

5. Σύνθεση ταλαντώσεων

Ερωτήσεις θεωρίας

Θ5.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

Δύο ΑΑΤ με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \phi)$ γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση.

α. Το αποτέλεσμα είναι ότι το σώμα κάνει με εξίσωση απομάκρυνσης $x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$, όπου $A = \dots$ και $\theta = \dots$

β. Αν $\phi = 0$ τότε: $A = \dots$ και $\theta = \dots$

γ. Αν $\phi = \pi$ τότε: $A = \dots$ και $\theta = \dots$

δ. Αν $\phi = \pi$ και $A_1 = A_2$ τότε προκύπτει.....

Θ5.2 Δύο ΑΑΤ με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \phi)$ γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Το αποτέλεσμα είναι μια κίνηση με εξίσωση απομάκρυνσης $x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$. Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη διαφορά φάσης θ , όταν είναι α. $\phi = 0$ και β. $\phi = 180^\circ$ και να παραστήσετε γραφικά τις δύο συνιστώσες ταλαντώσεις και την ταλάντωση που προκύπτει σε κοινά διαγράμματα ($x-t$) για τις περιπτώσεις αυτές.

Θ5.3 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

Συνθέτουμε δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους, διαφορετικής συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με εξισώσεις $x_1 = A \eta \mu \omega_1 t$ και $x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$.

α. Το αποτέλεσμα είναι ότι το σώμα κάνει μια κίνηση αλλά όχι με εξίσωση απομάκρυνσης $x = \dots$

β. Αν $\omega_1 \approx \omega_2$ τότε το πλάτος της συνισταμένης κίνησης μεταβάλλεται από έως..... και έχει περίπου συχνότητα με τις αρχικές. Η κίνηση αυτή ονομάζεται

γ. Ο χρόνος ανάμεσα από δύο διαδοχικούς του πλάτους ονομάζεται του διακροτήματος και ισούται με $T_\delta = \frac{2\pi}{\dots}$

δ. Η συχνότητα του διακροτήματος είναι $f_\delta = \dots$

Θ5.4 Να δώσετε απάντηση στα ακόλουθα ερωτήματα:

α. Υπό ποιες συνθήκες παράγεται ένα διακρότημα;

β. Ποια είναι η εξίσωση του διακροτήματος;

γ. Ποια είναι τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ενός διακροτήματος;

δ. Τι ονομάζουμε περίοδο και τα τι συχνότητα διακροτήματος;

Θ5.5 Συνθέτουμε δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με εξισώσεις $x_1 = A \eta \mu \omega_1 t$ και $x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$.

α. Να αποδείξετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης και να γραψετε ξεχωριστά το πλάτος και η φάση της.

β. Με πόση συχνότητα f και πόση περίοδο T , γίνεται η συνισταμένη ταλάντωση.

γ. Ποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά παίρνει η συνισταμένη ταλάντωση, αν είναι $\omega_1 \approx \omega_2$.

δ. Να αποδείξετε τις σχέσεις που δίνουν την περίοδο T_δ και τη συχνότητα f_δ του διακροτήματος συναρτήσει των συχνοτήτων f_1, f_2 των αρχικών.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A5.1 Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο ΑΑΤ, ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση είναι

- α. απλή αρμονική ταλάντωση διπλάσιας συχνότητας.
- β. κίνηση περιοδική αλλά όχι αρμονική.
- γ. μια ιδιόμορφη κίνηση που λέγεται διακρότημα.
- δ. απλή αρμονική ταλάντωση ίδιας συχνότητας με τις αρχικές.

A5.2 Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Το σώμα, σε σχέση με τις αρχικές ταλαντώσεις, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

- α. ίδια διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
- β. διαφορετική διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
- γ. ίδια διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.
- δ. διαφορετική διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.

A5.3 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ της ίδια διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο προκύπτει ΑΑΤ σταθερού πλάτους, μόνο αν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

- α. παραπλήσιες συχνότητες
- β. ίδιο πλάτος
- γ. ίδιες συχνότητες
- δ. συχνότητες που η μια να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

A5.4 Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu(\omega t)$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi)$.

I. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$\alpha. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sin\varphi}, \quad \beta. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi}, \quad \gamma. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

II. Η διαφορά φάσης, θ μεταξύ της συνισταμένης και της x_1 δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha. \varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2 \eta \mu\varphi}{A_1 + A_2 \sin\varphi} \quad \beta. \varepsilon\varphi\theta = \frac{A_1 \eta \mu\varphi}{A_2 + A_1 \sin\varphi} \quad \gamma. \varepsilon\varphi\theta = \frac{A_1 \eta \mu\varphi}{A_1 + A_2 \sin\varphi}$$

A5.5 Σώμα κάνει σύνθετη ταλάντωση η οποία αποτελεί σύνθεση των $x_1 = A_1 \eta \mu(\omega t)$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t)$. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι:

$$\alpha. A = A_1 + A_2, \quad \beta. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad \gamma. A = A_1 - A_2, \quad \delta. A = \sqrt{A_1^2 - A_2^2}$$

A5.6 Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu\omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \pi)$ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με $A_1 > A_2$. Η σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει έχει

- α. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $A_1 - A_2$.
- β. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $A_2 + A_1$.
- γ. φάση απομάκρυνσης ωt και πλάτος $A_1 - A_2$.
- δ. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $(A_1 + A_2)/2$.

A5.7 Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \pi)$ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με $A_2 > A_1$. Η σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει έχει

- α. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $A_2 - A_1$.
- β. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $A_2 + A_1$.
- γ. φάση απομάκρυνσης ωt και πλάτος $A_2 - A_1$.
- δ. φάση απομάκρυνσης $\omega t + \pi$ και πλάτος $(A_1 + A_2)/2$.

A5.8 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης και συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, το αποτέλεσμα μπορεί να είναι ακινησία όταν:

- α. έχουν ίσα πλάτη και μηδενική διαφορά φάσης.
- β. έχουν ίσα πλάτη και διαφορά φάσης 180° .
- γ. άνισα πλάτη και διαφορά φάσης 180° .
- δ. ίσα πλάτη και διαφορά φάσης 90° .

