδέν.
 δ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν.

! A2.10 Στερεό σώμα είναι αρχικά ακίνητο. Να αντιστοιχήσετε τις κινήσεις της αριστερής στήλης με τις συνθήκες της δεξιάς:

- | | |
|--------------------------------|--|
| α. Ισορροπία | 1. $\vec{\Sigma F} = 0, \Sigma \tau \neq 0$ |
| β. Μόνο μεταφορική | 2. $\vec{\Sigma F} \neq 0, \Sigma \tau = 0$ |
| γ. Μόνο περιστροφική | 3. $\vec{\Sigma F} \neq 0, \Sigma \tau \neq 0$ |
| δ. Μεταφορική και περιστροφική | 4. $\vec{\Sigma F} = 0, \Sigma \tau = 0$ |

A2.11 Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές;

Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας τότε

- α. δεν δέχεται καμία δύναμη.
 β. η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.
 γ. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς κάθε σημείο είναι μηδέν.
 δ. η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής είναι διάφορη του μηδενός.

A2.12 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στο ζεύγος δυνάμεων είναι σωστές;

- α. Δύο οποιοσδήποτε αντίρροπες δυνάμεις που δρουν στο ίδιο σώμα μπορούν να αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.
 β. Η ροπή ζεύγους έχει μέτρο $\tau = F \cdot d$, όπου F το μέτρο της κάθε δύναμης του ζεύγους και d η απόσταση των φορέων τους.
 γ. Το διάνυσμα της ροπής του ζεύγους βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με τις δυνάμεις του ζεύγους.
 δ. Το μέτρο της ροπής ενός ζεύγους δυνάμεων δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του σώματος.
 ε. Το διάνυσμα της ροπής του ζεύγους βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο που βρίσκονται οι δύο δυνάμεις του ζεύγους.

A2.13 Στερεό σώμα, που αρχικά ηρεμεί, δέχεται τη δράση δύο μόνο δυνάμεων που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία αυτού. Για να ισορροπεί πρέπει οι δύο δυνάμεις να έχουν

- α. ίσα μέτρα, ίδιο φορέα και ίδια φορά.

- β. ίσα μέτρα, διαφορετικό φορέα και αντίθετη φορά.
- γ. ίδιο φορέα και αντίθετη φορά.
- δ. ίσα μέτρα, ίδιο φορέα και αντίθετη φορά

A2.14 Στερεό σώμα μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Το σώμα που αρχικά ηρεμεί, δέχεται τη δράση δύο μόνο δυνάμεων που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία αυτού. Για να μην περιστρέφεται πρέπει οι δύο δυνάμεις να έχουν:

- α. Παράλληλους φορείς β. Ίσες ροπές γ. Ίσα μέτρα δ. Αντίθετες ροπές

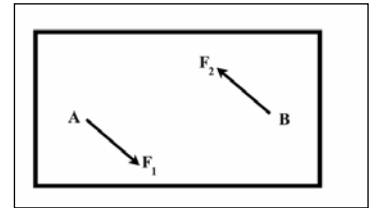
A2.15 Στο διπλανό σχήμα ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων στην ορθογώνια πλάκα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

α. Αν μετακινήσουμε τις δυνάμεις παράλληλα με τον εαυτό τους χωρίς να αλλάξουμε τη μεταξύ τους απόσταση, η ροπή ζεύγους θα μείνει σταθερή.

β. Αν αντιστρέψουμε τη φορά των δυνάμεων η ροπή του ζεύγους θα μείνει σταθερή.

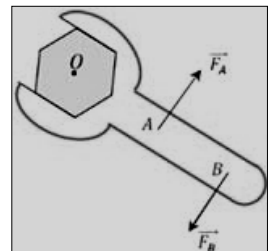
γ. Αν διπλασιάσουμε την απόσταση των δυνάμεων η ροπή ζεύγους θα διπλασιαστεί.

δ. Είναι αδύνατον να υπολογίσουμε τη ροπή ζεύγους χωρίς να ορίσουμε άξονα περιστροφής.



A2.16 Ασκώντας ένα ζεύγος δυνάμεων στο κλειδί του σχήματος προκαλούμε την περιστροφή της βίδας. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο και των δύο δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους

- α. διπλασιάζεται,
- β. υποδιπλασιάζεται,
- γ. τετραπλασιάζεται,
- δ. παραμένει σταθερή.



! A2.17 Σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών ομοεπίπεδων μη παράλληλων δυνάμεων. Τότε

- α. τα μέτρα των δυνάμεων είναι ίσα,
- β. οι φορείς τους διέρχονται από το ίδιο σημείο,
- γ. δύο από αυτές πρέπει να είναι αντίθετες,
- δ. πρέπει να έχουν τον ίδιο φορέα

E2.18 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

α. Η ροπή μιας δύναμης της οποίας ο φορέας τέμνει τον άξονα περιστροφής του σώματος είναι μηδέν ως προς τον άξονα αυτόν.

β. Αν σε ένα ακίνητο σώμα που διαθέτει σταθερό άξονα περιστροφής ασκείται μια δύναμη, τότε είναι σίγουρο ότι θα περιστρέφεται.

γ. Όσο πλησιέστερα στον άξονα περιστροφής ενός σώματος ασκήσουμε μια δύναμη τόσο ευκολότερο είναι να το περιστρέψουμε.

δ. Η ροπή μιας δύναμης περιγράφει την ικανότητα της δύναμης να περιστρέψει ένα στερεό.

στ. Δύο αντίθετες δυνάμεις και παράλληλους φορείς αποτελούν ζεύγος.

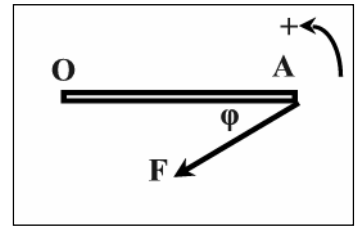
ε. Σε σώμα που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα ασκούνται δυνάμεις που έχουν συνισταμένη μηδέν. Τότε είναι αδύνατο να περιστρέφεται.

στ. Όταν ένα ελεύθερο στερεό σώμα μεταφέρεται χωρίς να περιστρέφεται τότε σίγουρα το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.

ΘΕΜΑΤΑ Β

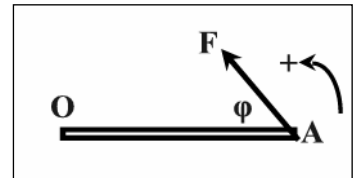
B2.1 Η ράβδος OA, μήκους L, μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο O και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν η ράβδος και η δύναμη, F. Η ροπή της δύναμης ως προς αυτόν τον άξονα είναι:

- α. 0 β. $F \cdot L \cdot \eta \mu \varphi$ γ. $-F \cdot L \cdot \eta \mu \varphi$ δ. $-F \cdot L \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi$



B2.2 Η ράβδος OA, μήκους L, μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο O και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν η ράβδος και η δύναμη, F. Το μέτρο της ροπής της δύναμης ως προς το σημείο O γίνεται μέγιστο όταν

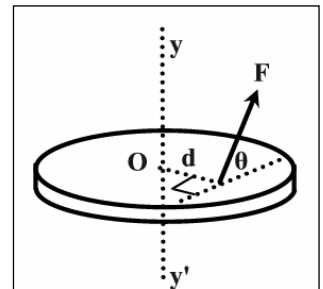
- α. ο φορέας της δύναμης είναι κάθετος στη ράβδο,
β. ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος προς τη ράβδο,
γ. ο φορέας της δύναμης σχηματίζει γωνία 45° με τη ράβδο.