A5.9 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που εκτελούνται γύρω από το ίδιο σημείο με εξισώσεις $x_1 = 2\eta \mu 2\pi t$ και $x_2 = 3\eta \mu 2\pi t$ προκύπτει μια ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης

- α. $x = 5\eta \mu(2\pi t + \pi)$
- β. $x = 1 \cdot \eta \mu 2\pi t$
- γ. $x = 1\eta \mu(2\pi t + \pi)$
- δ. $5\eta \mu 2\pi t$

A5.10 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από το ίδιο σημείο με εξισώσεις $x_1 = 2\eta \mu 2\pi t$ και $x_2 = 5\eta \mu(2\pi t + \pi)$, προκύπτει μια ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης:

- α. $x = 3\eta \mu 2\pi t$
- β. $x = 7\eta \mu(2\pi t + \pi)$
- γ. $x = 7\eta \mu 2\pi t$
- δ. $x = 3\eta \mu(2\pi t + \pi)$

5.11 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από το ίδιο σημείο με εξισώσεις $x_1 = 5\eta \mu 2\pi t$ και $x_2 = 2\eta \mu(2\pi t + \pi)$, προκύπτει μια ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης:

- α. $x = 3\eta \mu 2\pi t$
- β. $x = 7\eta \mu(2\pi t + \pi)$
- γ. $x = 7\eta \mu 2\pi t$
- δ. $x = 3\eta \mu(2\pi t + \pi)$

A5.12 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ της ίδια διεύθυνσης και ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο προκύπτει ΑΑΤ σταθερού πλάτους, το οποίο

- α. εξαρτάται από τη συχνότητα των δύο ΑΑΤ
- β. εξαρτάται από το πλάτος και τη συχνότητα των δύο ΑΑΤ
- γ. εξαρτάται από το πλάτος και τη διαφορά φάσης των δύο ΑΑΤ
- δ. είναι ανεξάρτητο από τη διαφορά φάσης των δύο ΑΑΤ

A5.13 Δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας έχουν εξισώσεις κίνησης της μορφής $x_1 = A\eta \mu \omega t$ και $x_2 = A\eta \mu(\omega t - \pi)$. Αν τις συνθέσουμε προκύπτει,

- α. μια ΑΑΤ με πλάτος $2A$ και γωνιακή συχνότητα ω .
- β. ακινησία.
- γ. περιοδική μη αρμονική κίνηση με γωνιακή συχνότητα ω .
- δ. μη περιοδική κίνηση.

A5.14 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο προκύπτει μια νέα ΑΑΤ

- α. ανεξάρτητα από τη διεύθυνση των δύο συνιστωσών ΑΑΤ
- β. μόνο αν είναι ίδια και η διεύθυνση των δύο συνιστωσών ΑΑΤ
- γ. μόνο αν είναι ίδια η διεύθυνση και το πλάτος των δύο συνιστωσών ΑΑΤ
- δ. μόνο αν είναι ίδιο το πλάτος των δύο συνιστωσών ΑΑΤ.

A5.15 Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, το αποτέλεσμα της κίνησης του σώματος εξαρτάται

- α. μόνο από τη φάση των επιμέρους ταλαντώσεων
- β. μόνο από το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων
- γ. μόνο από τη φάση και το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων
- δ. από το πλάτος, τη φάση και τη συχνότητα των επιμέρους ταλαντώσεων

A5.16 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ με την ίδια συχνότητα, την ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι φάσεις των δύο ΑΑΤ διαφέρουν κατά π rad.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

Το αποτέλεσμα της σύνθεσης

- α. μπορεί να είναι ακινησία αν είναι και τα πλάτη ίσα.
- β. έχει πλάτος που ισούται με την απόλυτη τιμή της διαφοράς των δύο πλατών των δύο συνιστωσών
- γ. έχει φάση που είναι ίση με τη φάση της συνιστώσας ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος
- δ. έχει φάση που είναι ίση με τη φάση της συνιστώσας ταλάντωσης με το μικρότερο πλάτος

A5.17 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ με την ίδια συχνότητα, την ίδια διεύθυνση, την ίδια φάση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

Το αποτέλεσμα της σύνθεσης

- α. μπορεί να είναι ακινησία αν είναι και τα πλάτη ίσα.
- β. έχει πλάτος που ισούται με το άθροισμα των δύο πλατών των δύο συνιστωσών
- γ. έχει φάση που είναι ίση με τη φάση των δύο συνιστωσών
- δ. έχει φάση που είναι ίση με τη φάση των δύο συνιστωσών αυξημένη κατά π rad.

A5.18 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ με την ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης είναι μια

- α. ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης, σε κάθε περίπτωση
- β. περιοδική αλλά όχι αρμονική κίνηση
- γ. ΑΑΤ μόνο αν είναι ίδιες και οι συχνότητες
- δ. ΑΑΤ μόνο αν είναι ίδιες οι συχνότητες και τα πλάτη.

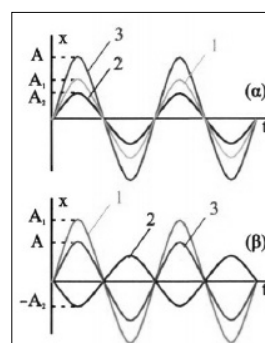
A5.19 Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις των συνιστωσών και της συνισταμένης σε δύο περιπτώσεις σύνθεσης.

I. Στην περίπτωση (α) η διαφορά φάσης των δύο συνιστωσών είναι

- α. 0°
- β. 90°
- γ. 180°

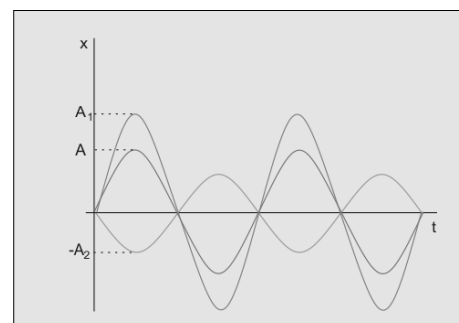
II. Στην περίπτωση (α) η διαφορά φάσης των δύο συνιστωσών είναι

- α. 0°
- β. 90°
- γ. 180°



A5.20 Στη γραφική παράσταση του σχήματος τα πλάτη των δύο συνιστωσών είναι $A_1=10\text{cm}$ και $|A_2|=4\text{cm}$. Η συνισταμένη κίνηση είναι

- α. ΑΑΤ με πλάτος $A=6\text{cm}$ και ίδια συχνότητα.
- β. περιοδική μη αρμονική κίνηση με πλάτος $A=6\text{cm}$.
- γ. ΑΑΤ με πλάτος $A=6\text{cm}$ και φάση ίδια με αυτή της x_2
- δ. ΑΑΤ με την ίδια συχνότητα και πλάτος $A=5\text{cm}$.



A5.21 Το διακρότημα είναι αποτέλεσμα σύνθεσης 2 ΑΑΤ που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, έχουν ίδια διεύθυνση και:

- α. διαφορετικές συχνότητες.
- β. ίσα πλάτη και συχνότητες που είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας θεμελιώδους.
- γ. ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.
- δ. συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους και διαφορετικά πλάτη.

A5.22 Το διακρότημα είναι

- α. μια απλή αρμονική ταλάντωση
- β. μια περιοδική αλλά όχι αρμονική κίνηση
- γ. μια ταλάντωση μεταβαλλόμενης συχνότητας
- δ. ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

A5.23 Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας παρουσιάζει διακροτήματα αν οι συχνότητες

- α. είναι ίσες
- β. είναι διαφορετικές
- γ. έχουν σταθερό λόγο που είναι ακέραιος αριθμός
- δ. διαφέρουν λίγο μεταξύ τους

A5.24 Συνθέτουμε δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A , που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με γωνιακές συχνότητες ω_1 και ω_2 και εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu(\omega_1 t)$ και $x_2 = A\eta\mu(\omega_2 t)$.

I. Η γωνιακή συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι:

α. $\omega = \omega_1 + \omega_2$ β. $\omega = \omega_1 - \omega_2$ γ. $\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ δ. $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

II. Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

α. $A' = A\sigma\upsilon\nu(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t)$ β. $A' = 2A\sigma\upsilon\nu(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t)$ γ. $A' = 2A\sigma\upsilon\nu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t)$, δ. $A' = 2A$

A5.25 Συνθέτουμε δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A , που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με γωνιακές συχνότητες ω_1 και ω_2 και εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu(\omega_1 t)$ και $x_2 = A\eta\mu(\omega_2 t)$. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

Αν οι συχνότητες ω_1 , ω_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, η συνισταμένη ταλάντωση

- α. παρουσιάζει διακροτήματα
- β. έχει σταθερό πλάτος $2A$
- γ. έχει σταθερή γωνιακή συχνότητα $\omega \approx \omega_1 \approx \omega_2$
- δ. έχει πλάτος που μεταβάλλεται με γρήγορο ρυθμό από 0 έως A
- ε. έχει πλάτος που μεταβάλλεται με αργό ρυθμό από 0 έως $2A$.

A5.26 Κάνουμε σύνθεση δύο ΑΑΤ, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A με συχνότητες f_1 και f_2

που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Το χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$ εκφράζει:

- α. την περίοδο της συνισταμένης κίνησης.
- β. το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων ή ελαχίστων πλατών.
- γ. το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων από τη θέση ισορροπίας
- δ. το χρονικό διάστημα μεταξύ ενός ελάχιστου και ενός μέγιστου πλάτους.

A5.27 Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$, των οποίων οι συχνότητες ω_1 και ω_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει

- α. γωνιακή συχνότητα $2(\omega_1 - \omega_2)$.
- β. γωνιακή συχνότητα $\omega_1 + \omega_2$.
- γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και $2A$.
- δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και A .

A5.28 Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες f_1 και f_2 ($f_1 > f_2$) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα f_2 προσεγγίσει τη συχνότητα f_1 , χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα

- α. αυξηθεί.
- β. μειωθεί.
- γ. παραμείνει ο ίδιος.
- δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της f_2 .

A5.29 Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους

- α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι $2A$.
- β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
- γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{f_1 + f_2}$.
- δ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{2|f_1 - f_2|}$.

A5.30 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων f_1 και f_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε

- α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- β. η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $|f_1 - f_2|$
- γ. η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $\frac{f_1 + f_2}{2}$
- δ. η περίοδος του διακροτήματος είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων $|f_1 - f_2|$.

A5.31 Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

- α. είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.
- β. είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.
- γ. είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.
- δ. εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

A5.32 Δύο ταλαντώσεις με συχνότητες f_1 και f_2 δημιουργούν διακροτήματα. Η συχνότητα f_1 είναι λίγο μικρότερη της συχνότητας f_2 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Αν η f_1 μείνει σταθερή και αυξήσουμε λίγο τη συχνότητα f_2 τότε

- α. Η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης θα αυξηθεί
- β. Η συχνότητα του διακροτήματος θα μειωθεί
- γ. Το πλάτος του διακροτήματος θα μεταβάλλεται με πιο γρήγορο ρυθμό.
- δ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους θα μειωθεί.

▪ **A5.33** Δύο ταλαντώσεις με συχνότητες f_1 και f_2 δημιουργούν διακροτήματα. Ο αριθμός N των μηδενισμών του πλάτους σε χρονικό διάστημα Δt είναι:

α. $N = \frac{f_1 + f_2}{2} \Delta t$ β. $N = |f_1 - f_2| \Delta t$ γ. $N = \frac{|f_1 - f_2|}{2} \Delta t$ δ. $N = 2|f_1 - f_2| \Delta t$

▪ **A5.34** Δύο ταλαντώσεις με συχνότητες f_1 και f_2 δημιουργούν διακροτήματα. Ο αριθμός N των διελεύσεων του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου διακροτήματος είναι:

α. $N = \frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|}$ β. $N = \frac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|}$ γ. $N = \frac{|f_1 - f_2|}{2(f_1 + f_2)}$ δ. $N = \frac{f_1 - f_2}{|f_1 + f_2|}$

A5.35 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιου πλάτους, A που γίνονται στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με συχνότητες f_1 , f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Τότε:

α. η μέγιστη τιμή του πλάτους της συνισταμένης κίνησης είναι A .

β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

γ. ο χρόνος ανάμεσα από δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $\Delta t = \frac{1}{f_1 + f_2}$.

δ. ο χρόνος ανάμεσα από δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι $\Delta t = \frac{1}{f_1 + f_2}$.

A5.36 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους A , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων f_1 και f_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε

α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β. η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίση με $|f_1 - f_2|$.

γ. η περίοδος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $T = \frac{2}{f_1 + f_2}$

δ. η περίοδος του διακροτήματος είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων $|f_1 - f_2|$.

ΘΕΜΑΤΑ Β

B5.1 Σώμα κάνει σύνθετη ταλάντωση η οποία αποτελεί σύνθεση των $x_1=A_1\eta\mu(\omega t)$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\pi/2)$ που έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι:

α. $A = A_1+A_2$, β. $A = \sqrt{A_1^2+A_2^2}$, γ. $A = A_1-A_2$, δ. $A = \sqrt{A_1^2-A_2^2}$

B5.2 Σώμα κάνει σύνθετη ταλάντωση η οποία αποτελεί σύνθεση των $x_1=A\eta\mu(\omega t)$ και $x_2=A\eta\mu(\omega t+\pi/3)$ που έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι:

α. $A\sqrt{3}$ β. A γ. $2A$ δ. $A\sqrt{2}$

▪ **B5.3** Σώμα κάνει σύνθετη ταλάντωση η οποία αποτελεί σύνθεση των $x_1=A\eta\mu(\omega t)$ και $x_2=A\eta\mu(\omega t+2\pi/3)$. Η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι:

α. $x=A\eta\mu(\omega t+2\pi/3)$ β. $x=A\sqrt{3}\eta\mu(\omega t+\pi/6)$ γ. $x=A\eta\mu(\omega t+\pi/3)$

▪ **B5.4** Δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας έχουν εξισώσεις κίνησης της μορφής $x_1=A_1\eta\mu\omega t$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\varphi)$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αφορούν το αποτέλεσμα της σύνθεσης είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Η συνισταμένη κίνηση είναι

α. ΑΑΤ με πλάτος που εξαρτάται από τις τιμές των A_1, A_2 και φ .

β. ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα, $\omega/2$.

γ. είναι ακινησία αν $A_1=A_2$ και $\varphi=\pi$.

δ. ΑΑΤ με φάση $\omega t+\theta$, όπου η τιμή της θ εξαρτάται από τα A_1, A_2 , φ και ω .

ε. ΑΑΤ με πλάτος A , αν $A_1=A_2=A$ και $\varphi=2\pi/3$.

▪ **B5.5** Συνθέτουμε δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης και ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

I. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης της σύνθετης κίνησης.

II. Να παρασταθούν γραφικά οι εξισώσεις απομάκρυνσης των αρχικών κινήσεων και της σύνθετης κίνησης σε κοινό διάγραμμα $x=f(t)$,

στις εξής περιπτώσεις σύνθεσης:

α. $x_1=4\eta\mu 2\pi t$, $x_2=2\eta\mu(2\pi t)$, όπου x σε cm και t σε s.

β. $x_1=4\eta\mu 2\pi t$, $x_2=7\eta\mu(2\pi t+\pi)$, όπου x σε cm και t σε s.

γ. $x_1=6\eta\mu 2\pi t$, $x_2=2\eta\mu(2\pi t+\pi)$, όπου x σε cm και t σε s.

δ. $x_1=2\eta\mu 2\pi t$, $x_2=2\eta\mu(2\pi t-\pi)$, όπου x σε cm και t σε s.

► **B5.6** Ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ που έχουν πλάτη $A_1=\sqrt{3}\text{cm}$ και $A_2=3\text{cm}$ και γίνονται με την ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο κέντρο και με την ίδια συχνότητα.

I. Αν η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος $A=2\sqrt{3}\text{cm}$, τότε η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι:

$$\alpha. \varphi=\pi/3 \quad \beta. \varphi=\pi/2 \quad \gamma. \varphi=\pi/4$$

II. Η διαφορά φάσης μεταξύ της συνισταμένης ταλάντωσης και της ταλάντωσης με πλάτος A_1 που έχει τη μικρότερη φάση είναι:

$$\alpha. \theta=\pi/3 \quad \beta. \theta=\pi/2 \quad \gamma. \theta=\pi/6$$

▪ **B5.7** Ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ που έχουν ενέργειες E_1 και E_2 και γίνονται με την ίδια διεύθυνση, γύρω από το ίδιο κέντρο και με την ίδια συχνότητα. Αν η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $E=E_1+E_2$, τότε η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι:

$$\alpha. \varphi=0 \quad \beta. \varphi=\pi/2 \quad \gamma. \varphi=\pi \quad \delta. \varphi \text{ από } 0 \text{ έως } 2\pi$$

► **B5.8** Ένα σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που εξελίσσονται έχοντας την ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και με το ίδιο πλάτος. Η ολική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίση με την ενέργεια της μιας από τις επιμέρους ταλαντώσεις. Τότε η διαφορά φάσης των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι

$$\alpha. \varphi=0 \quad \beta. \varphi=90^\circ \quad \gamma. 60^\circ \quad \delta. 120^\circ$$

B5.9 Δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας έχουν εξισώσεις κίνησης της μορφής $x_1=8\eta\mu\omega t$ και $x_2=6\eta\mu(\omega t+\varphi)$. το x σε cm. Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι 10cm. Αυτό σημαίνει ότι η διαφορά φάσης φ είναι:

$$\alpha. 0^\circ \quad \beta. 90^\circ \quad \gamma. 180^\circ \quad \delta. 30^\circ$$

▪ **B5.10** Η εξίσωση κίνησης υλικού σημείου που εκτελεί δύο ΑΑΤ ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους και ίδιας διεύθυνσης γύρω από μια θέση ισορροπίας είναι: $x=0,1\sqrt{2}\eta\mu(4t+\pi/4)$, το x σε m το t σε s. Το πλάτος και η διαφορά φάσης φ των δύο ταλαντώσεων είναι

$$\alpha. A=0,1\text{m}, \varphi=\pi/2 \text{ rad} \quad \beta. A=0,1\text{m}, \varphi=\pi \text{ rad} \quad \gamma. A=0,2\text{m}, \varphi=\pi/2 \text{ rad}$$

► **B5.11** Συνθέτουμε δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν εξισώσεις $x_1=4\eta\mu(2\pi t+\pi/6)$ και $x_2=4\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$, το x σε cm το t σε s. Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι

$$\alpha. x=4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t+\pi/6), \quad \beta. x=4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t+\pi/3), \quad \gamma. x=4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t-\pi/3)$$

► **B5.12** Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ γύρω από το ίδιο σημείο, με την ίδια διεύθυνση με εξισώσεις: $x_1=5\eta\mu(10t+\pi/6)$ και $x_2=5\sqrt{3}\eta\mu(10t+2\pi/3)$, (τα x σε cm, t σε s). Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι

$$\alpha. x=10\eta\mu(10t+\pi/6) \quad \beta. x=10\eta\mu(10t+\pi) \quad \gamma. x=10\eta\mu(10t+\pi/2)$$

B5.13 Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις: $x_1=4\eta\mu 10t$ και $x_2=4\eta\mu(10t+\pi/3)$ (x σε cm, t σε s). Η εξίσωση της ταχύτητας του υλικού σημείου είναι

$$\alpha. v=40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/6) \quad \beta. v=40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/2) \quad \gamma. v=20\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/6)$$

► **B5.14** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις: $y_1 = A_1 \sin(\omega t + \pi/3)$ και $y_2 = \sqrt{3} A_1 \sin(\omega t - \pi/6)$.