B2.3 Το μέτρο της ροπής της δύναμης F ως προς τον άξονα yy' ισούται με:

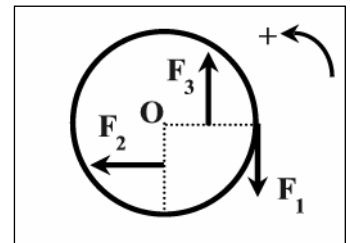
- α. 0 β. $F \cdot d$ γ. $F \cdot d \cdot \sigma \upsilon \nu \theta$ δ. $F \cdot d \cdot \eta \mu \theta$

όπου d η απόσταση του σημείου εφαρμογής της δύναμης από το κέντρο του τροχού, O. Ο φορέας της δύναμης δεν βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια του τροχού, αλλά σχηματίζει γωνία θ με αυτήν.



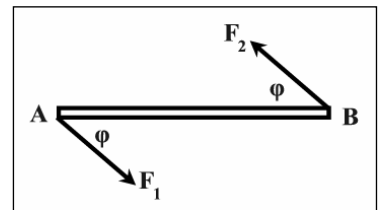
B2.4 Οι δυνάμεις F_1 , F_2 , F_3 έχουν μέτρα ίσα με F, ο δίσκος έχει ακτίνα R και τα σημεία εφαρμογής των F_2 και F_3 απέχουν απόσταση $R/2$ από το κέντρο, O. Η συνολική ροπή που ασκείται στο δίσκο, ως προς άξονα που περνάει από το O και είναι κάθετος σ' αυτόν είναι:

- α. $-F \cdot R$ β. $-2F \cdot R$ γ. $+F \cdot R$ δ. $3F \cdot R/2$



B2.5 Στη ράβδο AB=L ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων με $F_1=F_2=F$. Δίνεται ότι $\varphi=60^\circ$. Η ροπή του ζεύγους είναι:

- α. $\tau=F \cdot L$ β. $\tau=FL\sqrt{3}/2$
γ. $\tau=F \cdot L/2$ δ. $\tau=2F \cdot L$

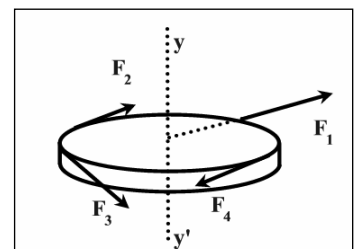


B2.6 Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R=1\text{m}$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον ακλόνητο άξονα yy'. Ο τροχός δέχεται 4 δυνάμεις εκ των οποίων οι φορείς των F_2 , F_3 και F_4 εφάπτονται στην περιφέρειά του και ο φορέας της F_1 διέρχεται από το κέντρο αυτού. Τα μέτρα των δυνάμεων είναι $F_1=10\text{N}$, $F_2=4\text{N}$, $F_3=8\text{N}$, $F_4=6\text{N}$.

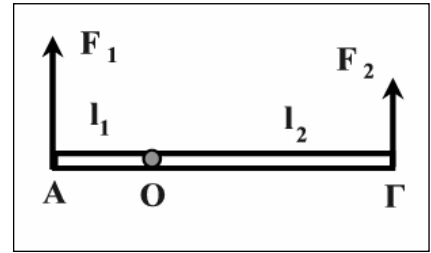
I. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα των ροπών των δυνάμεων και να βρείτε τη φορά περιστροφής του τροχού.

II. Η συνολική ροπή ως προς τον άξονα είναι

- α. -2Nm β. 2Nm γ. 4Nm δ. -4Nm



B2.7 Δύο δυνάμεις F_1 , F_2 ασκούνται στα άκρα Α και Γ της αβαρούς ράβδου μήκους l της οποίας ο άξονας περιστροφής Ο απέχει από τα Α και Γ αποστάσεις $OA=l_1$, $OG=l_2$ με $l_2=2l_1$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; α. Αν η ράβδος ισορροπεί θα πρέπει να είναι $F_1=2F_2$.

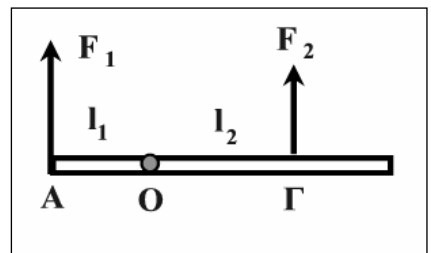


β. Αν η είναι $F_1 = 4F_2$ τότε η ράβδος περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

γ. Αν είναι $F_1=F_2$ η ράβδος περιστρέφεται με φορά αντίθετη από αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού.

δ. Αν είναι $F_1=F_2$ οι δύο δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.

B2.8 Η αβαρής ράβδος του σχήματος ισορροπεί με άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος σ' αυτήν. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;



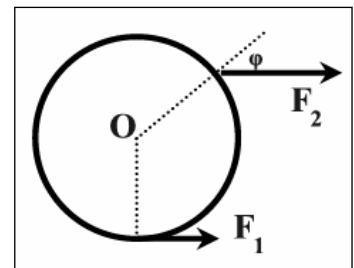
α. Για τις δυνάμεις F_1 , F_2 και τις αποστάσεις $OA=l_1$ και $OG=l_2$ ισχύει $F_1/F_2=l_1/l_2$.

β. Αν η δύναμη F_2 αντιστραφεί είναι αδύνατο να ισορροπεί η ράβδος.

γ. Αν το μέτρο της δύναμη F_2 αυξηθεί και θέλουμε να διατηρήσουμε την ισορροπία και την κατεύθυνση της δύναμης, θα πρέπει να μετακινήσουμε το σημείο εφαρμογής της, Γ, πλησιέστερα προς το Ο.

δ. Αν το μέτρο της δύναμη F_2 μειωθεί και θέλουμε να διατηρήσουμε την ισορροπία και την κατεύθυνση της δύναμης, θα πρέπει να απομακρύνουμε το σημείο εφαρμογής της, Γ, από το Ο, χωρίς όμως να είναι σίγουρο ότι θα αποκαταστήσουμε την ισορροπία.

! B2.9 Ο δίσκος είναι αρχικά ελεύθερος και ακίνητος και μετά δέχεται τις δυνάμεις F_1 , F_2 . Η γωνία είναι $\varphi=30^\circ$. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις πρέπει να ισχύει για να κάνει ο δίσκος μόνο μεταφορική κίνηση.



α. $F_1=F_2$ β. $F_1=2F_2$ γ. $F_1=F_2/2$ δ. $F_1=F_2\sqrt{3}/2$

! B2.10 Η απόσταση μεταξύ του άξονα των πίσω τροχών και του άξονα των μπροστινών τροχών ενός αυτοκινήτου είναι 3m. Το βάρος του αυτοκινήτου κατανέμεται κατά 55% στους πίσω τροχούς και κατά 45% στους μπροστινούς. Το κέντρο βάρους του αυτοκινήτου βρίσκεται σε απόσταση x πίσω από το μπροστινό άξονα:



α. $x=1,5m$

β. $x=1,65m$

γ. $x=1,45m$

δ. $1,0m$

B2.11 Δύο άτομα μεταφέρουν μια ομοιόμορφη σκάλα μήκους $d=6m$ και βάρους 500N. Αν ο ένας ασκεί στο ένα άκρο της κατακόρυφη δύναμη μέτρου 200N με φορά προς τα πάνω, τότε ο άλλος την κρατά από σημείο που απέχει από το άλλο άκρο απόσταση, x, ίση με:

α. $x=1m$

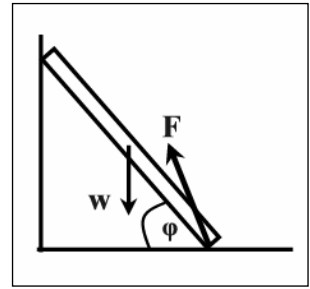
β. $x=2m$

γ. $x=3m$

δ. $x=1,5m$

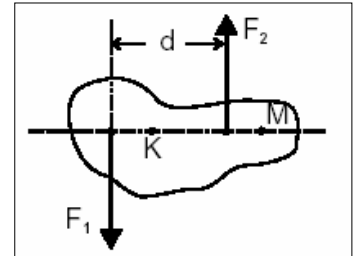
B2.12 Η ομογενής ισοπαχής ράβδος του σχήματος ισορροπεί ακουμπισμένη στον λείο κατακόρυφο τοίχο και στο τραχύ πάτωμα από το οποίο δέχεται δύναμη μέτρου $F=2w$, όπου w το βάρος της ράβδου. Για τη γωνία φ ισχύει:

- α. $\epsilon\varphi\varphi=1$ β. $\epsilon\varphi\varphi=\sqrt{3}/6$ γ. $\epsilon\varphi\varphi=2/3$



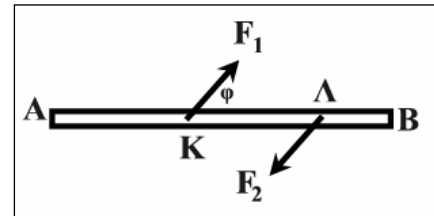
B2.13 Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

- α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο K.
β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο M.
γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.
δ. μηδέν



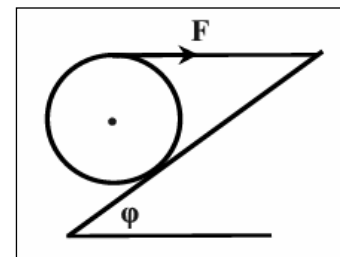
B2.14 Στη ράβδο AB του σχήματος ασκούνται οι δύο παράλληλες δυνάμεις $F_1=F_2=20\text{N}$ σε σημεία K και Λ που απέχουν απόσταση $(K\Lambda)=2\text{m}$. Δίνεται ακόμα η γωνία $\varphi=30^\circ$. Η συνολική ροπή των F_1, F_2

- α. είναι ίδια ως προς τα A και B και ίση με -40Nm .
β. είναι ίδια ως προς τα A και B και ίση με -20Nm .
γ. είναι μηδέν



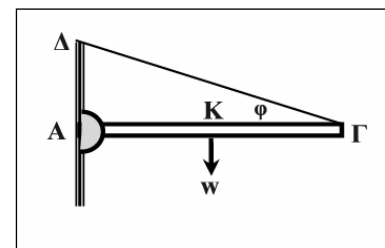
B2.15 Ο κύλινδρος του σχήματος ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι η σωστή;

- α. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.
β. Ο κύλινδρος δέχεται από το επίπεδο τριβή με φορά προς τα πάνω που έχει μέτρο ίσο με την τάση του νήματος, F .
γ. Ο κύλινδρος δέχεται από το επίπεδο τριβή με φορά προς τα πάνω που έχει μέτρο μεγαλύτερο από την τάση του νήματος, F .
δ. Ο κύλινδρος δέχεται από το επίπεδο τριβή με φορά προς τα κάτω που έχει μέτρο ίσο με την τάση του νήματος, F .



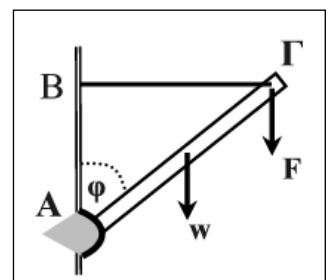
B2.16 Η ράβδος του σχήματος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος ΔΓ και άρθρωσης, A. Αν το $\eta\mu\varphi=0,5$ και η τάση του νήματος είναι T , τότε η σχέση που συνδέει την T με το βάρος w είναι:

- α. $T=w$ β. $T=2w$ γ. $w=2T$ δ. $w=3T$



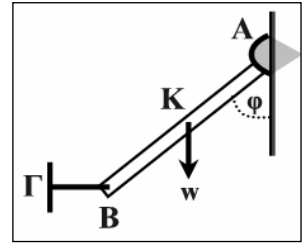
B2.17 Η ομογενής ράβδος βάρους w ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος ΒΓ και της άρθρωσης, A. Η ράβδος δέχεται και τη δύναμη F μέτρου $F=w$. Η γωνία φ είναι 45° . Η δύναμη F_A που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση έχει μέτρο:

- α. $F_A=w$ β. $F_A=3w$ γ. $F_A=2,5w$ δ. $F_A=0,5w$



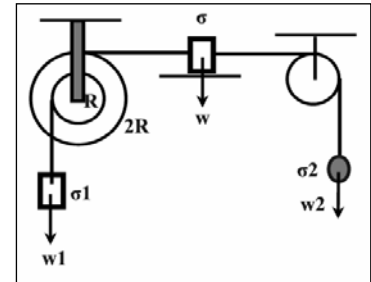
B2.18 Η ομογενής ράβδος AB, βάρους w ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος BΓ που είναι συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο και της άρθρωσης, A. Αν το μέτρο της τάσης του νήματος είναι $T=w$ τότε η τιμή της $\epsilon\phi$ είναι:

- α. $\epsilon\phi=1$ β. $\epsilon\phi=2$ γ. $\epsilon\phi=1/2$



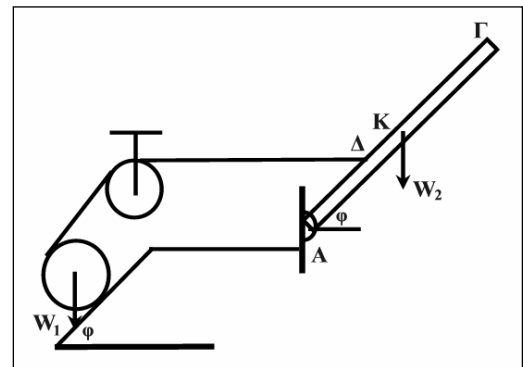
B2.19 Στο σχήμα βλέπουμε ένα σύστημα τριών σωμάτων σ , σ_1 και σ_2 με τα αντίστοιχα βάρη w , w_1 και w_2 , που ισορροπεί. Η διπλή τροχαλία που φαίνεται αριστερά αποτελείται από δύο δίσκους με ακτίνες R και $2R$. Τα νήματα θεωρούνται αβαρή. Για τα βάρη των σωμάτων ισχύει η σχέση:

- α. $w_1=w_2$ β. $w_1=2w_2$ γ. $w_2=2w_1$ δ. $w=w_1+w_2$



B2.20 Στο σύστημα του σχήματος βλέπουμε τον τροχό βάρους w_1 να ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με τη βοήθεια νήματος το οποίο αφού περάσει από τροχαλία καταλήγει στο σημείο Δ της ομογενούς ράβδου, ΑΓ που έχει βάρος w_2 . Η ράβδος στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο μέσω άρθρωσης Α. Η απόσταση ΑΔ είναι $d/3$, όπου d το μήκος της ράβδου. Οι γωνίες ϕ είναι 45° . Η σχέση των βαρών κυλίνδρου και ράβδου είναι:

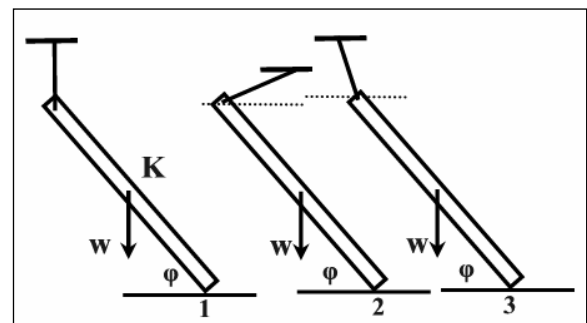
- α. $w_2=w_1\sqrt{2}/6$ β. $w_2=w_1/3$ γ. $w_2=\sqrt{2}w_1$



B2.21 Τρεις όμοιες ομογενείς ράβδοι ισορροπούν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο σχηματίζουν την ίδια γωνία ϕ . Οι ράβδοι συγκρατούνται από ακλόνητα σημεία με τη βοήθεια νημάτων.