I. Η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. $y = 2A_1 \sin(\omega t)$

β. $y = 2A_1 \sin(\omega t + \pi/6)$

γ. $y = 2A_1 \sin(\omega t + \pi/2)$

II. Αν E_1 , E_2 , $E_{ολ}$ είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α. $E_{ολ} = E_1 - E_2$

β. $E_{ολ} = E_1 + E_2$

γ. $E_{ολ}^2 = E_1^2 + E_2^2$

• **B5.15** Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $y_1 = A_1 \sin(\omega t)$ και $y_2 = A_2 \sin(\omega t)$ με $A_1 > A_2$. Τη χρονική στιγμή t_1 η πρώτη ταλάντωσης έχει για πρώτη φορά $y_1 = A_1$. Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T/2$, η απομάκρυνση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι

α. $A' = A_1 + A_2$

β. $A' = \frac{A_1 + A_2}{2}$

γ. $A' = A_1 - A_2$

δ. $A' = -(A_1 + A_2)$

B5.16 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $y_1 = 2A \sin(\omega t)$ και $y_2 = A \sin(\omega t + \pi)$. Τη χρονική στιγμή t_1 η πρώτη ταλάντωσης έχει για πρώτη φορά $y_1 = 2A$. Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T/2$, η απομάκρυνση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι

α. $A' = A$

β. $A' = 2A$

γ. $A' = -A$

δ. $A' = -2A$

B5.17 Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι δύο συνιστώσες ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης $\varphi = \pi/2$ rad και η μία έχει εξίσωση $x_1 = 30 \sin(10t + \pi/6)$ (x σε cm, t σε s). Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $x = A \sin(10t)$ (t σε s). Το πλάτος της δεύτερης ταλάντωσης είναι:

α. $A_2 = 10$ cm

β. $A_2 = 10\sqrt{3}$ cm

γ. $A_2 = 30$ cm

► **B5.18** Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $x_1 = A_1 \sin(\omega t + \pi/2)$ και $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi)$ όπου $0 \leq \varphi \leq \pi$ rad. Η ολική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης που κάνει το υλικό σημείο ισούται με την ενέργεια της ταλάντωσης που θα είχε το σώμα αν αυτό εκτελούσε την κάθε ταλάντωση χωριστά. Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι:

α. $x = A_1 \sin(\omega t + 2\pi/3)$

β. $x = (A_1 + A_2) \sin(\omega t + 5\pi/6)$

γ. $x = A_2 \sin(\omega t + 5\pi/6)$

B5.19 Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις: $y_1 = 4 \sin(4\pi t + 2\pi/3)$ και $y_2 = 4 \sin(4\pi t + \pi/6)$ (S.I.). Η εξίσωση $y = f(t)$ της απομάκρυνσης του υλικού σημείου, σε συνάρτηση με το χρόνο είναι.

α. $y = 4\sqrt{2} \sin(4\pi t + \frac{\pi}{2})$

β. $y = 4 \sin(4\pi t + \frac{5\pi}{6})$

γ. $y = 4\sqrt{2} \sin(4\pi t + \frac{5\pi}{12})$

B5.20 Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές ταχύτητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι: $x_1=0,2\eta\mu(998\pi t)$, $x_2=0,2\eta\mu(1002\pi t)$ (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

α. 2s

β. 1s

γ. 0,5s

▪ **B5.21** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις κίνησης $x_1=0,2\eta\mu 100\pi t$ (SI) και $x_2=0,2\eta\mu 104\pi t$ (SI). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας:

α. Το υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ πλάτους 0,2m.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου μεταβάλλεται αργά από 0 έως 0,4m.

γ. Το υλικό σημείο ταλαντώνεται με συχνότητα $f=51\text{Hz}$.

δ. Η συχνότητα εμφάνισης μηδενικού πλάτους είναι 1Hz.

ε. Στο χρονικό διάστημα της μιας περιόδου διακροτήματος το υλικό σημείο κάνει 25,5 ταλαντώσεις.

► **B5.22** Δύο διαπασών βρίσκονται το ένα πολύ κοντά στο άλλο και παράγουν ήχους ίδιου πλάτους (έντασης) με συχνότητες $f_1=500\text{Hz}$ και $f_2=502\text{Hz}$. Παράγονται διακροτήματα.

I. Η συχνότητα του ήχου που ακούμε είναι:

α. 501Hz

β. 102Hz

γ. 2Hz

δ. 502Hz

II. Τα μέγιστα που ακούμε μέσα σε χρονικό διάστημα $\Delta t=4\text{s}$ είναι:

α. 4

β. 8

γ. 2

δ. 16

III. Μέσα σε χρονικό διάστημα 1s ο αριθμός των ταλαντώσεων που γίνονται είναι:

α. 1

β. 501

γ. 1002

δ. 250,5

► **B5.23** Ταλαντωτής κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης ίδιου πλάτους με γωνιακές συχνότητες $\omega_1=196\pi\text{ rad/s}$ και $\omega_2=204\pi\text{ rad/s}$.

I. Σε χρονικό διάστημα 1s ο ταλαντωτής περνά από τη θέση ισορροπίας του:

α. 100 φορές

β. 200 φορές

γ. 4 φορές

II. Σε χρονικό διάστημα 1s οι μέγιστες τιμές των απομακρύνσεων των δύο ταλαντώσεων γίνονται αντίθετες:

α. 100 φορές

β. 200 φορές

γ. 4 φορές

▪ **B5.24** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις κίνησης $x_1=A\eta\mu 2\pi f_1 t$ (SI) και $x_2=A\eta\mu 2\pi f_2 t$ (SI), με τις συχνότητες f_1 και f_2 να διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α. Το υλικό σημείο κάνει ΑΑΤ σταθερού πλάτους 2A.

β. Το υλικό σημείο ταλαντώνεται με περίοδο $T=2/(f_1+f_2)$

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται από 0 έως A.

δ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι $1/|f_1 - f_2|$

ε. Σε χρονικό διάστημα Δt το πλάτος μηδενίζεται $N = (|f_1 - f_2|)\Delta t$ φορές

στ. Το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A' = 2A \sin \pi (f_1 - f_2)t$

► **B5.25** Δύο χορδές μιας κιθάρας X_1 , X_2 εκπέμπουν ήχο ίδιας συχνότητας $f = 440\text{Hz}$. Κρατάμε σταθερή τη συχνότητα της χορδής X_2 και τεντώνουμε (κουρδίζουμε) λίγο τη χορδή X_1 , με αποτέλεσμα η συχνότητα του ήχου της να αυξάνεται. Όταν δονήσουμε τις δυο χορδές ταυτόχρονα δημιουργείται διακρότημα διότι πλέον οι συχνότητες των ήχων που εκπέμπουν οι δύο χορδές είναι παραπλήσιες. Τότε ακούμε δέκα μέγιστα του ήχου σε χρόνο $\Delta t = 2\text{s}$.

I. Η νέα συχνότητα της χορδής X_1 είναι: α. 445Hz β. 435Hz γ. 450Hz

II. Η συχνότητα του ήχου που ακούμε είναι: α. $442,5\text{Hz}$ β. $437,5\text{Hz}$ γ. 5Hz

▪ **B5.26** Προκειμένου να μετρήσουμε μια άγνωστη ακουστική συχνότητα f_x προκαλούμε σύνθεση αυτής με άλλη παραπλήσια συχνότητα η οποία είναι 1000Hz . Το διακρότημα που προκύπτει παρουσιάζει δύο διαδοχικά ελάχιστα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5\text{s}$. Η άγνωστη συχνότητα, f_x μπορεί να είναι:

α. μόνο 1000Hz β. μόνο $999,8\text{Hz}$ γ. $1000,2\text{Hz}$ ή $999,8\text{Hz}$

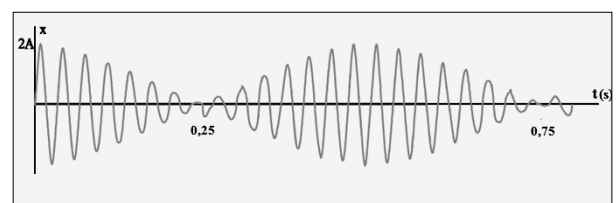
B5.27 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με περιόδους T_1 και T_2 , με αποτέλεσμα η κίνησή του να παρουσιάζει διακροτήματα. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα είναι ίσος με

α. $\frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$, β. $\frac{T_1 + T_2}{2}$ γ. $|T_1 - T_2|$

▪ **B5.28** Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που οφείλεται στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος A και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους, το σώμα έχει διέλθει από τη θέση ισορροπίας του, N φορές όπου N ,

α. $N = \frac{f_1 + f_2}{2|f_1 - f_2|}$ β. $N = \frac{f_1 + f_2}{|f_1 - f_2|}$ γ. $N = \frac{|f_1 - f_2|}{f_1 + f_2}$

▪ **B5.29** Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που οι συχνότητές τους f_1 και f_2 ($f_2 > f_1$) διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει η ιδιόμορφη περιοδική κίνηση του σχήματος. Αν η συχνότητα f_1 ισούται με 29Hz , η συχνότητα της περιοδικής κίνησης ισούται με



α. 31Hz β. 32Hz γ. 2Hz δ. 30Hz

► **B5.30** Σε ένα διακρότημα η συχνότητα $f_1 = 200\text{Hz}$ και η συχνότητα του διακροτήματος μένει ίδια αν η f_2 αυξηθεί κατά 4Hz . Η συχνότητα του διακροτήματος είναι:

α. 2Hz β. 198Hz γ. 10Hz δ. 14Hz

► **B5.31** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές ΑΑΤ με ίδια διεύθυνση, και ίδια θέση ισορροπίας, ίδιο πλάτος με παραπλήσιες συχνότητες όπου $\omega_2 > \omega_1$. Το αποτέλεσμα είναι διακρότημα στο οποίο το πλάτος μηδενίζεται κάθε 2s. Στο χρονικό διάστημα 2s το υλικό σημείο περνάει 12 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Το σωστό ζευγάρι συχνοτήτων είναι το

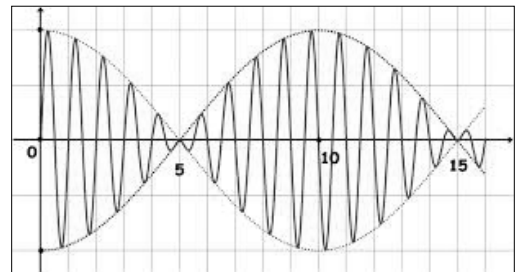
α. $f_1=2,8\text{Hz}$, $f_2=3,2\text{Hz}$, β. $f_1=2,5\text{Hz}$, $f_2=3,5\text{Hz}$ γ. $f_1=2,75\text{Hz}$ και $f_2=3,25\text{Hz}$

▪ **B5.32** Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με ίδια διεύθυνση, ίδιο πλάτος και ίδια θέση ισορροπίας δίνει σαν αποτέλεσμα κίνηση με εξίσωση $x=4\sin 2t \cdot \eta\mu 52t$ (S.I) Οι εξισώσεις των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι

α. $x_1=4\eta\mu 54t$, $x_2=4\eta\mu 50t$ (SI) β. $x_1=2\eta\mu 56t$, $x_2=2\eta\mu 48t$ (SI)
 γ. $x_1=2\eta\mu 52t$, $x_2=2\eta\mu 52t$ (SI) δ. $x_1=2\eta\mu 54t$, $x_2=2\eta\mu 50t$ (SI)

► **B5.33** Από τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους και ίδιας θέσης ισορροπίας προκύπτει το διακρότημα που φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ότι $f_1 > f_2$. Οι συχνότητες των 2 ΑΑΤ είναι:

α. $f_1=1,05\text{Hz}$ $f_2=0,95\text{Hz}$
 β. $f_1=1,25\text{Hz}$ $f_2=1,15\text{Hz}$
 γ. $f_1=1\text{Hz}$, $f_2=0,90\text{Hz}$



ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ5.1 Υλικό σημείο μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις:

$$x_1 = 0,2\eta\mu(2\pi t) \text{ και } x_2 = 0,4\eta\mu(2\pi t), \text{ στο S.I.}$$

Να υπολογιστούν:

- α. Η εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.
- β. Η ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί.
- γ. Το μέτρο της ταχύτητας όταν περνάει από τη θέση με απομάκρυνση $x=0,2\text{m}$.
- δ. Να γίνουν σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις των δύο ΑΑΤ και της συνισταμένης τους. Δίνεται $\pi^2=10$.

$$\alpha. x=0,6\eta\mu 2\pi t, \beta. E=7,2J, \gamma. v=0,8\pi\sqrt{2}\text{m/s}$$

Γ5.2 Υλικό σημείο μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις:

$$x_1 = 3\eta\mu 100\pi t \text{ και } x_2 = \sqrt{3}\eta\mu(100\pi t + \pi/2), \text{ (x σε cm, t σε s)}$$

Να υπολογιστούν:

- α. Η εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.
- β. Η ταχύτητα του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t=0,01\text{s}$.
- γ. Η ενέργεια της κάθε ταλάντωσης και η ενέργεια της σύνθετης;
- δ. Η απομάκρυνση, x , όταν το μέτρο της ταχύτητας γίνεται $v_0/2$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

$$\alpha. x=2\sqrt{3}\eta\mu(100\pi t + \pi/6), \text{ (x σε cm, t σε s)}, \beta. v=-300\pi\text{cm/s} \gamma. 45J, 15J, 60J, \delta. 3\text{cm}$$