I. Λείο μπορεί να είναι το οριζόντιο επίπεδο:

- α. (1) β. (2) και (3) γ. (1), (2) και (3)



II. Η σχέση των κάθετων αντιδράσεων N , των επιπέδων στη κάθε ράβδο είναι:

- α. $N_1=N_2=N_3$, β. $N_2>N_1>N_3$ γ. $N_2>N_3>N_1$ δ. $N_1>N_2>N_3$

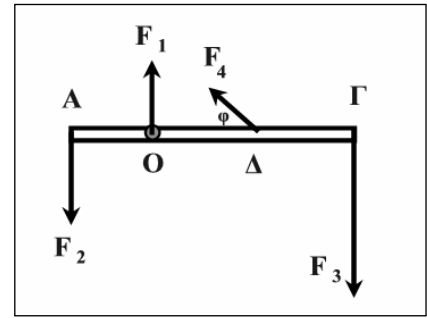
ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ2.1 Στην αβαρή ράβδο του σχήματος δίνονται τα μέτρα των δυνάμεων $F_1=10\text{N}$, $F_2=20\text{N}$, $F_3=40\text{N}$, $F_4=8\text{N}$, η γωνία $\varphi=30^\circ$ και οι αποστάσεις $(OA)=(OD)=(\Delta\Gamma)=0,2\text{m}$.

Να υπολογιστούν:

- Οι αλγεβρικές τιμές των ροπών των δυνάμεων, ως προς το σημείο O.
- Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς το σημείο A.
- Η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής ως προς το σημείο Γ.

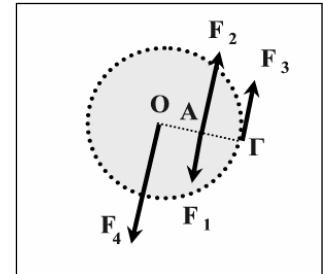
Θεωρήστε ως θετική τη φορά περιστροφής που είναι αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.



α. 0, 4Nm, -16Nm, 0,8Nm, β. -20,4Nm, γ. 7,2Nm

Γ2.2 Στο τροχό ακτίνας $OG=R=2\text{m}$ ασκούνται 4 δυνάμεις με μέτρα $F_1=10\text{N}$, $F_2=20\text{N}$, $F_3=10\text{N}$ και $F_4=30\text{N}$. Δίνεται ότι $(OA)=1\text{m}$. Όλες οι δυνάμεις βρίσκονται πάνω στο επίπεδο του τροχού και η διεύθυνσή τους είναι κάθετη στην ακτίνα OG. Να υπολογιστεί η αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής που ασκείται στον τροχό ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του τροχού και διέρχεται

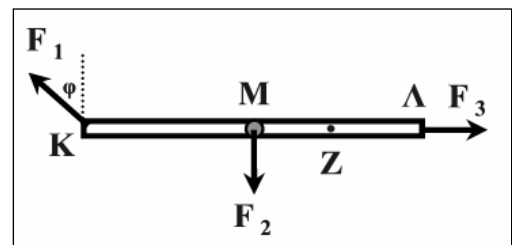
- από το κέντρο αυτού O.
- από το σημείο Γ.



α. $\Sigma\tau=30\text{Nm}$, β. $\Sigma\tau=50\text{Nm}$

Γ2.3 Η αβαρής ράβδος $KL=L=2\text{m}$ του σχήματος δέχεται τρεις δυνάμεις με ίσα μέτρα $F_1=F_2=F_3=10\text{N}$. Δίνονται ακόμα οι αποστάσεις είναι $(KM)=1\text{m}$ και $(KZ)=1,4\text{m}$ και η γωνία $\varphi=60^\circ$. Να υπολογιστούν:

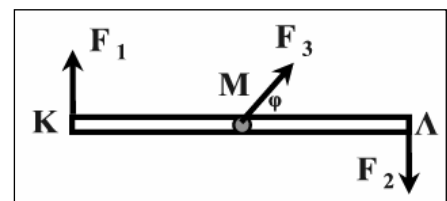
- Η συνολική ροπή ως προς το K.
- Η συνολική ροπή ως προς το A.
- Η συνολική ροπή ως προς το M.
- Η συνολική ροπή ως προς το Z.
- Το μέτρο και η κατεύθυνση μιας κατακόρυφης δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο μέσο M της ράβδου ώστε η συνολική ροπή ως προς το Z να είναι $+15\text{Nm}$.



α. -10Nm , β. 0, γ. -5Nm , δ. -3Nm , ε. $F=45\text{N}$ με φορά προς τα κάτω

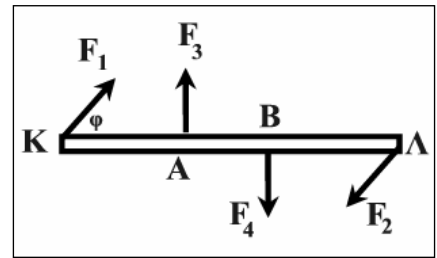
Γ2.4 Η αβαρής ράβδος ΚΛ έχει μήκος 2m και οι δύο δυνάμεις F_1 , F_2 αποτελούν ζεύγος με ροπή 100Nm . Το μέτρο της F_3 είναι 200N . Να βρεθούν:

- Τα μέτρα των F_1 , F_2 .
- Η γωνία φ ώστε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών και των τριών δυνάμεων ως προς το K να είναι μηδέν.



α. $F_1=F_2=50\text{Nm}$, β. $\varphi=30^\circ$

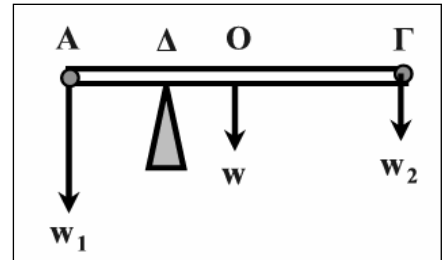
Γ2.5 Η αβαρής ράβδος ΚΛ=L του σχήματος δέχεται τη δράση δύο ζευγών δυνάμεων με μέτρα $F_1=F_2=10\sqrt{3}\text{N}$ και $F_3=F_4=10\text{N}$. Η ροπή του ζεύγους των F_1, F_2 έχει μέτρο 30Nm , τα σημεία Α και Β απέχουν $AB=L/4$ και $\varphi=60^\circ$. Να βρεθούν:
 α. Το μήκος L της ράβδου.
 β. Η ροπή του ζεύγους των F_3, F_4 .
 γ. Τη συνισταμένη των ροπών και των τεσσάρων δυνάμεων ως προς το σημείο Κ και ως προς το σημείο Λ.



α. $L=2\text{m}$. β. 5Nm . γ. -35Nm

Γ2.6 Ομογενής ράβδος έχει μήκος (ΑΓ)=4m, βάρος $w=200\text{N}$ και στηρίζεται σε σημείο Δ το οποίο απέχει από το κέντρο Ο αυτής απόσταση (ΟΔ)=1m.

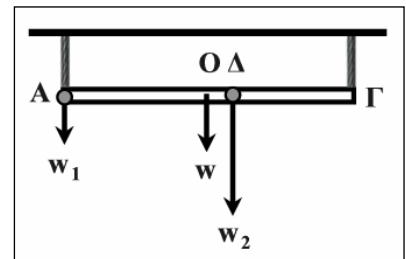
α. Αν στο άκρο Α φέρει βάρος $w_1=500\text{N}$, πόσο βάρος w_2 πρέπει να φέρει στο άλλο άκρο Γ ώστε να ισορροπεί;
 β. Αν η ράβδος ισορροπεί πόση δύναμη ασκείται στο σημείο στήριξης Δ;



α. $w_2=100\text{N}$, β. $F=800\text{N}$

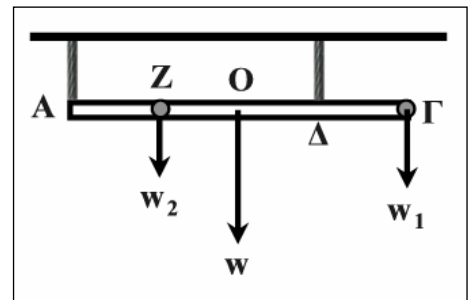
Γ2.7 Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $L=2\text{m}$ έχει βάρος $w=200\text{N}$ και φέρει φορτία $w_1=100\text{N}$ στο άκρο Α και $w_2=400\text{N}$ στο σημείο Δ στο οποίο (ΟΔ)=0,3m.

Να υπολογιστούν οι δυνάμεις F_1, F_2 που ασκούν τα δύο κατακόρυφα σχοινιά στα άκρα της ράβδου, ώστε αυτή να ισορροπεί.



$F_1=340\text{N}, F_2=360\text{N}$

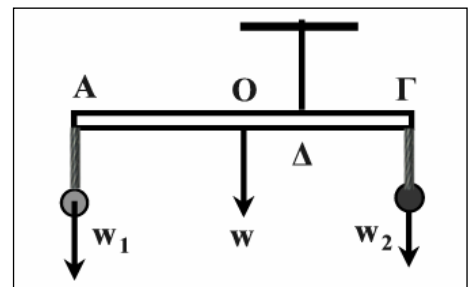
Γ2.8 Ομογενής ράβδος βάρους $w=100\text{N}$ φέρει φορτία με βάρη $w_1=50\text{N}$ και $w_2=50\text{N}$ στα σημεία που φαίνονται στο σχήμα. Η ράβδος για να ισορροπεί οριζόντια κρέμεται από οροφή με δύο νήματα που είναι δεμένα στα σημεία Α και Δ και σε ακλόνητη οροφή. Αν δίνονται ότι (ΑΖ)=(ΖΟ)=(ΟΔ)=(ΔΓ)=0,2m να βρεθούν τα μέτρα των δυνάμεων F_1, F_2 που πρέπει να ασκούν τα νήματα στη ράβδο ώστε αυτή να ισορροπεί.



$F_1=50\text{N}, F_2=150\text{N}$

Γ2.9 Από τα δύο άκρα Α και Γ μιας ομογενούς ράβδου (ΑΓ)=4m, βάρους $w=200\text{N}$ κρέμονται δύο σώματα με βάρη $w_1=100\text{N}$, $w_2=300\text{N}$ αντιστοίχως. Κρεμάμε τη ράβδο από την οροφή με τη βοήθεια νήματος το οποίο δένεται στο σημείο Δ. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

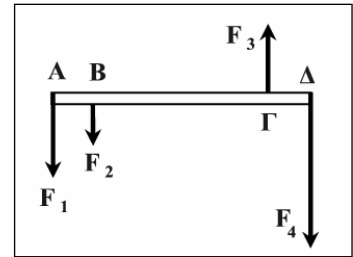
α. Να υπολογιστεί η απόσταση (ΓΔ).
 β. Να υπολογιστεί η δύναμη του νήματος εξάρτησης.



α. $(\Gamma\Delta)=4/3\text{m}$, β. $T=600\text{N}$

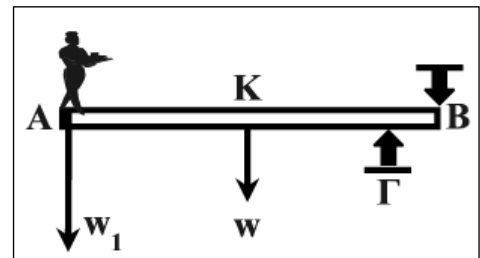
! Γ2.10 Στην αβαρή ράβδο του σχήματος δίνονται οι δυνάμεις $F_1=90\text{N}$, $F_2=40\text{N}$, $F_3=100\text{N}$, $F_4=200\text{N}$ και οι αποστάσεις $AB=20\text{cm}$, $B\Gamma=40\text{cm}$, $\Gamma\Delta=20\text{cm}$. Να βρεθεί η θέση του σημείου εφαρμογής, Z , η κατεύθυνση και το μέτρο μιας κατακόρυφης δύναμης F που πρέπει να ασκείται στη ράβδο ώστε αυτή να ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Η F βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τις άλλες δυνάμεις.

$$x=AZ=46,96\text{cm}, F=230\text{N}$$



! Γ2.11 Η άκαμπτη ομογενής δοκός, (AB) , μήκους $d=6\text{m}$ και βάρους $w=200\text{N}$ ισορροπεί οριζόντια ανάμεσα σε δύο στηρίγματα στα σημεία Γ και B που απέχουν μεταξύ τους $(\Gamma B)=0,5\text{m}$. Στο άκρο της A στέκεται ένας άντρας βάρους $w_1=400\text{N}$. Να υπολογιστούν οι κατακόρυφες δυνάμεις που ασκούν τα δύο στηρίγματα στη δοκό.

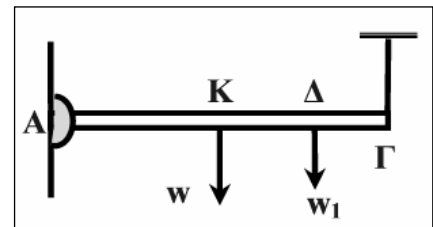
$$F_{\Gamma}=6000\text{N}, F_B=5400\text{N}$$



Γ2.12 Η ομογενής δοκός $A\Gamma$ μήκους $d=4\text{m}$ και βάρους $w=100\text{N}$ στηρίζεται στο ένα άκρο της, A , σε κατακόρυφο τοίχο μέσω μιας άρθρωσης, ενώ το άλλο άκρο, Γ , είναι δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Στο σημείο Δ με $(A\Delta)=3\text{m}$ φέρει φορτίο βάρους $w_1=80\text{N}$. Να υπολογιστούν:

α. Η τάση του νήματος T .

β. Η δύναμη F που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση A .

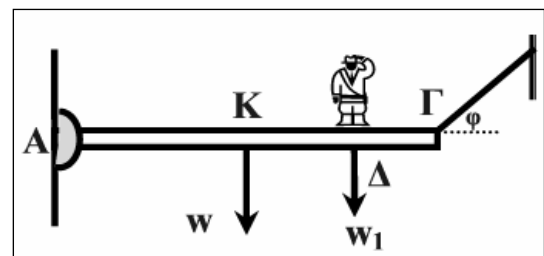


$$\alpha. T=110\text{N}, \beta. F=70\text{N}$$

! Γ2.13 Η ομογενής δοκός $A\Gamma$ μήκους $d=4\text{m}$ και βάρους $w=100\text{N}$ στηρίζεται στο ένα άκρο της, A , σε κατακόρυφο τοίχο μέσω μιας άρθρωσης, ενώ το άλλο άκρο, Γ , είναι δεμένη με νήμα τάσης $T=400\text{N}$. Παιδί βάρους $w_1=300\text{N}$ στέκεται πάνω στη δοκό σε απόσταση $x=A\Delta$ από την άρθρωση, ενώ η γωνία φ είναι 30° . Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη, F , που ασκεί η άρθρωση στη δοκό;

β. Η απόσταση $A\Delta=x$;

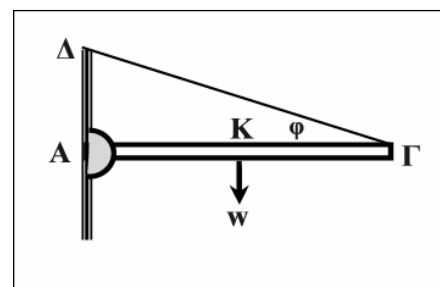


$$\alpha. F=400\text{N}, \theta=30^\circ, \beta. x=2\text{m}$$

!Γ2.14 Ομογενής δοκός $A\Gamma$, βάρους $w=60\text{N}$ ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα, με τη βοήθεια σχοινιού $\Gamma\Delta$ το οποίο σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με αυτήν. Από το άλλο άκρο A στηρίζεται σε άρθρωση που είναι συνδεδεμένη στον κατακόρυφο τοίχο. Να υπολογιστούν:

α. Η τάση, T , του σχοινιού.