! Γ5.3 Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις:

$$x_1 = 4\eta\mu 10t \text{ και } x_2 = 4\eta\mu(10t + \pi/3) \text{ (x σε cm, t σε s)}.$$

Να υπολογιστούν:

- α. Οι εξισώσεις κίνησης και ταχύτητας του υλικού σημείου.
- β. Η ταχύτητα του σώματος στη θέση εκείνη που η δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική.
- γ. Το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή που οι απομακρύνσεις των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι αντίθετες.

$$\alpha. x=4\sqrt{3}\eta\mu(10t + \pi/6), v=40\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t + \pi/6) \beta. v=\pm 20\sqrt{6}\text{cm/s}, \gamma. v=40\sqrt{3}\text{cm/s}$$

•Γ5.4 Η εξίσωση κίνησης υλικού σημείου μάζας $m=1\text{kg}$ που εκτελεί δύο ΑΑΤ ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους και ίδιας διεύθυνσης γύρω από μια θέση ισορροπίας είναι:

$$x=10\sqrt{2}\eta\mu(4t + \pi/4), \text{ το x σε cm το t σε s.}$$

- α. Πόσο είναι το πλάτος και η διαφορά φάσης φ των δύο ταλαντώσεων;
- β. Να υπολογιστούν οι εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου σε σχέση με την απομάκρυνση x και να παρασταθούν γραφικά σε κοινό διάγραμμα.

$$\alpha. A=0,1\text{m και } \varphi = \pi/2, \beta. U=8x^2, K=0,16-8x^2, \text{ στο S.I}$$

•Γ5.5 Συνθέτουμε δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν εξισώσεις:

$$x_1 = 4\eta\mu(2\pi t + \pi/6) \text{ και } x_2 = 4\eta\mu(2\pi t + \pi/2), \text{ το x σε cm το t σε s.}$$

- α. Ποιο είναι το πλάτος της συνισταμένης κίνησης;
 β. Πόση διαφορά φάσης παρουσιάζει η συνισταμένη κίνηση με τη ταλάντωση $x_1=f(t)$;
 γ. Ποια είναι η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης;
 δ. Πόσο χρόνο χρειάζεται το υλικό σημείο που κάνει τη σύνθετη ταλάντωση για να μεταβεί από τη θέση $-4\sqrt{3}\text{cm}$ στη θέση $+4\sqrt{3}\text{cm}$;

$$\alpha. 4\sqrt{3}\text{cm}, \beta. \pi/6, \gamma. x=4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t+\pi/3), \text{ το } x \text{ σε cm, το } t \text{ σε s. } \delta. 0,5\text{s}$$

•**Γ5.6** Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ γύρω από το ίδιο σημείο, με την ίδια διεύθυνση με εξισώσεις:

$$x_1=5\eta\mu(10t+\pi/6) \text{ και } x_2=5\sqrt{3}\eta\mu(10t+2\pi/3), \text{ (τα } x \text{ σε cm, } t \text{ σε s).}$$

- α. Πόσο είναι το πλάτος της συνισταμένης κίνησης;
 β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης κίνησης.
 γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t=\pi/60\text{s}$.

$$\alpha. A=10\text{cm}, \beta. x=10\eta\mu(10t+\pi/2) \text{ (τα } x \text{ σε cm, } t \text{ σε s), } \gamma. v=-0,5\text{m/s}$$

! **Γ5.7** Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ που έχουν εξισώσεις:

$$x_1=A\eta\mu\omega t \text{ και } x_2=A\eta\mu(\omega t+\pi/3) \text{ στο SI}$$

και γίνονται γύρω από το ίδιο κέντρο και στην ίδια διεύθυνση. Η δύναμη επαναφοράς της συνισταμένης ταλάντωσης έχει μέγιστη τιμή 400N και τη χρονική στιγμή $t=T/4$ όπου T η περίοδος της συνισταμένης ταλάντωσης, το σώμα διέρχεται από τη θέση $x=\sqrt{3}\text{m}$.

- α. Πόσο είναι το πλάτος A' της συνισταμένης ταλάντωσης;
 β. Πόσο είναι η γωνιακή συχνότητα των ταλαντώσεων;
 γ. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.
 δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που οι απομακρύνσεις των δύο συνιστωσών ΑΑΤ είναι αντίθετες.

$$\alpha. A'=2\text{m}, \beta. \omega=10\text{rad/s}, \gamma. x=2\eta\mu(10t+\pi/6), \delta. v=20\text{m/s}$$

•**Γ5.8** Σώμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ στην ίδια διεύθυνση γύρω από το ίδιο κέντρο. Η μία έχει εξίσωση απομάκρυνσης $x_1=30\eta\mu(10t-\pi/6)$ (x σε cm, t σε s) η άλλη $x_2=A_2\eta\mu(10t+\pi/3)$ και η συνισταμένη $x=A\eta\mu(10t)$ (t σε s).

- α. Πόσο είναι το πλάτος A_2 της δεύτερης συνιστώσας ταλάντωσης;
 β. Πόσο είναι το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης;
 γ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή που οι απομακρύνσεις των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι αντίθετες για πρώτη φορά.
 δ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της συνισταμένης ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά.

$$\alpha. A_2=10\sqrt{3}\text{cm}, \beta. A=20\sqrt{3}\text{cm}, \gamma. t=\pi/10\text{s} \delta. \Sigma F=-4\sqrt{3}\eta\mu 10t \text{ (SI)}$$

! **Γ5.9** Υλικό σημείο Σ μάζας $m=1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \text{ και } x_2 = A\eta\mu(\omega t + \pi/3),$$

με $A = 4 \text{ cm}$ και $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

- Να υπολογισθεί το πλάτος $A_{\text{ολ}}$ της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας και να υπολογιστεί η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = \pi/15 \text{ s}$.
- Να βρεθεί ο λόγος K/U τη χρονική στιγμή $t = \pi/120 \text{ s}$.
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της χρονική στιγμή $t = \pi/15 \text{ s}$.

$$\alpha. 0,04\sqrt{3} \text{ m}, \beta. x = 0,04\sqrt{3}\eta\mu(10t + \pi/6), \gamma. v = 0,4\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu(10t + \pi/6), v = -0,6 \text{ m/s}, \delta. K/U = 1, \epsilon. 1,2\sqrt{3} \text{ J/s}$$

! Γ5.10 Σώμα μάζας $m = 0,01 \text{ kg}$ κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ που γίνονται στην ίδια ευθεία γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με την ίδια συχνότητα 10 Hz και πλάτη 1 cm και 2 cm αντίστοιχα. Η ΑΑΤ με το μικρότερο πλάτος έχει φάση που υστερεί της άλλης κατά $2\pi/3$ αλλά τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει φάση $\pi/3$.