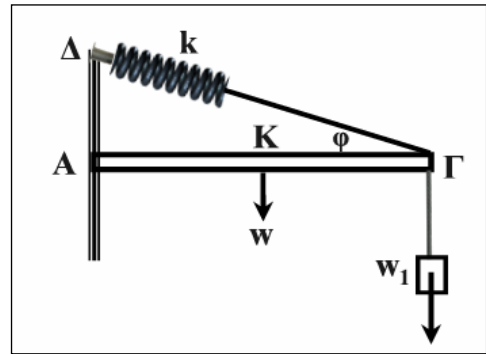
β. Η δύναμη, F , που ασκεί η άρθρωση στη δοκό στο σημείο επαφής, A .



$$\alpha. T=60\text{N}, \beta. F=60\text{N}, \theta=30^\circ$$

Γ2.15 Ομογενής δοκός ΑΓ, βάρους $w=40\text{N}$ ισορροπεί με τη βοήθεια αβαρούς ελατηρίου σταθεράς, $k=10^3\text{ N/m}$ και νήματος το οποίο σχηματίζει με αυτήν γωνία $\varphi=30^\circ$. Το άλλο άκρο Α στηρίζεται σε προεξοχή του τοίχου. Αν στο άκρο Γ κρέμεται σώμα βάρους $w_1=160\text{N}$ να υπολογιστούν:

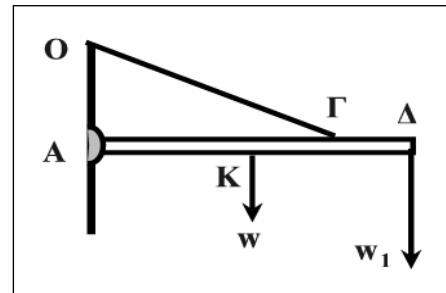
- Η επιμήκυνση, Δx , του ελατηρίου.
- Η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη δοκό στο σημείο επαφής, Α.



α. $\Delta x=0,36\text{m}$, β. $F=312,4\text{N}$, $\varepsilon\varphi\theta=0,0642$, θ η γωνία που σχηματίζει η F με τη δοκό.

Γ2.16 Ομογενής δοκός (ΑΔ)=d, βάρους $w=30\text{N}$ στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση Α και διατηρείται οριζόντια με σχοινί ΟΓ μήκους (ΟΓ)=2(ΟΑ) το οποίο στηρίζεται σε σημείο Ο του τοίχου. Το σημείο Γ στο οποίο δένεται στη δοκό απέχει από το σημείο Α απόσταση (ΑΓ)=3d/4, ενώ στο άκρο Δ κρέμεται σώμα βάρους $w_1=60\text{N}$.

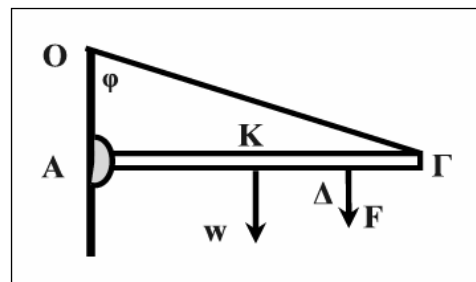
Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται από το σχοινί, F_1 και από την άρθρωση, F_2 .



$F_1=200\text{N}$, $F_2=173,5\text{ N}$, $\varepsilon\varphi\theta=0,0578$

Γ2.17 Ομογενής ράβδος ΑΓ, βάρους $w=100\text{N}$, μήκους $d=4\text{m}$ στηρίζεται με τη βοήθεια άρθρωσης Α και σχοινιού ΟΓ όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνονται ότι $\varphi=60^\circ$ και ότι το όριο θραύσης του σχοινιού είναι 200N .

- Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση x από το άκρο Α στο οποίο πρέπει να ασκήσουμε μια κατακόρυφη δύναμη $F=80\text{N}$, ώστε να μη σπάσει το σχοινί.
- Να υπολογιστούν η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο σημείο, Α με δεδομένα αυτά του (α) ερωτήματος.

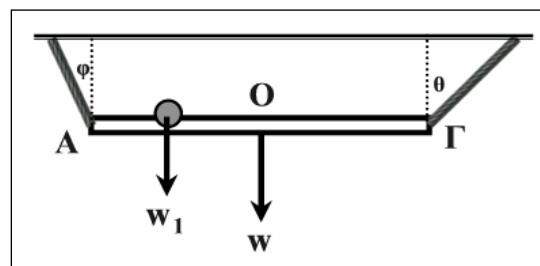


α. $x=2,5\text{m}$, β. $F_x=100\sqrt{3}\text{N}$, $F_y=80\text{N}$

! Γ2.18 Ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους d και βάρους $w=90\text{N}$ κρέμεται από δύο σχοινιά που είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία της οροφής, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Στο σημείο Δ που απέχει από το άκρο Α απόσταση d/4 τοποθετείται σώμα βάρους $w_1=60\text{N}$. Όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια το αριστερό σχοινί σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το Α. Να υπολογιστούν:

- η γωνία θ που σχηματίζει το δεξιό σχοινί με την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο Γ.
- Οι τάσεις των δύο νημάτων.



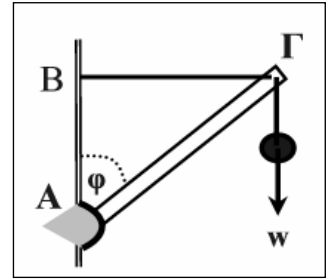
α. $\varepsilon\varphi\theta=\sqrt{3}/2$, β. $T_1=60\sqrt{3}\text{N}$, $T_2=30\sqrt{7}\text{N}$

Γ2.19 Η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει βάρος $w_1=40\text{N}$ και ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ένα άκρο Γ φέρει βάρος $w=40\text{N}$ και στηρίζεται με τη βοήθεια νήματος, ενώ το άλλο άκρο Α συνδέεται με τον τοίχο μέσω άρθρωσης. Δίνεται $AB=BG$. Να βρεθούν:

α. Η τάση, T , του νήματος ΒΓ.

β. Η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο Α.

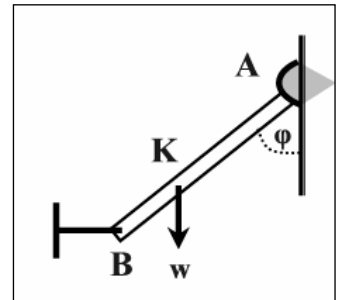
$$\alpha. T=60\text{N}, \beta. F=100\text{N}, \varepsilon\varphi\theta=4/3$$



! Γ2.20 Η μεταλλική δοκός ΑΒ, μήκους d δεν είναι ομογενής και έτσι το βάρος της $w=30\text{N}$ ασκείται στο σημείο Κ το οποίο απέχει απόσταση $d/3$ από το άκρο της Β. Η ράβδος στο άκρο της Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ με το άλλο άκρο της Β συνδέεται μέσω τεντωμένου νήματος με άλλο σταθερό σημείο, Γ. Δίνεται η γωνία $\varphi=45^\circ$. Να υπολογιστούν:

α. Η τάση του νήματος, T .

β. Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.



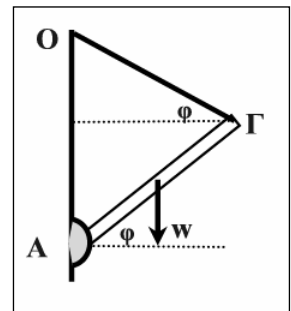
$$\alpha. T=20\text{N}, \beta. F=36\text{N}$$

! Γ2.21 Το πάνω άκρο Γ της ομογενούς ράβδου ΑΓ δένεται από κατακόρυφο τοίχο με σχοινί ΟΓ και το κάτω άκρο Α στηρίζεται σε άρθρωση πάνω στον ίδιο τοίχο. Αν το βάρος της ράβδου είναι $w=20\text{N}$ και οι γωνίες $\varphi=30^\circ$ να υπολογιστούν :

α. Το μέτρο της τάσης, T , του σχοινιού.

β. Το μέτρο της δύναμης, F , που ασκεί η άρθρωση πάνω στη ράβδο.

$$\alpha. T=10\text{N}, \beta. F=10\sqrt{3}\text{N}$$

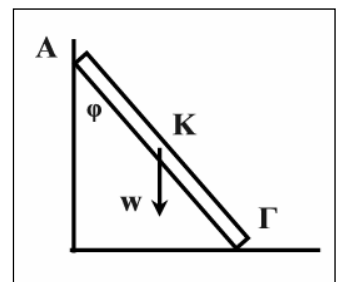


! Γ2.22 Μια ομογενής δοκός μήκους L και βάρους $w=60\text{N}$ ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του τοίχου είναι φ με $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\varphi\varphi=0,6$. Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη F_1 που ασκεί ο τοίχος στη δοκό;

β. Η δύναμη F_2 που ασκεί το πάτωμα στη ράβδο.

$$\alpha. F_1=40\text{N} \quad \beta. F_2=20\sqrt{13}\text{N}, \varepsilon\varphi\theta=3/2$$

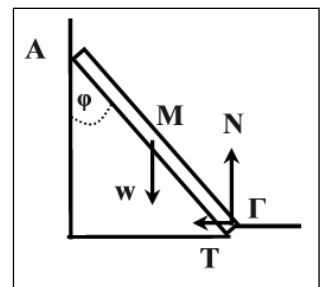


•Γ2.23 Μια ομοιόμορφη σανίδα μήκους $(AG)=L$ και βάρους $w=100\text{N}$ στηρίζεται με το ένα άκρο της σε τραχύ κατακόρυφο τοίχο μετά του οποίου σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ και με το άλλο άκρο της σε προεξοχή του εδάφους. Η κατακόρυφη δύναμη που δέχεται από το έδαφος είναι N και η οριζόντια, T . Η σχέση των μέτρων των δύο αυτών δυνάμεων είναι $T=\frac{\sqrt{3}N}{4}$. Να υπολογιστούν

α. Τα μέτρα των δυνάμεων N και T .

β. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο στο σημείο Α.

$$\alpha. N=200\text{N}, T=50\sqrt{3}\text{N}, \beta. F=50\sqrt{7}\text{N}$$



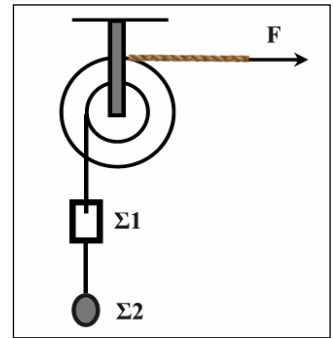
Γ2.24 Στην τροχαλία του σχήματος δίνονται η μάζα της τροχαλίας $M=0,5\text{kg}$, η μάζα του σώματος Σ_1 , $m_1=2\text{kg}$, του Σ_2 είμαι $m_2=1\text{kg}$, η μικρή ακτίνα $r=0,2\text{m}$ και η μεγάλη ακτίνα της τροχαλίας $R=0,4\text{m}$. Όλο το σύστημα ισορροπεί. Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη F που ασκείται στο νήμα που είναι τυλιγμένο στο εξωτερικό αυλάκι τη τροχαλίας.

β. Οι δυνάμεις των νημάτων που συνδέονται με το σώμα Σ_1 .

γ. Η δύναμη, A , που ασκεί ο άξονας στήριξης της τροχαλίας σε αυτή. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. F=15\text{N}, \beta. T_1=30\text{N}, T_2=10\text{N}, \gamma. A=\sqrt{1450}\text{N}$$



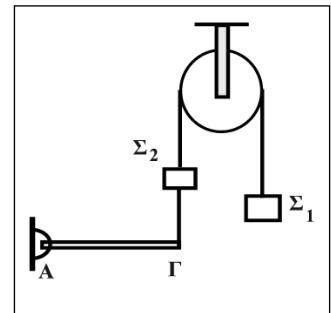
! Γ2.25 Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί. Η ράβδος $ΑΓ$ είναι οριζόντια και συνδέεται με τον κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση. Οι μάζες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι m_1 και $m_2=1\text{kg}$, της τροχαλίας $M_1=2\text{kg}$ και της ράβδου $ΑΓ$, $M_2=2\text{kg}$. Το μήκος της ράβδου είναι $L=0,3\text{m}$ και η ακτίνα της τροχαλίας $R=0,2\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Να υπολογίσετε

α. τις τάσεις και των τριών αβαρών νημάτων.

β. τη μάζα m_1 .

γ. Τη δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία και τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο A .



$$\alpha. 10\text{N}, 20\text{N}, 20\text{N}, \beta. m_1=2\text{kg}, \gamma. 60\text{N}, 10\text{N}$$

• **Γ2.26** Η ράβδος $ΑΓ$ που φαίνεται στο σχήμα αποτελείται από δύο ομογενή και ίδιων διαστάσεων τμήματα, τα οποία αποτελούνται από διαφορετικά υλικά. Το τμήμα $ΑΜ$ έχει πυκνότητα $\rho_1=\rho$ ενώ το άλλο τμήμα, $ΜΓ$, πυκνότητα $\rho_2=2\rho$. Το συνολικό βάρος της είναι $w=300\text{N}$ και το μήκος της ($ΑΓ$)= $L=4\text{m}$. Η ράβδος ισορροπεί ενώ σχηματίζει γωνιά φ με τον κατακόρυφο τοίχο. Η ισορροπία της επιτυγχάνεται με τη βοήθεια μιας άρθρωσης στον τοίχο στο άκρο A και ενός νήματος στο άκρο, Γ , το οποίο συνδέεται με φορτίο, βάρους w_3 , μέσω της σταθερής και ακίνητης τροχαλίας. Το νήμα αυτό έχει κατεύθυνση κάθετη στο μήκος της ράβδου στο σημείο, Γ .

Δίνονται $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,6$. Να υπολογιστούν:

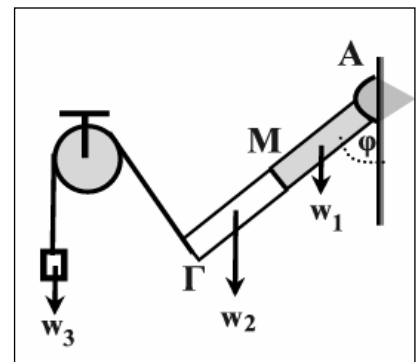
α. Τα βάρη w_1 και w_2 των δύο τμημάτων της ράβδου $ΑΓ$.

β. Η δύναμη του νήματος που δένεται στο σημείο, Γ .

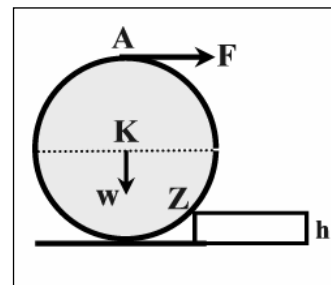
γ. Το βάρος, w_3 .

δ. Τα μέτρα της οριζόντιας και κατακόρυφης συνιστώσας της δύναμης, F , που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο A .

$$\alpha. w_1=100\text{N}, w_2=200\text{N}, \beta. T=200\text{N}, \gamma. w_3=200\text{N}, \delta. F_x=120\text{N}, F_y=140\text{N}$$



•**Γ2.27** Κυλινδρικό ομογενές βαρέλι ακτίνας $R=0,25\text{m}$ και βάρους $w=80\text{N}$ βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και στηρίζεται σ' αυτό με την κυλινδρική του επιφάνεια. Το βαρέλι ακουμπάει σε σκαλοπάτι ύψους $h=0,1\text{m}$.



α. Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί στο σημείο A και σε οριζόντια κατεύθυνση ώστε το βαρέλι να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο έδαφος.

β. Να υπολογίσετε τη δύναμη F_1 που δέχεται το βαρέλι από το σκαλοπάτι στο σημείο επαφής Z , αν ασκηθεί δύναμη $F=60\text{N}$, τη στιγμή που αυτό εγκαταλείπει το πάτωμα.

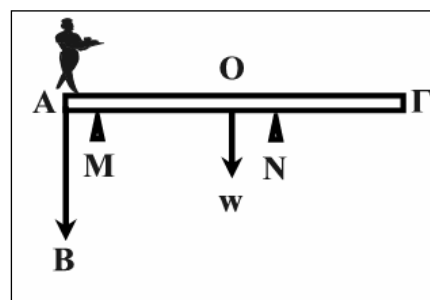
γ. Να εξετάσετε αν το βαρέλι θα ανέβει το σκαλοπάτι στην περίπτωση που του ασκηθεί δύναμη F ελάχιστα μεγαλύτερη από αυτή που βρήκατε στο (α) ερώτημα.

α. $F_{\min}=40\text{N}$, β. $F_1=100\text{N}$, γ. Ναι

!Γ2.28 Ομογενής σανίδα $ΑΓ$, μήκους $\lambda=4\text{m}$ και βάρους $w=300\text{N}$ στηρίζεται σε δύο σημεία M και N που απέχουν από το ένα άκρο A αποστάσεις $AM=0,5\text{m}$ και $AN=2,5\text{m}$ αντιστοίχως.

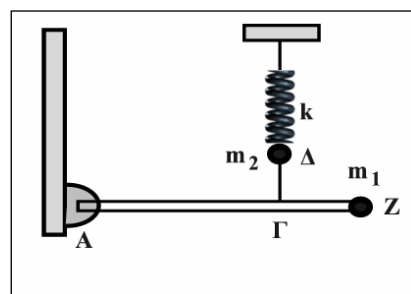
α. Αν ένας εργάτης βάρους $B=600\text{N}$ στέκεται στο ένα άκρο A και η ράβδος ισορροπεί, να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα M και N στη σανίδα.

β. Αν ο εργάτης αρχίσει να περπατάει προς το άκρο Γ σε πόση απόσταση, x , πριν το Γ πρέπει να σταματήσει ώστε η ράβδος να μην ανατραπεί;



α. 825N και 75N , β. $x=1,25\text{m}$

Γ2.29 Ομογενής άκαμπτη ράβδος μήκους $L=4\text{m}$ και μάζας $M=3\text{kg}$ ισορροπεί σε οριζόντια θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της Z υπάρχει σφαιρίδιο μάζας $m_1=0,6\text{kg}$ αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές και τεντωμένο νήμα $\Delta\Gamma$ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2=1\text{kg}$ το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση $A\Gamma$ είναι $2,8\text{m}$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν:



α. η τάση του νήματος, και η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο στο σημείο A .

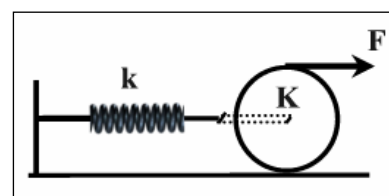
β. η επιμήκυνση του ελατηρίου.

α. $T=30\text{N}$, $F=6\text{N}$, β. $x=0,4\text{m}$

Γ2.30 Στο διπλανό σχήμα ασκούμε δύναμη $F=40\text{N}$ και όλο το σύστημα ισορροπεί. Η μάζα του τροχού είναι $m=10\text{kg}$ και η σταθερά του ελατηρίου $k=400\text{N}$. Να υπολογιστούν:

α. Η δύναμη της στατικής τριβής που ασκείται από το πάτωμα στον τροχό ώστε αυτός να μην περιστρέφεται.

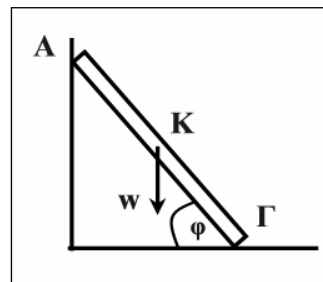
β. Η επιμήκυνση του ελατηρίου.



α. $T=F=40\text{N}$, β. $x=0,2\text{m}$

•**Γ2.31** Μια ομογενής δοκός μήκους (ΑΓ) και βάρους $w=60\text{N}$ ισορροπεί μεταξύ ενός λείου κατακόρυφου τοίχου και του πατώματος. Η γωνία μεταξύ της δοκού και του πατώματος είναι $\varphi=60^\circ$.

- Πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη δοκό στο σημείο Α;
- Πόση είναι η οριζόντια και η κάθετη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί το οριζόντιο έδαφος στη δοκό;
- Για ποιες τιμές του συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ της δοκού και του πατώματος, μπορεί η δοκός να ισορροπεί σ' αυτήν τη θέση;



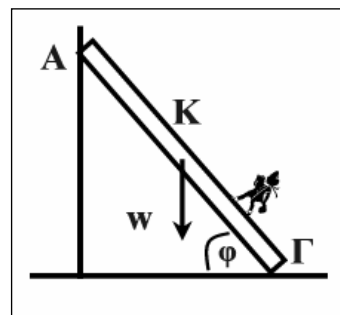
$$\alpha. F_1=10\sqrt{3}\text{N}, \beta. F_{2x}=10\sqrt{3}\text{N}, F_{2y}=60\text{N}, \gamma. \mu_s > \sqrt{3}/6$$

Γ2.32 Μια ομοιόμορφη σκάλα, μήκους $L=4\text{m}$, βάρους $w=60\text{N}$ στηρίζεται με το ένα άκρο της Α σε τελείως λείο κατακόρυφο τοίχο και με το άλλο της, Γ σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου είναι $\mu_s=\sqrt{3}/6$ και η σκάλα ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $\varphi=60^\circ$ με το δάπεδο. Να υπολογιστούν:

α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο κατακόρυφος τοίχος στη σκάλα.

β. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σκάλα από το δάπεδο.

γ. Αν ένα μικρό παιδί, βάρους $w_1=400\text{N}$ αρχίσει να ανεβαίνει τη σκάλα σε πόση απόσταση από το άκρο Γ μπορεί να φτάσει χωρίς η σκάλα να αρχίσει να γλιστρά;



$$\alpha. F_1=10\sqrt{3}\text{N}, \beta. F_2=62,5\text{N}, \gamma. x < 2\text{m}$$