- Πόσο είναι το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Πόσες φορές διέρχεται το σώμα από τη θέση ισορροπίας του σε $\Delta t = 1 \text{ s}$;
- Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς σε σχέση με το χρόνο.

$$\alpha. A = \sqrt{3} \text{ cm}, \beta. x = \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \eta\mu(20\pi t + 5\pi/6) \text{ (SI)}, \gamma. 20 \text{ φορές}, \delta. F = -0,4\sqrt{3}\eta\mu(20\pi t + 5\pi/6) \text{ (SI)}$$

Γ5.11 Οι ήχοι που παράγονται από δύο διαπασών έχουν την ίδια ένταση και συχνότητες $f_1 = 7000 \text{ Hz}$ και $f_2 = 7060 \text{ Hz}$. Ο ήχος που φτάνει στα αυτιά μας είναι περιοδικός. Να βρεθούν:

- Η περίοδος του ήχου που ακούμε.
- Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών ελαχίστων εντάσεων.
- Τον αριθμό των παύσεων στα πρώτα 10 s .

$$\alpha. T = 14 \cdot 10^{-5} \text{ s}, \beta. 0,017 \text{ s}, \gamma. 600$$

Γ5.12 Δύο διαπασών είναι το ένα πολύ κοντά στο άλλο και παράγουν ήχους ίδιου πλάτους με συχνότητες $f_1 = 402 \text{ Hz}$ και $f_2 = 398 \text{ Hz}$. Παρατηρητής ακούει διακροτήματα.

- Πόσο απέχουν χρονικά δύο διαδοχικά μέγιστα του ήχου που ακούει;
- Πόση είναι η συχνότητα του ήχου που ακούει;
- Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ ακούει το πρώτο μέγιστο, πόσα συνολικά μέγιστα θα ακούσει μέχρι τη στιγμή $t = 4 \text{ s}$;
- Πόση πρέπει να γίνει η συχνότητα f_2 ώστε ο παρατηρητής να ακούει 2 μέγιστα του ήχου κάθε δευτερόλεπτο, μη συμπεριλαμβανομένου του αρχικού.

$$\alpha. 1/4 \text{ s}, \beta. 400 \text{ Hz}, \gamma. 17, \delta. 404 \text{ Hz ή } 400 \text{ Hz}$$

! Γ5.13 Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα 2 ΑΑΤ, ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις $x_1 = 8\eta\mu 404\pi t$ και $x_2 = 8\eta\mu 400\pi t$ (το x σε cm το t σε s).

- Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος και η συχνότητα της ταλάντωσης του υλικού σημείου;
- Να γράψετε την εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης
- Με ποια συχνότητα εμφανίζεται το μέγιστο πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης;

- δ. Πόσα μέγιστα πλάτη εμφανίζονται σε χρονικό διάστημα $\Delta t=10s$;
 ε. Πόσες φορές περνάει το υλικό σημείο από τη θέση ισορροπίας σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$;

$$\alpha. A_{max}=16cm, \quad \bar{f}=201Hz, \quad \beta. x=16\sin 2\pi t, \eta\mu 402\pi t \quad \gamma. f_{\delta}=2Hz, \quad \delta. \kappa=20, \quad \varepsilon. N=804$$

•**Γ5.14** Υλικό σημείο μάζας $m=1kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ, ίδιας διεύθυνσης με εξισώσεις $x_1=6\eta\mu 498\pi t$ και $x_2=6\eta\mu 502\pi t$, (SI).

Να υπολογιστούν:

- α. Η συχνότητα και το μέγιστο πλάτος της κίνησης του υλικού σημείου.
 β. Η συχνότητα μεταβολής του πλάτους της κίνησης.
 γ. Η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης.
 δ. Ο αριθμός των μεγίστων πλατών σε χρονικό διάστημα $\Delta t=10s$.
 ε. Ο αριθμός των ταλαντώσεων που κάνει σε χρονικό διάστημα ενός διακροτήματος.
 στ. Η μέγιστη ενέργεια του σώματος. Δίνεται $\pi^2=10$.

$$\alpha. f=250Hz, A_{max}=12m, \quad \beta. f_{\delta}=2Hz, \quad \gamma. x=12\sin 2\pi t \cdot \eta\mu 500\pi t, (S.I), \quad \delta. 20, \quad \varepsilon. 125 \quad \varepsilon. 18 \cdot 10^7 J$$

•**Γ5.15** Υλικό σημείο κάνει ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους με εξισώσεις: $x_1=10 \cdot \eta\mu 2\pi f_1 t$ (SI) και $x_2=10 \cdot \eta\mu 2\pi f_2 t$ (SI) με συχνότητες που είναι παραπλήσιες προς την $f_1=302Hz$. Από τη σύνθεση προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή $t_1=1,25s$ το πλάτος της συνισταμένης κίνησης μηδενίζεται για 3^η φορά. Αν μειώσουμε τη συχνότητα f_2 κατά 0,8Hz και αυξήσουμε τη συχνότητα f_1 κατά 0,8Hz, παρατηρούμε ότι οι μηδενισμοί του πλάτους στο χρονικό διάστημα 1,25s είναι περισσότεροι από τρεις.

1. Πριν τη μεταβολή των συχνοτήτων να βρείτε:

- α. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.
 β. Τη συχνότητα f_2 .

γ. Τη συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης.

δ. Τον αριθμό των ταλαντώσεων που γίνονται μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών στις οποίες οι μέγιστες τιμές των απομακρύνσεων των δύο ΑΑΤ είναι αντίθετες.

2. Μετά τη μεταβολή των συχνοτήτων να βρείτε:

- ε. Την εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.
 στ. Τις φορές που μηδενίζεται η απομάκρυνση της συνισταμένης κίνησης σε 1s.

$$1. 0,5s, f_2=300Hz, f=301Hz, N=150,5. \quad 2. x=20\sin 3,6\pi t \cdot \eta\mu 602\pi t (S.I), N'=602$$

•**Γ5.16** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις $y_1=4\eta\mu 40\pi t$ και $y_2=4\eta\mu(42\pi t-\pi/2)$ SI.

- α. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης
 β. Να υπολογιστεί η συχνότητα της ταλάντωσης.
 γ. Να υπολογιστούν τα μέγιστα που συμβαίνουν ανά ένα δευτερόλεπτο;

$$\alpha. y=8\sin(\pi t-\pi/4) \cdot \eta\mu(41\pi t-\pi/4) SI, \quad \beta. f=20,5Hz, \quad \gamma. 1$$